Ірина Безродна
Руслан Хоменко

Математичне моделювання геофізичних параметрів

Посібник з лабораторного практикуму

2022

Математичне моделювання геофізичних параметрів. Посібник з лабораторного практикуму для студентів ННІ «Інститут геології» за спеціальністю 103 «Науки про Землю» / Упорядн.: Ірина Безродна, Руслан Хоменко, 2023 - 97 с.

Рецензент: в.о. завідувача кафедри геофізики доктор геол. н. О.В.Шабатура

ЗМІСТ

Частина 1. Теоретичне підґрунтя 5

1. Математична модель в геофізиці 5

2. Класифікації математичних моделей в геофізиці 9

3.Загальні принципи математичного моделювання при інтерпретації геофізичних даних 15

4. Петрофізичне моделювання 17

5. Математичне моделювання при геофізичних дослідженнях в свердловинах 21

6. Пружно-ємнісна модель геологічного середовища 24

7. Моделювання електричних властивостей 31

7.1.Математичне моделювання електричної провідності. 31

7.2. Моделювання діелектричної проникності 36

8. Моделювання теплових властивостей 40

9. Математичне моделювання магнітних властивостей при вирішенні прикладних задач археології 45

Частина 2. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт 51

1. Побудова петрофізичної моделі гірської породи 51

2. Математичне моделювання методом Фойгта-Реусса-Хілла впливу пористості на швидкості пружних хвиль гірських порід 56

4. Математичне моделювання швидкостей пружних хвиль і пористості в залежності від складу породи і щільності тріщин випадкової орієнтації 64

5. Розрахунок параметрів анізотропії Томсена на основі визначення пружних постійних породи за моделлю Хадсона 68

6. Математичне моделювання ефективної електропровідності геологічного середовища при дослідженні впливу його структури тріщинно-порового простору 73

7. Математичне моделювання впливу на діелектричну проникність мінералогічного складу, типу та концентрації пустот 79

8. Математичне моделювання впливу типу пустотного простору, мінерального складу та насичення порід на їх теплопровідність 82

9. Математичне моделювання магнітних параметрів при вирішенні прикладних задач археології 85

Рекомендована література 94

Частина 1. Теоретичне підґрунтя

1. Математична модель в геофізиці

Формування геологічного середовища відбувається протягом значного геологічного часу під впливом різних тектонічних і фізико-хімічних процесів. Ці процеси відбувалися нерівномірно не тільки у просторі, але й у часі, унаслідок чого формувалося неоднорідне анізотропне геологічне середовище як за вертикаллю, так і за протяжністю геологічних структур. Таке геологічне середовище і є об'єктом дослідження геофізичних методів [32, 33].

Геофізичні властивості геологічного середовища визначаються властивостями структурних елементів (компонент) ієрархізованого геологічного середовища: геометричними параметрами структур та геологічних тіл, характером зв'язку між компонентами порід (породотвірними мінералами, пустотами, пустотним заповнювачем), які характеризуються своїми фізичними властивостями. Для різних структурних рівнів геологічних об'єктів характерна певна впорядкованість на мікро та макрорівнях: текстурна впорядкованість (орієнтація кристалографічних осей), шаруватість, лінійність, смугастість, кліваж тощо, що також впливає на геофізичні параметри. Крім цього в умовах природного існування геологічне середовище перебуває під дією напруг, тиску і температури, що позначається на геофізичних полях та характеристиках, що вивчаються.

Особливість завдань математичного моделювання в геофізиці полягає в багатокомпонентності моделей, що розглядаються та будуються, наявності складних взаємозв'язків між компонентами і параметрами, що входять в опис моделі досліджуваного об'єкта.

Взаємозв'язки між компонентами математичних моделей відіграють вирішальну роль завдання вивчення особливостей геологічних об'єктів, і без цих взаємозв'язків моделювання не може бути реалізовано.

В геофізиці задачі моделювання можна умовно розчленувати на три головних компоненти:

•моделювання геологічних середовищ;

•моделювання геофізичних полів;

•моделювання фізико-геологічних процесів, що відбуваються в геологічному середовищі під впливом природних або штучних джерел для цих процесів.

Це тісно пов'язані між собою завдання, проте завжди кожне з них зберігає свою специфіку.

Завданням моделювання геологічного середовища служить побудова системи її фізико-геологічних моделей, з узгодженими параметрами і відповідно фізичними полями [21-22, 25-30].

По суті, геологічний об'єкт розглядається як система своїх проекцій-відображень в формі конкретних фізико-геологічних моделей.

Геологічні об'єкти є складною ієрархічною системою, в зв'язку з чим вивчатися вони повинні з позицій системного аналізу - аналізу цілого, зіставленого з частин [29].

Якщо реальність може відображатися в абстрактній формі, майже завжди залучаються засоби математики, і ми маємо справу з математичною моделлю.

Під математичною моделлю розуміють систему математичних співвідношень - формул, рівнянь, нерівностей тощо, що відображають істотні властивості геологічного об'єкта або процесу.

Побудована система несуперечливих моделей середовища, взаємопов'язаних за параметрами з різними своїми компонентами і відповідними фізичними полями, називається узагальненою інтегрованою моделлю геологічного середовища (рис. 1.1), або просто узагальненою фізико-геологічною моделлю (УФГМ). Параметри, що входять до опису конкретних змістовних фізико-геологічних моделей за допомогою заданих відображень, проявляються в спостережених геофізичних полях і, крім того, пов'язані деякими залежностями з параметрами інших змістовних

фізико-геологічних моделей однієї тієї ж узагальненої фізико-геологічної моделі.

Основою для формування ФГМ служить петрофізична модель (ПФМ), під якою розуміють об'ємне розподілення в геологічному просторі різних фізичних параметрів, що характеризують головні структурно-речовинні комплекси досліджуваного поля (параметра). Маючи апріорну ФГМ (параметри середовища) ми можемо розрахувати відповідне поле і вирішити пряму задачу. Або навпаки, вирішивши обернену задачу геофізики, ми зможемо побудувати ФГМ.

Інтегровані фізико-геологічні моделі геологічного середовища - це компоненти системи, що складаються з моделей розподілу конкретного фізичного параметра, що побудовані на основі рішення відповідного завдання інверсії та узгоджено з усім комплексом наявної геолого-геофізичної інформації про типи УФГМ (наприклад, щільнісна або швидкісна тощо). Тобто інтегрована модель геологічного об'єкта це система пов'язаних між собою компонентами змістовних геологічних моделей, а саме: літологією, фаціальною або стратиграфічної прив’язкою. Необхідно враховувати те, що різні літологічні різниці можуть мати тотожні фізичні властивості, в такому випадку вони будуть тотожні з точки зору й комплексу геофізичних даних.

Оскільки даний курс має назву «Моделювання геофізичних параметрів, то в посібнику не наводяться розділи моделювання геофізичних полів та фізико-геологічних процесів, увага приділені лише моделюванню геологічних середовищ.

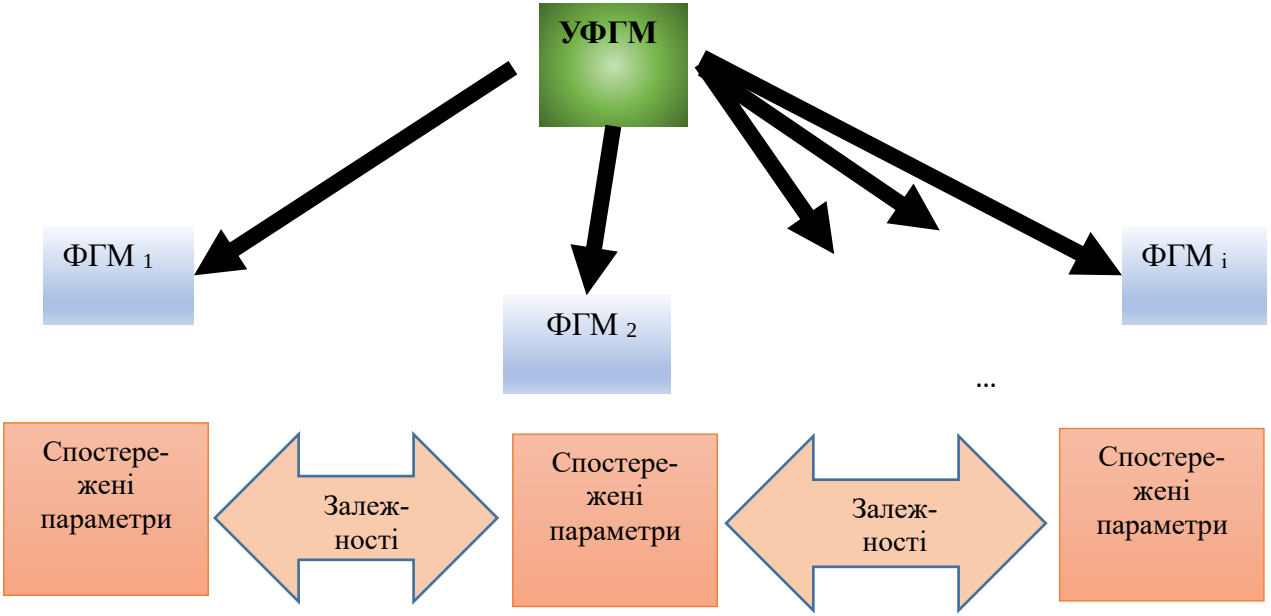


Рис. 1.1 Організація узагальненої фізико-геологічної моделі

2. Класифікації математичних моделей в геофізиці

Моделей того самого об'єкта може бути багато. Вони самі утворюють систему, що допускає впорядкування, і відрізняються між собою як виділеними для опису параметрами, так і зв'язками між параметрами та іншими об'єктами [7, 11-13, 27-30].

Залежно від способів формування і опису параметрів математичні моделі поділяють на:

- детерміновані і
- ймовірнісно-статистичні.

Детерміновані ФГМ отримують шляхом розрахунку очікуваних аномальних ефектів за допомогою рівнянь математичної фізики при жорстко обмежених, наперед заданих значеннях вихідних петрофізичних і морфологічних параметрах моделей. Детерміновані математичні моделі – це моделі, в яких вихідні параметри піддаються виміру однозначно та з будь-яким ступенем точності, тобто є детермінованими (визначеними, заданими) величинами. Відповідно, процес, що описується такою моделлю, детермінований.

Ймовірнісно-статистичні ФГМ підрозділяються на:

- статистичні і
- стохастичні (ймовірнісні).

Статистичні носять яскраво виражений емпіричний (заснований на експерименті) характер. Широко використовують прийоми аналізу експериментальних даних: статистичне оцінювання та перевірку гіпотез, регресійний і факторний аналізи, способи фільтрації і розпізнавання та ін. Стохастичні формують шляхом ймовірнісного опису об'єктів, що моделюються. Вирішення прямих задач геофізики при цьому також має вірогідне трактування і полягає в розрахунку математичних очікувань, дисперсії або кореляційних функцій аномальних ефектів. Розташування структурних елементів для стохастичної структури має випадковий характер, тобто, поряд

з регулярною складовою, існує й флуктаційна складова, а форма структурних елементів може бути як правильною, так і довільною. Суттєвою ознакою, яка характеризує розташування структурних елементів, є їхня впорядкованість, тобто просторова орієнтація елементів – кристалографічних елементів мінералів або пустот, орієнтація їх за формою тощо.

Динамічні математичні моделі точно повторюють сенс ФГМ і описують процес (об'єкт, явище та ін.), який змінюється в часі. В статичних математичних моделях час не враховується.

У багатьох задачах при складанні математичної моделі, а також при виборі методу її дослідження треба враховувати можливість застосування як «дискретного», так і «безперервного» апаратів (наприклад, для дискретних моделей характерне застосування сум, а для безперервних – похідних та інтегралів) незалежно від характеру вихідної картини. Безперервні моделі – це такі моделі, де значення «відірвані» один від одного та допускають природну нумерацію. В дискретних моделях параметри набувають всі значення з деякого інтервалу.

Ще один важливий напрямок, який варто виділити, – лінійні (нелінійні) математичні моделі. Модель називається лінійною, якщо в ній виконано принцип суперпозиції (накладання), тобто при складанні вхідних даних складаються і вихідні, а при їх множенні на будь-яке число, вихідні множаться на те число. Якщо цей принцип не виконано, модель називається нелінійною.

За характером зв'язаності структурних елементів розрізняють математичні моделі геологічних середовищ [32-33]:

а) матричної структури, в яких структурні елементи однієї з компонент являють собою монолітну систему (основну масу або твердий скелет), що називається матрицею, а структурні елементи інших компонент не дотикаються один до одного, тобто розглядаються як ізольовані включення. Наприклад, включення частіше всього є

пустотою, що заповнена газом, або флюїдами. Але пустоти (пори, каверни, мікро- чи макротріщини) не дотикаються і не перетинаються між собою, тобто є закритими і не мають гідравлічного зв'язку;

б) каркасні, або взаємнопроникні структури, в яких одні структурні елементи є монолітним каркасом, а включення не перетинаються одне з одним, але можуть проникати через весь каркас. Якщо це пустоти, то такий порода має відкриті пори;

в) комбіновані структури, в яких структурні елементи можуть мати різні види зв'язаності компонент.

В геофізиці крім такої класифікації може використовуватися класифікація моделей за складністю самої моделі а, відповідно за складністю об’єкта досліджень. Таким чином, математичні моделі, що описують геологічне середовище за кількістю описуваних параметрів та методикою їх отримання можуть бути розділені на чотири класи (рис. 2.1):

- моделі, що описують наближене до ізотропного геологічне середовище, що має квазірівномірне розподілення геофізичних параметрів;
- моделі, що описують горизонтально-шарувате геологічне середовище;
- математичні моделі протяжних незмінних геологічних структур;
- складні математичні моделі, що потрібують 3D-моделювання.

Якщо виходити із характеру форми структурних елементів або їхніх відносних розмірів, то можна виділити шаруваті та зернисті моделі. Зернисті математичні моделі порід – це моделі, в яких структурні елементи мають приблизно один порядок розмірів у трьох вимірах, тобто форму зерен. У шаруватих моделей розміри структурних елементів у двох напрямках значно перевищують розміри в третьому напрямку.

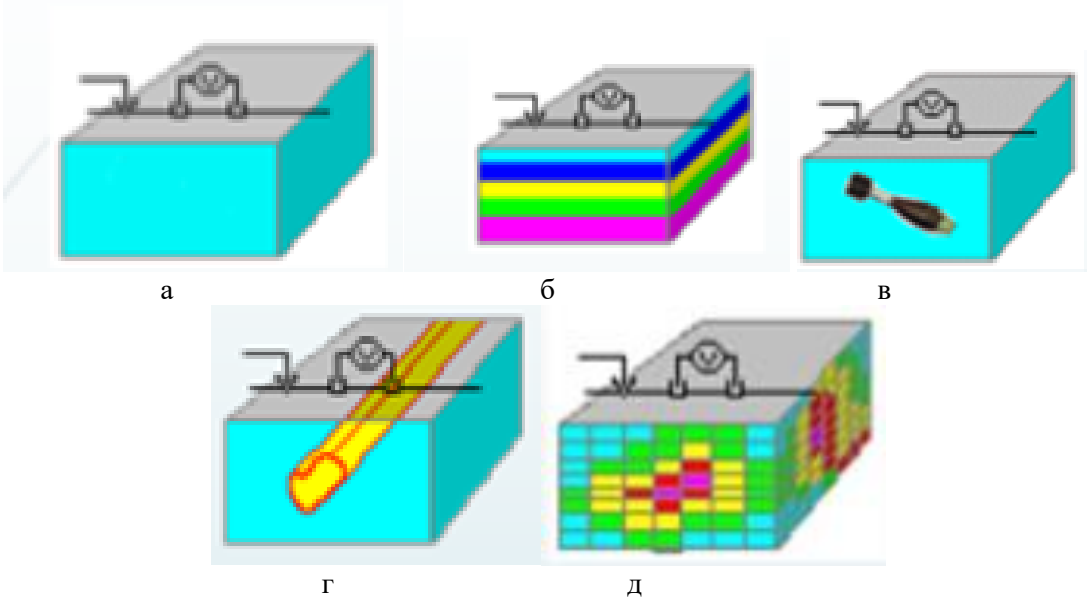


Рис. 2.1. Класи математичних моделей для різних типів геологічних середовищ [7]
а – рівномірний напівпростір, б – 1D (шаруваті) моделі, в – поховані об’єкти, г - 2 D-моделі – незмінені структури, д - 3 D-моделі – складні структури

Поряд з розглянутими простими моделями зернистої й шаруватої структури існують складні моделі, які включають комбінації простих, наприклад, шарувата модель з пористими компонентами тощо.

В цілому, для класифікації моделей можна використовувати різні принципи. Наприклад, класифікація моделей [29] в геофізиці (рис. 2.2) може бути прив’язана до розв'язуваних класів завдань: реконструкції моделей, вивчення взаємозв'язків та моделювання геофізичних полів:

- класи моделей середовища,
- класи моделей поля,
- класи зв'язків, що спостерігаються між полями,
- класи більш загальних зв'язків між параметрами різного класу моделей.

При побудові змістовної моделі формулюються та використовуються відповідні гіпотези (або постулати). При цьому несуттєве для опису властивостей відкидається. На основі змістовної моделі та прийнятих визначальних співвідношень виписуються відповідні їй рівняння, перекладаючи цим модель на формальну математичну мову. Наприклад, в геофізиці, використовуються універсальні фізичні закони (закони збереження, симетрії та ін.) та закони, притаманні геофізиці (закони Гука, Фур'є, Максвелла та ін.). Наступний етап моделювання належить до сфери вирішення отриманих рівнянь. Найчастіше виведені рівняння (системи рівнянь) не можна вирішити в явному вигляді (знайти аналітичне рішення). Методи, що дозволяють реалізувати таке завдання, називаються чисельними методами [32-39].

Універсальних моделей, що відображають усе різноманіття неоднорідностей та їхні взаємодії у геологічному середовищі, не існує, як не існує й універсальних методів математичного моделювання.

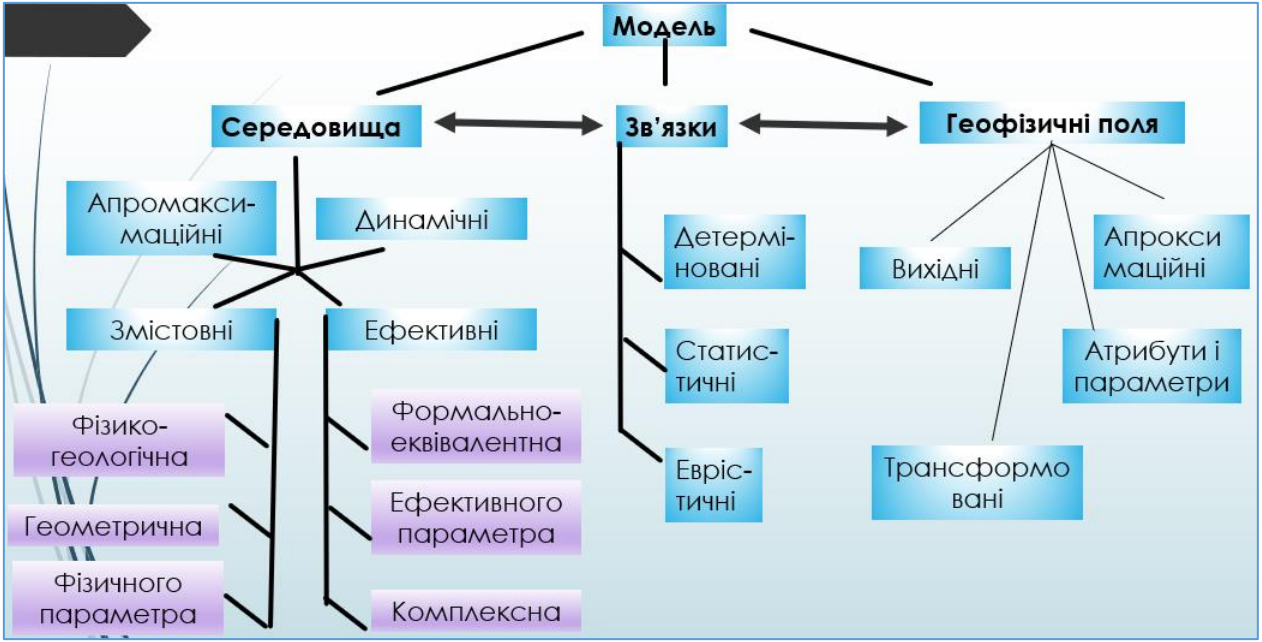


Рис. 2.2. Приклад класифікації типів моделей, що використовуються в геофізиці [29].

3.Загальні принципи математичного моделювання при інтерпретації геофізичних даних

У геофізиці ФГМ пов'язана з відповідною математичною моделлю, яка використовується для обчислення полів або об’єктів, найчастіше за допомогою обчислювальних методів, що дозволяє вирішити найважливіше завдання геофізики – обернену задачу.

Завдання моделювання геофізичних полів, як правило, носять підпорядкований характер і складаються з розрахунку моделі поля для конкретного змістового елемента фізико-геологічної моделі середовища.

Завдання моделювання фізико-геологічних процесів, що відбуваються в геологічному середовищі під впливом природних або штучних джерел, слугує, як правило, для вивчення, уточнення та прогнозування результатів процесів, що відбуваються з елементами геологічної та фізико-геологічної моделі середовища.

У побудові моделей геологічних середовищ необхідний системний підхід, він визначений фундаментальними обставинами, пов'язаними зі складністю та багатокомпонентністю досліджуваних геологічних об'єктів. Таким чином, використання математичного моделювання в геофізиці передбачає системність. Системний аналіз у геофізиці включає два великі етапи.

По-перше, це власне системний аналіз фізико-геологічної моделі, результатом якого служить формування несуперечливої і досить повної математичної моделі компонент об'єкта, що вивчається, з визначенням їх ієрархічної організації, взаємозв'язку і параметрів, що входять в опис моделі. Це систематизація даних.

По-друге, це формулювання завдання реконструкції параметрів об'єктів (середовища чи процесу) з урахуванням побудованої системної моделі. Ця остання задача називається завданням системної інверсії.

Геологічний об'єкт – це суперпозиція своїх елементів, але об'єднання їх внутрішніми взаємозв'язками і взаємовпливами, перетворюють ці елементи на ціле, наділене новими якостями. У цій новій якості зміна одного компонента тягне за собою перебудову і переорганізацію всієї системи. Змінювати один параметр при реконструкції моделі середовища поза взаємозв'язком з іншими неправомірно.

Складність моделей середовищ спричиняє проблеми еквівалентності у вирішенні відповідних обернених завдань геофізики, у зв'язку з чим останні слід розглядати лише з додатковими умовами, що випливають із факту існування взаємозв'язків і взаємовизначеності елементів [12-16, 26-30, 32-39].

Сутність геофізичної інтерпретації полягає в зміні параметрів певної моделі з метою знаходження такого набору, щоб теоретичний розрахунок поля (змодельоване поле) і виміряний експериментально сигнал (параметр) мали мінімальне розходження.

Підбір відповідних параметрів називається рішенням оберненої задачі. Отримана таким чином модель геологічного середовища і є найбільш імовірним результатом інтерпретації геофізичних даних.

Багатокомпонентність об'єкта вивчення веде до багатокомпонентності його прояву в фізико-геологічних ефектах, що спостерігаються. Розглядати їх слід разом із взаємозалежностями між ними. Разом з тим один і той же розподіл параметрів фізичного поля може відповідати різним співвідношенням фізичних властивостей і розмірів геологічних об'єктів. Іншими словами, математичне рішення оберненої задачі геофізики не тільки значно складніше, але і, як правило, неоднозначно. Щоб отримати більш однозначну інтерпретацію, потрібна додаткова інформація, зазвичай, відомості про фізичні властивості порід.

4. Петрофізичне моделювання

У геофізиці зазичай побудова петрофізичної моделі передує інтерпретації інших матеріалів геофізичних досліджень.

Аналіз результатів петрофізичних досліджень складається з етапів:

1. попередня обробка петрофізичних і геологічних матеріалів;
2. математичний (статистичний) аналіз даних;
3. створення математичних моделей порід та їх асоціацій;
4. побудова петрофізичних карт і розрізів.

Попередня обробка петрофізичних і геологічних даних полягає в створенні каталогів про склад і фізичні властивості порід на основі статистичного аналізу окремих петрофізичних параметрів. На цьому етапі проводиться повна перевірка результатів петрофізичних даних, їх уточнення та відбракування, каталогізація за окремими літологічними групами порід.

Математичний аналіз дозволяє виділити петрофізичні групи та асоціації і встановити основні закономірності зміни фізичних параметрів [7, 12-13, 20, 26-28, 37].

При виділенні петрофізичних груп порід застосовується метод групування за найбільш загальними і стійкими ознаками: генетичним типом, складом, текстурно-структурними особливостями, типом діагенезу, метаморфізму тощо.

Для з'ясування розподілу фізичного параметра в межах попередньо виділеної петрофізичної групи використовують варіаційний ряд, де кожному значенню параметра x або інтервалу його зміни ΔN відповідає певна повторюваність значень параметра (частота).

Оптимальна ширина інтервалу може бути обчислена за формулою Стерджесса:

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3.3 \lg N}, \qquad (4.1)$$

де x_{max}, x_{min} - межі розподілу параметра; N - число значень у розподілі.

Для характеристики петрофізичної групи потрібно не менше 20-30 зразків.

На підставі варіаційного ряду може бути побудована варіаційна крива та гістограма або крива накопичення частот (рис. 4.1).

Форма варіаційної кривої або гістограми служать основним якісним критерієм для з'ясування правильності виділення петрофізичної групи.

Розподіл параметра густини й швидкості поширення пружних хвиль в породах, що не зазнали вторинних змін, зазвичай підпорядковуються нормальному закону, магнітна сприйнятливість і намагніченість - логнормальному.

Нормальний закон описується функцією:

$$f(x) = \frac{1}{St\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{St}}, \qquad (4.2)$$

де x - значення параметра; $\cdot \bar{x}$ - середнє арифметичне значення параметра; St- стандарт розподілу параметра.

Логнормальний закон описується функцією:

$$f(y) = \frac{1}{ySt'\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{\ln(y_i - \bar{y})^2}{(St')^2}}, \qquad (4.3)$$

де у - значення параметра; $\cdot \bar{y}$- середнє арифметичне значення логарифмів параметра; $\cdot St'$ - стандарт розподілу логарифмів параметра.

З метою перевірки відповідності розподілу того чи іншого закону використовують криві накопичених частот, побудовані в спеціальному вирогідностному масштабі. У разі відповідності досліджуваного розподілу нормальному або логнормальному законам графік буде виражатися прямою лінією. Різка невідповідність є показником неоднорідності сукупності [20, 37].

Якщо варіаційні криві розподілу петрофізичних властивостей порід складаються з декількох максимумів, то кожен з них відповідає тій чи іншій групі (рис. 4.1).

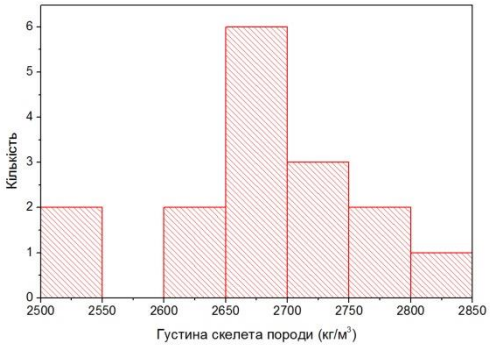


Рис.4.1. Гістограма розподілу зразків вапняків за густиною скелета [20].

На основі статистичного аналізу петрофізичних даних та досвіду інтерпретатора з теоретичних відомостей про взаємов'язки петрофізичних параметрів будуються петрофізичні моделі.

Взаємозв'язок фізичних параметрів і властивостей — це закономірне поєднання властивостей порід, коли зміна однієї властивості залежить, зазвичай, від зміни іншої. Знання взаємозв'язків між фізичними властивостями дозволяють за параметром, що легко вивчається, визначати інші параметри; за властивостями, визначеними в зразках – вивчати властивості порід в природному заляганні [20].

Більшість петрофізичних взаємозв'язків є кореляційними, це обумовлено, головним чином, неможливістю врахування усіх чинників, що впливають на досліджувані параметри.

Кореляція між властивостями не означає тільки залежності однієї властивості від іншої. У багатьох випадках взаємозв'язок існує в результаті залежності параметрів від

чинників, що не розглядаються при дослідженнях, але які визначають величину цих параметрів. У елементах і мінералах такими чинниками є внутрішня будова речовини й зовнішні термодинамічні умови [20, 37].

Кореляція між параметрами повинна спостерігатися при їх однотипній залежності від особливостей атомної будови речовини.

Закономірні зв'язки між різними параметрами однієї фізичної властивості грають велику роль при інтерпретації геофізичних методів.

Підвищенню точності інтерпретації сейсмічних матеріалів сприяє вивчення зв'язку між швидкістю поздовжніх і поперечних хвиль в породах різного складу і їхніх ємнісних властивостей, а також будови.

Кореляція між ємнісними та густинними та різними параметрами електричних властивостей важлива при інтерпретації даних електророзвідки та каротажних досліджень.

5. Математичне моделювання при геофізичних дослідженнях в свердловинах

Зв’язки фізичних властивостей гірських порід від різних фізико-геологічних чинників можуть змінюватися в залежності від термодинамічних умов, в яких ці параметри були отримані. При високих термодинамічних умовах встановлені залежності зазвичай зберігаються. Це дозволяє використовувати їх для вивчення властивостей і складу речовини глибинних шарів Землі при інтерпретації геофізичних методів.

Особливе місце при інтерпретації геофізичних даних мають матеріали геофізичних досліджень свердловин (ГДС), де петрофізичне забезпечення використовується як для оперативної обробки даних ГДС, так і для підрахунку запасів корисних копалин, проектування їх розробки, моніторингу видобутку тощо. Вивчення петрофізичних зв'язків дозволяє перейти від фізичних властивостей гірських порід до визначення їх літотипів та кількісних характеристик.

За способом отримання емпіричних петрофізичних залежностей розрізняють наступні види парних зв'язків: керн — керн (к-к), ГДС — керн (г-к) [20, 37].

Зв'язки типу к-к отримують за результатами вимірів в лабораторії двох параметрів — одного однотипного з параметром, що отримується за даними ГДС, наприклад, параметра пористості P_n або швидкості розповсюдження пружних коливань в породі, та параметра, що характеризує фільтраційні ємності властивості, наприклад, коефіцієнта пористості $К_п$ або глинистості $С_{гл}$. Обидва параметри визначаються на одному і тому керні за атмосферних або термобаричних умов пластів. Сукупність даних обробляють відомими прийомами математичної статистики, отримуючи рівняння регресії, коефіцієнт кореляції та ін. Ці зв'язки до теперішнього часу переважають в практиці оперативної інтерпретації ГДС і при використанні ГДС для підрахунку запасів.

Для отримання зв'язку типу г — к виконують наступні процедури. Складають кернограми різних параметрів, встановлених на зразках керна, по ділянці розрізу свердловини, що вивчається, шляхом нанесення точок для кожного зразка в системі координат досліджуваний параметр — глибина в тому ж масштабі глибин, що і діаграми ГДС. В належному інтервалі розрізу по комплексу ГДС виділяють досить однорідні пласти та визначають для кожного з них фізичні параметри для наступного зіставлення з даними керна. Складають графіки зміни цих параметрів по розрізу. Використовуючи кернограму та графік результатів інтерпретації ГДС для двох близьких за своєю природою параметрів, прив'язують дані керна до матеріалів ГДС за глибиною. На кожній кернограмі виділяють пласти, встановлені за матеріалами ГДС, визначають середнє значення параметра по керну для кожного пласта. На основі отриманої сукупності точок знаходять рівняння регресії і статистичні параметри, що характеризують тісноту зв'язку, як і у попередньому випадку.

Практично усі петрофізичні зв'язки, використовувані при геологічній інтерпретації геофізичних матеріалів, є кореляційними. Це пов'язано з тим, що об’єкти дослідження петрофізики (зразки і пласти гірських порід), як правило, неоднорідні, мають складні мінеральний, хімічний і фазовий склади, а також дуже складну геометрію меж розділу фаз і часток різних мінералів. У простих випадках ці зв'язки наближаються до функціональних залежностей, розрахованих за теоретичними формулами (для досить простих фізичних моделей).

Використовують петрофізичні зв'язки і при вирішенні прямої задачі геофізики — розрахунках геофізичних синтетичних параметрів для моделі розрізу, де вони відсутні.

Таблиця 5.1. Приклад кернограми

№ зразка	Глибина відбору зразка, м	Проникність, $а \times 10^{-15}$, $м^2$		Пористість, %		Густина, $а \times 10^3$ кг/$м^3$			
						об'ємна		мінеральна	
		до екстраг.	після екстраг.	до екстраг.	після екстраг.	до екстраг.	після екстраг.	до екстраг.	після екстраг.
19801	3200-3210	7,98	9,08	5,9	10	2,41	2,34	2,56	2,6
19805	3210-3220	24,49	29,8	8,5	14,6	2,3	2,22	2,52	2,61
19809	3235-3242	6,01	6,21	5,7	8,5	2,44	2,39	2,59	2,61
19813	3242-3250	12,08	11,96	8,6	12,5	2,33	2,27	2,55	2,59
19819	3268-3278	<0,01	0,03	1,3	2,8	2,73	2,68	2,76	2,76
19824	3310-3320	0,17	0,21	4,2	5,4	2,53	2,49	2,64	2,63
19825	3320-3330	4,2	6,74	2	2,6	2,61	2,57	2,66	2,64
19827	3365-3375	0,79	1,00	5,8	9,0	2,47	2,41	2,62	2,65
19830	3375-3385	1,23	1,35	6,1	8,5	2,45	2,4	2,61	2,62

6. Пружно-ємнісна модель геологічного середовища

Здатність порід деформуватися, передавати з певною швидкістю і на певні відстані пружні коливання, а також поглинати і розсіювати енергію пружності характеризується низкою петрофізичних величин, певним чином пов'язаних з іншими їхніми характеристиками, а також температурою і тиском.

Для визначення пружних параметрів реального геологічного середовища будують різні моделі, які більшою чи меншою мірою відображають його структурну неоднорідність і характер взаємодії між його структурними елементами. Зрозуміло, що при цьому можлива неадекватність між спрощеними уявленнями, на яких будується модель і реальним геологічним середовищем.

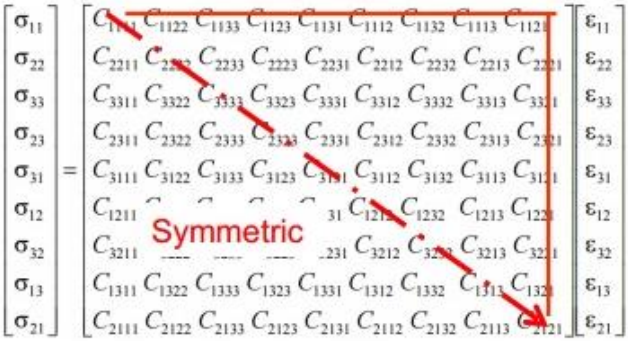
Реальне геологічне середовище - це ієрархізоване середовище і його можна розглядати на різних структурних рівнях досліджень: мінералів, гірських порід, пластів, пачки пластів, комплексів, формацій, літосфери. Пружні властивості геологічного середовища визначаються властивостями структурних елементів (компонентів), геометричними параметрами структури і характером зв`язку між компонентами. Реальні гірські породи складаються із породоутворюючих мінералів або уламків, які пронизані порами, кавернами, мікро- і макротріщинами. Пустоти можуть бути заповнені газом, або флюїдами. Кожен із цих компонентів характеризується своїми фізичними властивостями і різнобічними зв`язками з іншими компонентами. Для різних структурних рівнів геологічних об`єктів характерна певна впорядкованість на мікро та макрорівні: текстурна впорядкованість (орієнтація кристалографічних осей), шаруватість, лінійність, смугастість, кліваж та інше [32-33].

В даному курсі розглядається математична модель породи як багатокомпонентного середовища, пружні

властивості структурних елементів якого і їх напружено-деформований стан є випадковими функціями просторових координат. Вважається, що для будь-якої точки середовища справедливий закон Гука:

$$\sigma_{ik} = \sum_{lm} C_{iklm}\varepsilon_{lm} \ , \qquad (6.1)$$

C_{iklm} - тензор пружних постійних середовища , σ_{ik} - тензор механічних напружень, ε_{lm} — тензор деформацій. Або у матричному вигляді:



Припускається, що тензорні поля пружних постійних, напруг і деформацій є статистично однорідними, оскільки масштаб кореляції випадкових полів набагато менший порівняно із розмірами макрооб'єму складнопобудованого колектору.

Ефективні пружні властивості геологічного середовища визначаються властивостями структурних елементів (компонентів), геометричними параметрами його структури і характером зв`язку між компонентами, впливом тиску і температури. Тому все різноманіття моделей слід розрізнювати насамперед за цими найбільш важливими ознаками.

Розташування структурних елементів для стохастичної структури має випадковий характер, тобто поряд з регулярною складовою існує і флуктаційна складова, а форма структурних елементів може бути як правильною, так

і довільною. Суттєвою ознакою, яка характеризує розташування структурних елементів, є їх упорядкованість, тобто просторова орієнтація елементів - кристалографічних елементів мінералів, орієнтація їх за формою і таке інше.

Моделі монолітних безпористих кристалічних порід можуть бути моно- або полімінеральними зернистими моделями. Але реальні кристалічні гірські породи можуть мати пори і мікротріщини, які заповнені газами або флюїдами. Тому реальну кристалічну породу можна розглядати як багатофазне середовище, а її модель може мати елементи зернистої і матричної структури.

За даними дослідження шліфів та знімків гірських порід під електронним та поляризаційним мікроскопами (Abe Mamoru, Burns D.R., Cheng C.H., Hempkins W.B., Saito Tokumi, Timur A., Weinbrand R.M., Wilkens R.H., Безродна І.М., Безродний Д.А., Вижва С.А., Куровець І.М., Лукін О.Ю., Продайвода Г.Т. та інші) встановлено, що міжзерновим порам відповідають пустоти з форматом α: 10^{0}–10^{-1}, ущільненим пустотам (тріщини між окремими мінералами і тріщини в цементі) - 10^{-1}–10^{-2}, мікротріщинам (міжкристалічні і внутришньокристалічні тріщини) – 10^{-2}–10^{-5}, кавернам – 10^{0}–10^{3} [20-22, 34-35].

Математична модель порід в даній роботі представляє собою жорстку матрицю, яка мінералогічно представлена найбільшим за вмістом мінералом. Матриця розчленована сфероїдальними, різними за формою, розмірами, флюїдонасиченням та орієнтацією пустотами із своїми значеннями форматів (α=a/c, де a, c – напівосі сфероїда обертання) (рис. 6.1) та типом насичення (мінералізована вода, газ чи нафта).

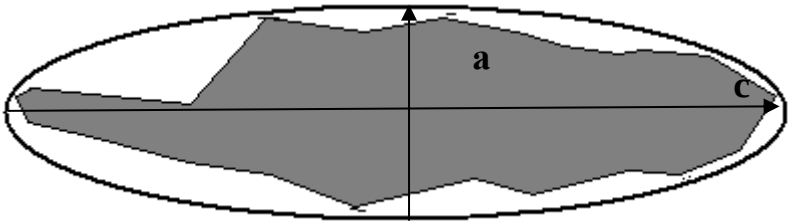


Рис.6.1. Модель пустоти, як сфероїда обертання

В умовах природного існування геологічне середовище знаходиться під дією напруг і температури. Для з'ясування механічної поведінки гірських порід здійснюють експериментальні або модельні дослідження зразків в умовах розтягування або стискування. На основі залежності між напругами і деформаціями роблять висновки щодо реологічної поведінки порід.

Пряма задача акустики анізотропних середовищ зводиться до розв'язання рівняння Гріна-Крістофеля:

$$\left(\Gamma_{il} - \rho^* \upsilon^2 \delta_{il}\right) u_l = 0, \qquad (6.2)$$

де $\Gamma_{il} = C^*_{ijkl} n_j n_k$ – тензор Гріна-Крістофеля,

C^*_{ijkl} - ефективний тензор пружних постійних середовища,

ρ^* - його ефективна густина,

u_l - компоненти вектору пружних зміщень,

δ_{il} - дельта Кронекера,

n_k - компоненти вектору хвильової нормалі.

У загальному випадку триклинної пружної симетрії ця задача може бути вирішена чисельно за допомогою різних методів.

Обернена задача акустики зводиться до визначення пружних постійних, якщо відомі фазові швидкості вздовж суворо заданих напрямків хвильової нормалі й визначенні функції розподілу орієнтації мінералів і мікротріщин [32-33, 38].

Універсальних моделей, що відображають все різноманіття неоднорідностей і їх взаємодії в геологічному середовищі не існує, як не існує і універсальних методів їх математичного моделювання.

Пружні властивості геологічного середовища визначаються властивостями структурних елементів (компонентів), геометричними параметрами його структури та характером зв`язку між компонентами, впливом тиску і температури. Тому все різноманіття моделей слід розрізнювати, насамперед, за цими найбільш важливими ознаками.

Механічна поведінка пружного геологічного середовища в лінійному наближенні зводиться до рівняння динамічної рівноваги:

$$\sigma_{ij,j}(\vec{x}) + g_i(\vec{x}) = \rho \frac{\partial^2 u_i(\vec{x})}{\partial t}, \tag{6.3}$$

$$\sigma_{ij}(\vec{x}) = C_{ijkl}(\vec{x})\varepsilon_{kl}(\vec{x}) \tag{6.4}$$

і Коші

$$\varepsilon_{kl}(\vec{x}) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i(\vec{x})}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j(\vec{x})}{\partial x_j} \right), \tag{6.5}$$

де $\sigma_{ij}(\vec{x})$, $\varepsilon_{kl}(\vec{x})$ - відповідно тензори напруг і деформацій; $C_{ijkl}(\vec{x})$ - тензор пружних постійних; $u_i(\vec{x}), g_i(\vec{x})$ - вектори переміщень і об`ємних сил; $\rho(\vec{x})$ - густина.

Якщо задані макродеформації $<\varepsilon_{ij}>$ макрооб`єму геологічного середовища, то задача про визначення напружено-деформованого стану в мікроточках формулюється в переміщеннях. При відсутності об`ємних сил $g_i=0$, рівняння статичної рівноваги, з урахуванням (6.4), приймає такий вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(C^*_{ijkl}(\vec{x})\varepsilon_{kl}(\vec{x})\right)=0\,. \qquad (6.6)$$

Практична реалізація викладеної принципової схеми розв`язку задачі визначення ефективних пружних постійних наштовхується на значні математичні труднощі, які обумовлені насамперед тим, що коефіцієнти рівняння (6.6) є функціями координат, які залежать від структурних неоднорідностей геологічного середовища. Для регулярної структури це періодичні функції, а для стохастичної структури - випадкові функції координат.

У зв`язку з цим застосовують наближені методи, які дозволяють розраховувати ефективні пружні постійні з тією або іншою точністю. Одні методи можна застосовувати лише до окремих видів структур, а інші мають значно ширшу область застосування.

Методи Фойгта, Реусса і Хілла дають відповідну верхню, нижню межу та середнє з можливих значень ефективних геофізичних параметрів. Ця межа може бути надзвичайно широкою. Побудову вузькішої вужчої межі можна здійснити, якщо скористатися варіаційним методом, або методом Хашина–Штрікмана [1-2, 5, 9-10, 12, 14-15, 17, 19-22, 32-33].

До найбільш відомих методів, які дозволяють поліпшити наближення ефективних геофізичних параметрів відносяться, наприклад, методи:

- віріального розвинення;
- регуляризації структури;
- стохастичні;
- диференціальних рівнянь;
- самоузгодження.

В методах віріального розвинення напружено-деформований стан пружного тіла з множиною взаємодіючих неоднорідностей можна розглядати у вигляді суми простих взаємодій з подальшим ускладненням характеру взаємодії між ними.

В методах регуляризації структури реальна структура породи з певною регулярністю та неправильною формою

включень заміняються геометричною моделлю з періодичним розташуванням включень правильної геометричної форми.

Сутність самоузгодження базується на заміні реальної взаємодії між собою численних структурних елементів породи взаємодією кожного структурного елемента з оточуючою його матрицею, яка має невідомі ефективні сталі.

7. Моделювання електричних властивостей

Електропровідність реального геологічного середовища залежить від множини факторів, які на різних глибинах в літосфері можуть змінюватися залежно від геодинамічних умов формування регіону. Оскільки більшість породотвірних мінералів земної кори слабкопровідні, то є всі передумови стверджувати: опір кристалічної матриці гірської породи достатньо великий та сягає $10^7 \div 10^9$ Ом·м. Дослідження літосфери методом магнітотелуричного зондування виявили велику кількість глибинних електричних аномалій, електропровідність яких коливається від десятків до десятків тисяч сіменс на метр. Відповідно, електропровідність блоково-ієрархічної структури літосфери визначається, скоріше за все, цілою сукупністю взаємопов'язаних факторів. Серед них провідними можуть бути включення з іонною та електронною провідністю, реологічна розшарованість літосфери, напружений стан (включаючи й термопружні напруги), температурний і флюїдний режим у літосфері [32-33].

Відмінність гірських порід за електричними властивостями та залежність останніх від різних фізико-геологічних факторів становлять фізичну основу застосування методів електророзвідки**.** Результати проведення математичного моделювання електричних властивостей можуть використовуватись крім електророзвідки ще і при геофізичних дослідженнях свердловин, вирішенні гідрогеологічних та інженерно-геологічних завдань.

7.1.Математичне моделювання електричної провідності

Електропровідність речовин зумовлена можливістю спрямованого руху носіїв заряду (електронів, іонів і дірок) під дією зовнішнього електричного поля.

Опір виникаючого електричного струму викликається хаотичним (тепловим) переміщенням заряджених часток і залежить від будови електронної оболонки атомів, кристалохімічних структур мінералів та іонізаційних властивостей розчинів електролітів [20].

За природою електропровідності серед гірських порід виділяються:

- провідники (електронні та іонні);
- напівпровідники;
- діелектрики.

Серед електропровідних включень можна виділити мінерали з електронною провідністю: магнетит (10–100 См/м), графіт (10^4–10^6 См/м), пірит (10–10^4 См/м), піротин (10^4–10^5 См/м). Вельми хорошими провідниками електричного струму є самородні елементи за винятком сірки, їхній питомий електричний опір становить 10^0–10^{-8} Ом·м. Основним джерелом іонної провідності є різного роду флюїди – насамперед водні розчини солей і розплави. Для порід, що перебувають в літосферних умовах, недостатніх для часткового плавлення речовини, тріщинно-порові розчини є переважним джерелом іонної провідності.

Існує достатньо велика кількість аргументів на користь того, що єдиним механізмом провідності неможливо пояснити всі спостережені аномалії електропровідності.

Разом з тим, якщо в породі з високим опором породотвірних мінералів провідні компоненти (заповнені водою пустоти, рудні мінерали) містяться у вигляді ізольованих включень, то вони не справляють суттєвого впливу на електропровідність породи: для того щоб опір порід почав знижуватися, обсяг сферичних включень має перевищити 70 %, а еліпсоїдних – 50 %. Водночас, наявність у породі кількох відсотків безперервно пов'язаних між собою провідних компонентів (рудні прожилки і заповнені електролітом тріщини) є достатньою причиною для зменшення питомого опору на декілька порядків. Якщо вміст безперервно пов'язаних між собою провідних компонентів

перевищує 10–20 %, то питомий опір порід стає близьким до питомого опору провідників.

При досить низькій електропровідності матриці геологічного середовища й відносно невеликої концентрації мінералів з електронною провідністю, а також включень-пустот і мікротріщин, заповнених флюїдом з іонною провідністю, винятково важливе значення мають умови, за яких спостерігається ефект просочування, що забезпечує зв'язаність включень з електронною та іонною провідністю. Для розв'язання цієї задачі математичним моделюванням використовують методи перколяції, які можна застосувати до неоднорідних середовищ з широким розподілом значень активної провідності, проте лише з короткомасштабними кореляціями [32-33].

Ефективна електропровідність неоднорідних середовищ може зростати не тільки за рахунок довжини й концентрації тріщин, але також і за рахунок збільшення розкритості тріщин. У випадку тріщинуватого середовища ефективна провідність може зростати без збільшення об'єму тріщин лише за рахунок збільшення їхньої довжини. Розкритість і довжину тріщин можна контролювати напруженим станом і температурою, тиском флюїду в тріщинах.

При дії на геологічне середовище однорідного електричного поля в ньому виникають поля $j_k(\overset{1}{x})$ і $E_n(\overset{1}{x})$, які задовольняють умову ергодичності, що дозволяє проводити заміну операції усереднення за ансамблем реалізації. У цьому випадку для макроскопічних полів $\langle j_k \rangle$ і $\langle E_n \rangle$ буде справедливий закон Ома

$$\langle j_k \rangle = \sigma^*_{kn} \langle E_n \rangle , \qquad (7.1)$$

де σ^*_{kn} – ефективний тензор електропровідності багатокомпонентної геологічного середовища. Тут кутові дужки означають операцію статистичного усереднення за ансамблем можливих орієнтацій включень.

У випадку двокомпонентного геологічного середовища для визначення ефективного тензора електропровідності

достатньо знайти невідомий тензор A_{mn} із співвідношення

$$\left\langle E_m^{(\overset{1}{x})} \middle|_1^{(\overset{1}{x})} \right\rangle = A_{mn} \langle E_n \rangle, \tag{7.2}$$

де $\left\langle E_m^{(\overset{1}{x})} \middle|_1^{(\overset{1}{x})} \right\rangle$ – середня напруженість електричного поля в компоненті 1, що перебувають в точці з координатою $\overset{1}{x}$.

Середні напруженості електричного поля і-го сфероїдального електрично ізотропного включення, орієнтованого в n-му напрямку $\langle E_k^{in} \rangle$, можна виразити через середні напруженості електричного поля в матриці-скелеті $\langle E_n^m \rangle$ і макроскопічну напруженість електричного поля $\langle E_k \rangle$ представницького об'єму геологічного середовища

$$\langle E_k^{in} \rangle = \langle E_k \rangle + c_m Z_{kl}^{(i)} d_{ln}^{(i)} \langle E_n^m \rangle, \tag{7.3}$$

де c_m – концентрація матриці-скелета; $d_{ln}^{(i)} = \sigma_{ln}^{(i)} - \sigma_{ln}^{(m)}$, $\sigma_{kn}^{(m)}$ – тензор електропровідності матриці.

Компоненти тензора $Z_{kl}^{(i)}$ визначають із співвідношення

$$Z_{kl}^{(i)} = (I_{kl} - D_{kq}^{(i)} f_{qt}^{(i)})^{-1} D_{tl}^{(i)}, \tag{7.4}$$

де $f_{qt}^{(i)} = \sigma_{qt}^{(i)} - \sigma_{qt}^{c}$, I_{kl} – одинична матриця другого рангу.

Тоді ефективний тензор електропровідності для двокомпонентного геологічного середовища

$$\sigma_{kn}^{*} = \sum_{r=1}^{2} c^{(r)} \sigma_{kp}^{(r)} A_{pn}^{(r)}, \tag{7.5}$$

де $A_{pn}^{(r)} = A_{pq}^{m} \left(I_{qs} + \bar{Z}_{ql}^{(r)} d_{ln}^{(r)} \right)$, $A_{pq}^{m} = \left(I_{pq} + c^{(1)} \bar{Z}_{pl}^{(1)} d_{lq}^{(1)} \right)^{-1}$, $\bar{Z}_{ql}^{(r)} = \langle Z_{ql}^{(r)} \rangle$.

Використовуючи розрахункову схему Морі–Танака, знаходимо загальний вираз для ефективної електропровідності багатокомпонентного геологічного середовища [43, 32-35].

$$\sigma_{kn}^{*} = \sum_{r=1}^{N+1} c^{(r)} \sigma_{kp}^{(r)} A_{pn}^{(r)}, \qquad (7.6)$$

де $A_{pn}^{(r)} = A_{pq}^{m}\left(I_{qn} + \bar{Z}_{ql}^{(r)} d_{ln}^{(r)}\right)$, $A_{pq}^{m} = \left(I_{pq} + \sum_{r=1}^{N} \bar{Z}_{pl}^{(r)} d_{lq}^{(r)}\right)^{-1}$.

Формула (7.6) забезпечує числовий розрахунок ефективної електропровідності багатокомпонентного геологічного середовища з будь-якою орієнтацією включень. Це досягається за допомогою використання функції розподілу орієнтації компонент f(φ,θ). Якщо задана функція f(φ,θ), то компоненти тензора $\langle Z_{kl}^{(r)} \rangle$ знаходять із співвідношення

$$\left\langle Z_{kl}^{(r)} \right\rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} a_{km} a_{ln} Z_{mn}^{(r)} f(\varphi,\theta) d\theta d\varphi, \qquad (7.7)$$

де a_{km} – компоненти матриці перетворення тензора $Z_{mn}^{(r)}$ до нової системи координат.

Для розрахунків ефективної електропровідності геологічного середовища, яке містить пори і мікротріщини, застосовуються методи самоузгодження (СУ) і диференціального самоузгодження (ДС). У методі ДС розрахунок електропровідності проводиться шляхом послідовного внесення в середовище малих порцій включень. Теорія методу СУ базується на припущенні, що мікротріщини ізольовані, хаотично орієнтовані, а їх концентрація незначна. Головна різниця між методами ДС і СУ полягає в тому, що теорії СУ не вистачає наявності порогу просочування. Це значить, що при низьких значеннях відносних концентрацій мікротріщин і пор електропровідність обумовлена наявністю сітки взаємопов'язаних мікротріщин. Цей аспект мікроструктури гірської породи має головне значення для аналітичного описання ефективної електропровідності геологічного середовища. З цього випливає, що в методах математичного моделювання залежність ефективної електропровідності від структури пустотного простору має

базуватись на врахуванні реальної мікроструктури гірської породи, а не на емпіричному підборі коефіцієнтів.

Для математичного моделювання впливу на ефективну електропровідність геологічного середовища структури пустотного простору використовують метод умовних моментів. Застосування цього методу для математичного моделювання ефективної електропровідності геологічного середовища забезпечує вирішення поставленої задачі в найбільш загальному вигляді без будь-яких обмежень на концентрацію і властивості компонентів, а також на структуру пустотного простору.

Урахування структури тріщинно-порового простору відбувається за допомогою формату пустот α (див. розд. 4).

7.2. Моделювання діелектричної проникності

Діелектрична проникність гірських порід (ε, Ф/м) характеризує зміну напруженості первинного електричного поля внаслідок електростатичної поляризації [20].

Позбавлені вологи гірські породи є двокомпонентними системами, діелектричні властивості яких визначаються:

1. частотою електричного поля;
2. мінеральним складом;
3. кількісним співвідношенням мінералів з різною діелектричною проникністю;
4. текстурними і структурними особливостями породи;
5. коефіцієнтом пористості.

Експериментальні дані щодо зменшення діелектричної проникності із зростанням частоти (ω) електричного поля описуються відомими формулами Дебая, за якими ε є функцією $1/\omega$.

Формули Дебая описують залежність дійсної ε' та уявної ε" частин комплексної діелектричної проникності середовища

$$\varepsilon = \varepsilon' - {}^{3}\varepsilon'' \qquad (7.8)$$

від частоти і часу релаксації τ:

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty}{1+\omega^2\tau^2}, \quad \varepsilon'' = \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}, \tag{7.9}$$

де ε_0 – значення ε' – для низьких частот, а ε_∞ – для високих частот.

Величина ε'' визначає втрати енергії, яка розсіюється в діелектрику в результаті змінення поляризації.

Залежність діелектричної проникності від мінерального складу принципово описується формулою Ліхтенекуера [20]

$$\varepsilon = \sum x_i \cdot \lg\varepsilon_i, \tag{7.10}$$

де $\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_i$ – діелектрична проникність суміші та окремих компонент; x_1, x_2 і x_i – об'ємні концентрації компонент ($\sum x_i = 1$).

Узагальнене рівняння Ліхтенекуера-Ротера виведено для врахування форми включень, яка описується їх форматом α [12, 18]:

$$\varepsilon_{\text{LR}} = (x_1 \cdot \varepsilon_{\text{м}}^{\alpha} + x_2 \cdot \varepsilon_{\text{фл}}^{\alpha})^{\frac{1}{\alpha}} \tag{7.11}$$

Однак найкращу збіжність розрахунків діелектричної проникності з експериментальними даними (для ізотропних порід) дає формула Л. В. Лоренц-Лоренца

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_1 \cdot x_2 \cdot (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\varepsilon_1 + 3^{-1} \cdot (1 - x_2) \cdot (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}, \tag{7.12}$$

а за значної відмінності діелектричної проникності компонент більш правильним є застосування рівняння В. М. Одолевського

$$\varepsilon = a + \sqrt{a^2 + 0{,}5 \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}, \tag{7.13}$$

де

$$a = 0{,}25 \cdot ((3 \cdot x_1 - 1) \cdot \varepsilon_1 + (3 \cdot x_2 - 1) \cdot \varepsilon_2).$$

Однак, в цих формулах не враховується, що гірська порода – анізотропна, і діелектричні її властивості в різних напрямках відрізняються.

Рівняння Крішера-Есдорна вже в першому наближенні враховує анізотропність породи, де застосовуються результати визначення діелектричної проникності в двох

взаємноперпендикулярних напрямках ($\varepsilon_{//}$ – вздовж і $\varepsilon_{\perp}$ – перпендикулярно певним спрямуванням) [12]:

$$\varepsilon_{\text{KE}} = \left[\frac{a}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{1-a}{\varepsilon_{//}}\right]^{-1}, \qquad (7.14)$$

де

$$\varepsilon_{//} = (1-\varphi)\cdot\varepsilon_1 + \varphi\cdot\varepsilon_2$$

$$\varepsilon_{\perp} = \left[(1-\varphi)\cdot\varepsilon_1^{-1} + \varphi\cdot\varepsilon_2^{-1}\right]^{-1}$$

φ – коефіцієнт пористості.

Відмінності розрахункових та експериментальних даних обумовлені залежністю діелектричної проникності від розміру включень (зростає із зменшенням діаметра зерен), від розподілу речовин у просторі тощо.

Зокрема, значення діелектричної проникності полікристалічних мономінеральних агрегатів є вищими за величини, характерні для відповідних мінералів. Крім того, не слід забувати що найпростіша модель реальної гірської породи є не двокомпонентною, а трикомпонентною, і враховувати внесок не тільки мінералів з електронною провідністю та мінералів-діелектриків, а й заповнювача пустотного простору.

Оскільки діелектрична проникність газів набагато менша, ніж мінералів, то ε сухих гірських порід зі збільшенням пористості зменшується, це зменшення є найпомітнішим у напрямку, перпендикулярному до площини орієнтації видовжених пустот.

Наявність у пустотах порід мінералізованого розчину спричиняє зростання діелектричної проникності гірських порід, оскільки величина цього параметра в розчині, що насичує пустотний простір, значно більша (близько 80 у вільної води, 30–80 – у рихлозв'язаної та 5–30 у міцнозв'язаної плівкової води), ніж у породотвірних мінералів.

Підвищення значень діелектричної проникності порід при водонасиченні може бути викликано також процесами поляризації в подвійному електричному шарі на контакті із твердою фазою. Вплив вологи на величину діелектричної

проникності тим більший, чим нижча частота електричного поля.

Зі збільшенням концентрації солей в пустотному наповнювачі діелектрична проникність порід зменшується, що особливо помітно в області низьких частот і малих концентрацій розчину.

Певна закономірність у розташуванні зерен мінералів, їхнє орієнтування відносно кристалографічних осей, а також чергування шарів різного мінерального складу створюють анізотропію діелектричної проникності гірських порід. Діелектрична проникність уздовж шаруватості вища, ніж упоперек. При цьому для водонасичених порід ця залежність виражена більш різко, ніж для сухих.

Вміст мінералів з електронною провідністю (зокрема магнетиту) та характер їхнього розподілу є визначальними також при формуванні величин тангенса кута діелектричних втрат. Крім того, досить значні зміни параметра може викликати зміна вмісту Fe^{2+} і Fe^{3+}.

Визначальним чинником впливу на величину діелектричної проникності порід є, безумовно, їхня пористість і склад заповнювача – найвищі її величини (до 80 Ф/м) встановлені для водонасичених пісків і пісковиків. Наступним, за значенням, чинником є співвідношення вмісту кварцу, карбонатів і глинистих мінералів як основних породотвірних мінералів осадових порід. Суттєвому зростанню ε сприяє підвищення вмісту глинистих мінералів, діелектрична проникність яких, завдяки наявності зв'язаної води в міжпакетному просторі, може перевищувати 25 Ф/м [4, 13, 20, 36-37].

8. Моделювання теплових властивостей

Як відомо, склад і стан земних надр є причиною багатьох геологічних процесів. Вивчення їх проводиться також і з допомогою теоретичних та експериментальних досліджень параметрів теплового поля (В. С. Зінченко, В.П.Коболев, В. Н. Кобранова, Н. Б. Дортман, Г. С. Хамідулліна). Розподілення температур у надрах Землі характеризується:

- просторовим розподілом і потужністю джерел тепла. Цими джерелами є Сонце, атмосферні опади, радіоактивні елементи, хімічні й фізичні реакції, кристалізація, ущільнення та інші процеси;
- здатністю гірських порід до теплообміну – передачі теплової енергії;
- просторовим розподілом порід з різними тепловими властивостями [20].

Одним з параметрів теплового поля є теплопровідність λ – [Вт/(м·К)], яка характеризує здатність середовищ і гірських порід передавати тепло та в цілому визначається за формулою:

$$\lambda = \frac{q}{gradT},$$

де q – щільність теплового потоку, $gradT$ – температурний градієнт.

Для мінералів характерним є кондуктивний тепло обмін. Коефіцієнт їхньої теплопровідності змінюється від 0,3 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$ (сірка) до > 420 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$ (срібло). Висока теплопровідність (до 300 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$) спостерігається у золота, міді, деяких інших самородних елементів-неметалів, таких як графіт і алмаз, дещо нижча (100÷200 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$) вона в Al, K, Na, Mg, Ca. Середні значення коефіцієнта теплопровідності (10 ÷ 50 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$) властиві Pb, Sb, Мп, Th, U, Zr, понижені (1,5 ÷ 10 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$) – Hg, Bi, Cd, низькі (0,5 ÷ 1,5 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$) – B, і дуже низькі (< 0,5 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$) – H, N, F, Cl2, O2, S, Se тощо. Присутність у складі мінералів елементів з високою теплопровідністю нерідко підвищує їхнє значення λ, а

елементів із середньою, зниженою і дуже низькою теплопровідністю – понижує значення λ.

До мінералів з відносно низькою теплопровідністю (належать: лід, гіпс, каолініт (0,88 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$), флогопіт (0,5 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$), біотит (2 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$). Склад впливає на λ не тільки через відмінність теплопровідності елементів, що входять у мінерали, але й через неоднакову щільність упаковки (різна кількість найближчих сусідів і неоднакова відстань між атомами) певних атомів або іонів у мінералах різноманітного складу.

Анізотропія теплопровідності властива тією чи іншою мірою всім мінералам, однак якщо для мінералів кубічної сингонії відмінність значень λ, як правило, не перевищує перших відсотків, то в мінералах ромбічної та моноклінної сингоній вона сягає вже 20–50 %. а в слюдах – 500–600 % (теплопровідність біотиту і мусковіту, наприклад, уздовж головної оптичної осі не перевищує 0,52–0,62 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$, а перпендикулярно до неї становить 3,14–3,89 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$).

У загальному випадку теплопровідність гірських порід залежить від їхнього:

- мінерального складу;
- структури;
- текстури;
- густини;
- пористості;
- вологості;
- температури.

Теплопровідність гірських порід як трифазних систем визначається сукупним впливом їхніх фаз: газової, рідинної, твердої.

У газах передача теплоти здійснюється за рахунок обміну енергією між молекулами з різною швидкістю теплового руху при їхньому зіткненні. Теплопровідність атмосферного повітря за Т = 273 К та Р = 0,1 МПа становить 0,024 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$, метану (при Т = 300 К) – 0,034 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$, а етану – 0,021 $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$.

У рідинах і твердих тілах теплопровідність забезпечується переважно за рахунок кондуктивного перенесення тепла – безпосередньої передачі енергії теплового руху (обертальний і коливальний рух молекул і атомів) сусіднім часткам речовини. Коефіцієнт теплопровідності рідин є пропорційним їхній теплоємності, густині, середній міжмолекулярній відстані та швидкості переміщення молекул від нагрітого до менш нагрітого шару.

Теплопровідність води при підвищенні температури спочатку зростає, а далі (при $T \approx 400$ К) зменшується в результаті послаблення взаємодії між молекулами рідини. Вплив тиску на теплопровідність виявляється лише в області високих тисків (зростання тиску на 1000 МПа обумовлює зростання теплопровідності на 40 %). Збільшенню теплопровідності сприяє підвищення мінералізації води. При зростанні температури та тиску теплоємність води слабко зменшується. Теплопровідність і теплоємність рідких вуглеводнів значно нижчі ніж води, що обумовлює різке зниження цих параметрів у породах, насичених нафтою.

Теплопровідність твердої фази порід залежить від мінерального складу, форми, розмірів і просторової орієнтації зерен [20].

Законом Відемана – Франца встановлена пряма залежність між коефіцієнтом теплопровідності (λ) та електропровідністю провідників і напівпровідників (σ):

$$\lambda = B \cdot k^2 \cdot e^{-2} \cdot T \cdot \sigma,$$

де k – постійна Больцмана; e – заряд електрона; T – температура; B – константа (B = 3 у провідниках, 2,5 – у напівпровідниках).

У слабкопористих породах вплив складу є домінуючим, і теплопровідність можна оцінити за вмістом мінералів

$$\lambda_т = \frac{1}{\sigma_т \cdot \sum_i \frac{n_i}{\sigma_i \cdot \lambda_i}},$$

де n_i, σ_i та λ_i – частковий вміст, густина і теплопровідність мінералів, $\sigma_т$, $\lambda_т$ – густина і теплопровідність твердої фази.

Такі рівняння використовуються при неврахуванні анізотропності геологічного середовища.

При математичному моделюванні теплових параметрів зазвичай використовують наближені моделі, де, зокрема, гірська порода представляється двофазним середовищем з матрицею та включеннями (мінерали або пустоти, що заповнені газом або рідиною) подібно до моделей, що розглядалися при моделюванні електричних параметрів.

Математична модель породи в даній роботі представляє собою матрицю, яка за мінералогічним складом представлена мономінерально. Матриця розчленована різними за формою пустотами з відмінними значеннями форматів ($\alpha = \mathrm{a/c}$, a, c – напіввісі еліпсоїда), що заповнені флюїдом чи газом.

Несферичні включення використовуються для моделювання подовжених пустот або тріщин переважно у формі еліпсоїда [12].

Якщо проводити математичне моделювання електричних і теплових параметрів [6, 12, 18] і моделювати включення як еліпсоїд, то це вимагає врахування об'ємних ефектів деполяризації (L_x, L_y, L_z) уздовж головних напрямків x, y, z еліпсоїда з умовою

$$L_x + L_y + L_z = 1.$$

Еліпсоїдні включення можуть мати певну орієнтацію осі (анізотропії моделі), або вони розподілені випадковим чином (ізотропні моделі).

Припускаючи, що система тріщинуватості має орієнтацію, теплопровідність необхідно визначити як тензор. Тензор теплопровідності спрощується для випадку, коли осі еліпсоїда збігаються з осями декартової системи координат. Для моделей пустот еліпсоїдального вигляду з довгими осями еліпсоїда a, b, паралельними осям координат x, y, і короткою віссю еліпсоїда

$$c \ll a = b,$$

паралельною осі координат z, компоненти теплопровідності є розв'язками наступних рівнянь:

$$\left(\frac{\lambda_{фл} - L_x}{\lambda_{фл} - \lambda_м}\right) \cdot \left(\frac{\lambda_м}{L_x}\right)^{L_a} = 1 - C_n \qquad (8.1)$$

$$\left(\frac{\lambda_{\text{фл}} - L_z}{\lambda_{\text{фл}} - \lambda_{\text{м}}}\right) \cdot \left(\frac{\lambda_{\text{м}}}{L_z}\right)^{L_c} = 1 - C_n$$

де

$\lambda_{\text{фл}}$ - теплопровідність пустотного наповнювача (флюїду),

$\lambda_{\text{м}}$ - теплопровідність матриці;

L_z - показник деполяризації в вертикальному напрямку,

$L_x = L_y$ - показники деполяризації в напрямку площини XOY,

C_n - концентрація пустот певного формату α.

Таким чином, для застосування (8.1) необхідна оцінка показників деполяризації (Sen et al., 1981):

$$L_z = 1 - \frac{\pi}{2} \cdot \alpha$$

$$L_x = L_y = \frac{1 - L_z}{2} = \frac{\pi}{4} \cdot \alpha$$

Подібні моделі можна використовувати для моделювання теплопровідності тріщинуватих порід з певною орієнтацією пустот [18].

9. Математичне моделювання магнітних властивостей при вирішенні прикладних задач археології

У гірській породі, розміщеній в магнітному полі, з'являється внутрішнє магнітне поле, що накладається на зовнішнє (намагнічувальне). Мірою намагнічування речовини є її намагніченість (J), яка є функцією напруженості зовнішнього магнітного поля (Н).

Для парамагнетиків зв'язок між цими параметрами в широкій області полів носить лінійний характер:

$$J = æ \cdot H. \qquad (9.1)$$

Об'ємна намагніченість $\vec{J}_v = æ \vec{I}$, а масова $\vec{J}_m = \chi \vec{H}$.

Коефіцієнт пропорційності æ називається об'ємною магнітною сприйнятливістю, а χ – масовою магнітною сприйнятливістю.

$$\vec{J}_m = \vec{J}_v / \sigma = \chi \vec{H}, \quad \vec{J}_v = \sigma æ \vec{H} \qquad (9.2)$$

$$\chi = æ/\sigma \text{ в м}^3/\text{кг}.$$

Магнітна сприйнятливість пов'язана для парамагнетиків з відносною магнітною проникністю (μ) співвідношенням

$$\mu = 1 + æ. \qquad (9.3)$$

У феромагнетиках æ та μ складним чином залежать від напруженості поля [20].

Намагніченість - характеристика магнітного макроскопічного стану тіла, магнітний момент одиниці об'єму речовини. Намагніченість є векторної сумою індуктивної і залишкової намагніченості. Вивчення намагніченість входить як обов'язковий елемент в петромагнітні й палеомагнітні дослідження, зокрема для інтерпретації природи магнітних аномалій. Надійно оцінити середню намагніченість великих геологічних тіл за зразками дуже важко, наближено це можна зробити за магнітної аномалії над геологічним тілом. У першому наближенні для побудови петромагнітної карти,

збору первинної петромагнітної інформації можна прийняти для більшості відслонених на поверхні або близповерхневих геологічних тіл (висота магнітної зйомки помітно менше горизонтальних розмірів тіла), що намагніченість

$$J = \Delta H_z / 4\pi, \qquad (9.4)$$

де ΔH_z - вертикальна складова напруженості магнітного поля.

Залишкова намагніченість ($J_м$) - намагніченість, що залишається після виключення зовнішнього постійного магнітного поля. Відповідно, наявність у зразка (породи) залишкової намагніченості будь-якого виду однозначно свідчить про присутність у ньому магнітних мінералів. Залишкова намагніченість - джерело палеомагнітної інформації, один з важливих джерел петромагнітної інформації, як структурно-чутлива характеристика, характеристика магнітного стану, що залежить від умов утворення і перетворення магнітних мінералів.

У практиці геологорозвідувальних робіт, які спрямовані на вивчення геологічного середовища, провідні дослідження відводяться магнітометричним методам. Геологічна інтерпретація цих матеріалів разом з методикою і технікою польових робіт забезпечують ефективність геофізичних методів. Основним напрямом геофізичних досліджень при магнітних дослідженнях в геології та вирішенні інших практичних задач в останні десятиліття було моделювання магнітозбурюючих об’єктів за комплексом геологічних і геофізичних даних [3, 8, 16, 24-25].

Магнітометрія є ефективним методом археологічного картування, оскільки майже будь-який вид господарської діяльності людини супроводжується підвищенням магнітних характеристик (магнітної сприйнятливості (χ) та природної залишкової намагніченості (J_r) ґрунтів як на поселеннях, так і на могильниках. Ці ефекти можуть бути виміряні за допомогою магнітометрів.

Магнітна модель описує магнітний об'єкт: його форму, розмір, глибину залягання та магнітні властивості.

Синтетична магнітна модель створюється для обчислення аномалії магнітного поля від фактичного або передбачуваного об'єкта.

Це робиться з метою:

1) спрогнозувати чи можна виявити об’єкт за допомогою магнітного знімання.

2) перевірити, чи виявлений в процесі розкопок об’єкт дійсно створює виміряну аномалію.

3) розділити ефекти від різних об’єктів.

4) створити адекватну початкову модель для автоматизованої програми інверсії.

Магнітна модель для прямої задачі відрізняється від магнітної моделі, отриманої за результатами вирішення оберненої задачі. Остання є оцінкою магнітного об'єкта, інтерпретованого з карти аномалій геомагнітного поля.

Для побудови прямої магнітної моделі необхідно задати геометрію об’єкта та його намагніченість. В археології геометрію магнітного об’єкта, як правило, можна задати користуючись інформацією про аналогічні розкопані об’єкти. Складніше оцінити намагніченість. Однак деякі з магнітних властивостей можна виміряти в полі простими методами. Наприклад, магнітну сприйнятливість можна виміряти за допомогою ручного капаметра, або в лабораторії на зразках.

Аномалії магнітного поля (рис. 9.1) над археологічними об’єктами утворюються двома способами [24-25].

Перший пов’язаний з набуттям термозалишкової намагніченості (J_{rt}) об’єктами з глинистих матеріалів внаслідок дії високих температур. При випалі кераміки, виплавці заліза в печах і горнах, обпаленні фундаментів під житла, природних пожежах тощо відбувається утворення нових магнітних мінералів – магнетиту та магеміту – носіїв J_{rt}. Зазвичай вона дуже сильна порівняно з J_r оточуючого ґрунту, отже такі об’єкти утворюють знакозмінні аномалії з інтенсивністю до кількасот нТл.

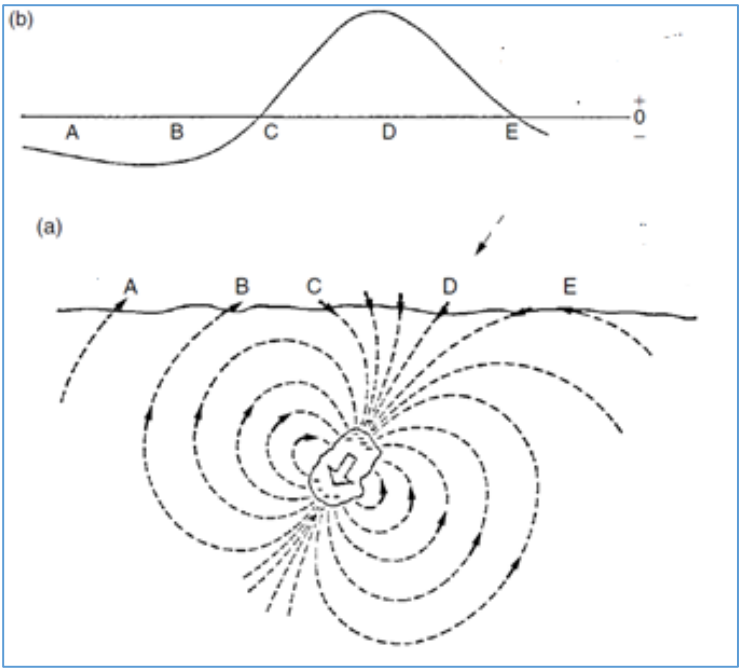


Рис. 9.1. Аномалії магнітного поля над археологічними об’єктами

Другий спосіб утворення магнітних аномалій обумовлений різницею магнітної сприйнятливості (χ) об’єкту та вміщуючого ґрунту. При копанні ґрунтових могил, жител-землянок, господарських ям, глибина яких перевищує товщину гумусованого горизонту ґрунту, у лесовій материнській породі утворюється заглиблення, яке потім заповнюється перемішаним ґрунтом із значним вмістом гумусового матеріалу.

Для того, щоб порахувати магнітний ефект від об'єкта необхідно знати його повну намагніченість. Повна намагніченість є векторною сумою індуктивної та залишкової складових. В свою чергу, індуктивна намагніченість визначається магнітною сприйнятливістю речовини та напруженістю геомагнітного поля.

Хоча не треба забувати, що всі види намагніченості є векторами. Однак, як правило, напрямки намагніченості археологічних об’єктів, які не зрушували з місця, співпадають з напрямком сучасного геомагнітного поля. Виключення складають об’єкти з глини, які зазнали потужного випалу (пічки, горни) за часів, коли напруженість і напрямок геомагнітного поля в місці розташування археологічної пам’ятки був суттєво відмінним від сучасного.

Таким чином, повна намагніченість об’єкта визначається його магнітною сприйнятливістю та залишковою намагніченістю.

Магнітні аномалії від слабомагнітних об’єктів, з якими часто має справу археологічна магнітометрія, обумовлені різницею повної намагніченості об’єкту та вміщуючого ґрунту.

Після того, як параметри моделі отримані, магнітне поле цієї моделі можна обчислити за допомогою комп'ютерних програм, багато з яких доступні безкоштовно, зокрема програми GaMField Рис (9.2.)

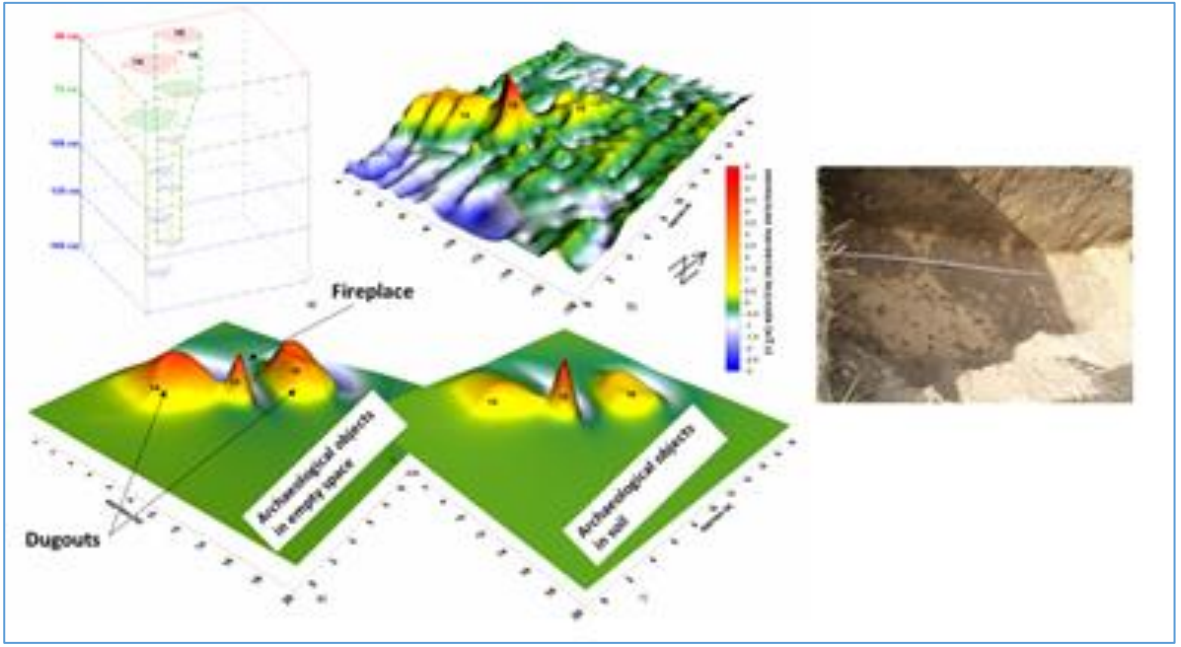


Рис. 9.2. Приклад аномалій магнітного поля над археологічними об’єктами [26]

Частина 2. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт

1. Побудова петрофізичної моделі гірської породи

Завдання до лабораторної роботи

1. Визначити петрографічні типи порід, що складають геологічний розріз (див. додаткову інформацію - результати петрофізичних досліджень колекції зразків).
2. За вказаним варіантом обрати петрофізичний параметр для аналізу.
3. Оцінити поведінку петрофізичного параметру з глибиною.
4. Для кожного петрографічного типу порід побудувати гістограму розподілу параметру згідно варіанту. Визначити тип розподілу та пояснити його характер. Розрахувати середнє значення, дисперсію та стандартне відхилення. Для розрахунків використати програмне забезпечення Statystyka або EXCEL з додатковими розрахунками для побудови гістограм.
5. Для кожного петрографічного типу порід побудувати математичні моделі за обраним типом властивості. Математичні моделі будуть представлені графіками залежностей обраного петрофізичного параметру та трьох інших параметрів, наведених в таблиці 1.1. Обрати тип залежності з максимальним коефіцієнтом кореляції та визначити степінь залежності та коефіцієнт кореляції. Навести кореляційні рівняння зв'язку параметрів.
6. Пояснити характер таких залежностей.
7. Результати роботи представити у вигляді гістограм, графіків з кореляційними залежностями та аналітичної записки.

Матеріали для аналізу петрофізичних параметрів а геологічна характеристика зразків порід надаються викладачем.

На цьому етапі рекомендуємо для статистичної обробки даних використати функції програми MS Excel:

- для побудови графіків - «Вставка»: «Діаграми»;
- гістограма може бути розрахована за відомими статистичними формулами або побудована модулем «Гістограма» надбудови «Аналіз даних» програми MS Excel, дана функція виконає автоматично побудову гістограми.

Таблиця 1.1. Варіанти для аналізу петрофізичних параметрів:

Варі-ант	Параметр	Параметри для кореляційного аналізу
1.	Об’ємна густина	Позірна мінералогічна густина Пористість зразків насичених азотом та рідиною Швидкість розповсюдження повздовжньої хвилі
2.	Позірна мінералогічна густина	Об’ємна густина Пористість зразків насичених азотом та рідиною Швидкість розповсюдження повздовжньої хвилі
3.	Пористість зразків насичених азотом та рідиною	Об’ємна густина Швидкість розповсюдження повздовжньої хвилі Параметр пористості
4.	Абсолютна газопроникність	Пористість зразків насичених азотом та рідиною Параметр пористості Швидкість розповсюдження повздовжньої хвилі

5.	Електричний опір	Об’ємна густина Пористість зразків насичених азотом та рідиною Параметр пористості
6.	Параметр пористості	Об’ємна густина Пористість зразків насичених азотом та рідиною Електричний опір
7.	Швидкість розповсюдження повздовжньої хвилі	Об’ємна густина Пористість зразків насичених азотом та рідиною Позірна мінералогічна густина
8.	Швидкість розповсюдження поперечної хвилі	Об’ємна густина Пористість зразків насичених азотом та рідиною Позірна мінералогічна густина
9.	Коефіцієнт Пуассона	Об’ємна густина Пористість зразків насичених азотом та рідиною Позірна мінералогічна густина

Таблиця 1.2. Ступень залежності параметрів, що досліджувалися.

Кореляція	Від’ємна	Додатна
Відсутня	−0.09 до 0.0	0.0 до 0.09
Низька	−0.3 до −0.1	0.1 до 0.3
Середня	−0.5 до −0.3	0.3 до 0.5
Висока	−1.0 до −0.5	0.5 до 1.0

Форми представлення результатів

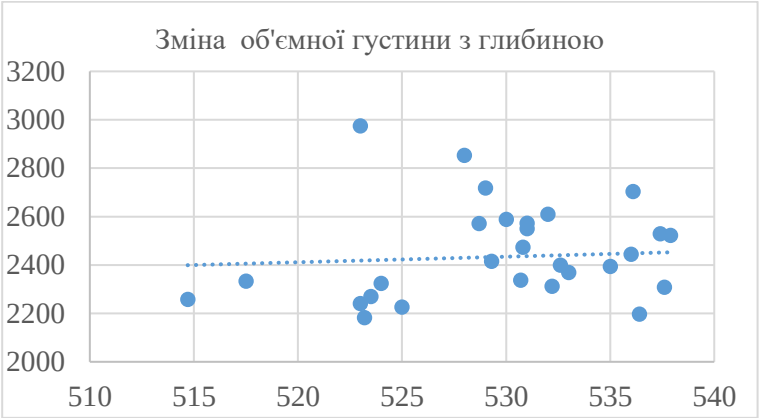


Рис. 1.1. Приклад аналізу зміни петрофізичного параметра з глибиною для певного інтервалу порід

Рис. 1.2. Приклад побудови гістограми петрофізичного параметра

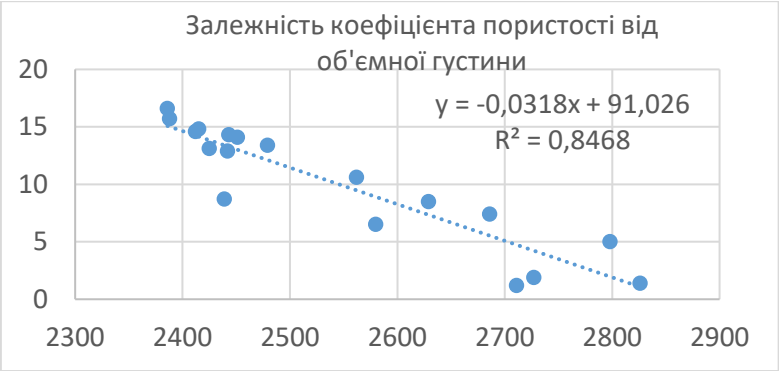


Рис. 1.3. Приклад побудови кореляційної залежності петрофізичних параметрів для конкретного літотипу порід

Аналітична записка має містити опис проведених розрахунків і побудов, а також аналіз отриманих гістограм, графіків та кореляційних залежностей.

2. Математичне моделювання методом Фойгта-Реусса-Хілла впливу пористості на швидкості пружних хвиль гірських порід

Завдання до лабораторної роботи

1. Обрати за варіантом (табл. 2.1.) мінеральний склад породи.
2. Для двокомпонентної багатошарової моделі (матриця, пустотний наповнювач) розрахувати пружні модулі (модуль стиснення, модуль зсуву) як функцію пористості на основі моделей Фойгта (верхня межа) і Реусса (нижня межа) і середнє значення як значення за Фойгтом-Реуссом-Хіллом .
3. Для тієї ж двокомпонентної моделі розрахувати пружні модулі для верхньої і нижньої межі змін параметрів з моделлю Хашина-Штрікмана.
4. Розрахувати значення об'ємної густини та швидкостей повздовжніх хвиль в залежності від пористості (від 0,01 до 0,5 через інтервал 0,005) для різних моделей (Фойгта, Реусса, Фойгта-Реусса-Хілла).
5. Побудувати графіки залежності на швидкостей повздовжніх хвиль порід від пористості для різних моделей.
6. Результати роботи представити у вигляді таблиць, графіків та аналітичної записки.

Розрахункові формули:

1. Розрахунок модуля стиснення за Фойгтом (K_v):

$$K_v = (1 - \varphi) \cdot K_м + \varphi \cdot K_{фл}$$

де φ – коефіцієнт пористості,
$K_м$ – модуль стиснення матриці,
а $K_{фл}$ - модуль стиснення пустотного наповнювача.

2. Розрахунок модуля зсуву за Фойгтом:

$$\mu_v = (1 - \varphi) \cdot \mu_м$$

$\mu_м$– модуль зсуву матриці
та $\mu_{фл}$ – модуль зсуву пустотного наповнювача.

3. Розрахунок модуля стиснення за Реуссом:

$$K_R = \left(\frac{(1-\varphi)}{K_м} + \frac{\varphi}{K_{фл}}\right)^{-1}$$

4. Розрахунок модуля зсуву за Реуссом:

$$\mu_R = 0,$$

5. За Фойгтом-Реуссом-Хіллом розраховується значення модулей як середнє арифметичне значення.

$$k_{VRH} = \frac{k_V + k_R}{2} \qquad \mu_{VRH} = \frac{\mu_V + \mu_R}{2}$$

6. Розрахунок модулей стиснення за Хашином-Штрикманом:
верхня межа:

$$K_{HS,верхня} = K_м + \frac{\varphi}{\left(K_{фл} - K_м\right)^{-1} + (1-\varphi)\cdot\left(K_м + \frac{4}{3}\cdot\mu_м\right)^{-1}}$$

нижня межа:

$$k_{HS,нижня} = K_{фл} + \frac{1-\varphi}{\left(K_м - K_{фл}\right)^{-1} + \varphi\cdot\left(K_{фл}\right)^{-1}}$$

7. Розрахунок швидкості розповсюдження повздовжньої хвилі в породі:

$$V_p = \sqrt{\left(K + \frac{4}{3}\mu\right)/\sigma},$$

де σ – об'ємна густина породи, яка визначається за формулою:

$$\sigma = (1-\varphi)\sigma_м + \varphi\sigma_{фл}.$$

Результати досліджень можуть бути порівняні з трьома найбільш часто використовуваними теоретичними методами:

межами Хашина-Штрікмана [9], самоузгодженим наближенням (SCA) [2, 5, 10] та диференціальним ефективним середовищем (DEM) підхід [2]. Специфікація пористості та модулів складових дозволяє розрахувати строгі верхні та нижні межі для модулів пружності будь-якої породи. Так звані межі Хашина-Штрікмана [9] дають верхню та нижню межі, обчислюються шляхом заміни модулів матричного та пустотного компонентів. У випадку, коли одна фаза має нульові модулі пружності, нижня межа стає нульовою, і тому має значення лише верхня межа.

Таблиця 2.1. Варіанти для виконання роботи:

Варіант	Складові	k в ГПа	μ в ГПа	σ в кг/м^3
1, 2, 7	кварц	37,0	43,0	2650
3, 4, 8	кальцит	73,0	32,0	2710
5, 6, 9	доломіт	94,0	46,0	2860
1, 3, 5	вода	1,33	0,00	1100
2, 4, 6	нафта	0,80	0,00	880
7, 8, 9	газ	0,20	0,00	0,001

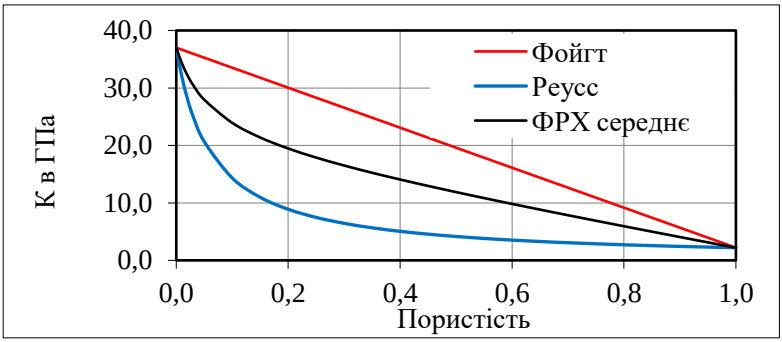
Форми представлення результатів

Таблиця 2.2. Результати розрахунків пружних модулів та швидкостей повздовжніх хвиль на основі моделей Фойгта, Русса і Фойгта-Реусса-Хілла .

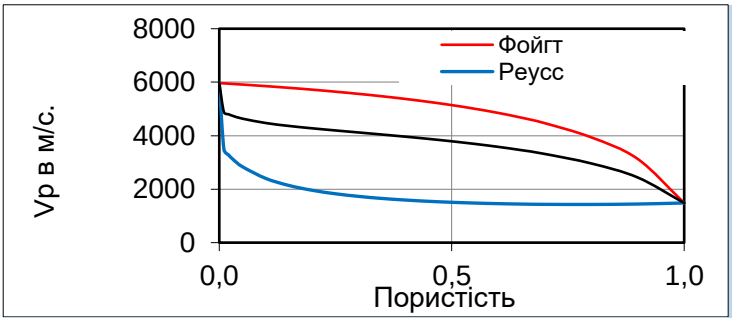
Порис-тість	k в ГПа			μ в ГПа			σ в кг/м^3	Vp в м/с		
	Ф	Р	ФРХ	Ф	Р	ФРХ		Ф	Р	ФРХ

Таблиця 2.3. Результати розрахунків пружних модулів та швидкостей повздовжніх хвиль на основі моделей Хашина-Штрікмана.

Пористість	k в ГПа		μ в ГПа		Vp в м/с	
	kHS-верхня	kHS-нижня	μHS-верхня	μHS-нижня	HS-верхня	HS-нижня



а



б

Рис 2.1. Приклади оформлення графіків

Аналітична записка має містити опис проведених розрахунків і побудов, а також аналіз отриманих значень і залежностей.

3. Математичне моделювання швидкостей пружних хвиль і пористості в залежності від складу породи і щільності тріщин

Завдання до лабораторної роботи

1. Обрати за варіантом (табл. 3.1.) мінеральний склад породи.
2. Розрахувати об'ємну густину, пружні модулі (модуль стиснення, модуль зсуву) та нормалізовані швидкості пружних хвиль (до відповідних швидкостей твердої матриці породи та пустотного наповнювача для порід з пустотами у вигляді сфер (гранулярні пустоти) в залежності від концентрації пустот даного типу.
3. Розрахувати об'ємну густину, пружні модулі та нормалізовані швидкості для порід з пустотами у вигляді витягнутого еліпсу (вторинні пустоти) в залежності від концентрації пустот даного типу та формату пустот (формати пустот – 0,01, 0,05, 0,2).
4. Побудувати графіки залежності розрахованих нормалізованих швидкостей пружних хвиль в залежності від пористості для варіантів:

- пустоти у вигляді сфер,
- пустоти у вигляді еліпсів заданих форматів

5. Результати роботи представити у вигляді таблиць, графіків та аналітичної записки.

Розрахункові формули:

Для врахування форми пустот в роботі будуть використані формули для пустот у вигляді сферичної форми та ущільнених пустот у вигляді сфероїда.

Густину породи визначити для відомих значень об’ємних густин матриці та пустотного заповнювача при змінному коефіцієнті пористості φ_i:

$$\sigma_i = (1 - \varphi_i)\sigma_{\text{м}} + \varphi_i\sigma_{\text{фл}}.$$

Розрахунок швидкостей розповсюдження повздовжньої і поперечної хвиль в породі здійснити за формулами :

$$V_p = \sqrt{\left(k_{KT} + \frac{4}{3}\,\mu_{KT}\right)\Big/_{\sigma}} \qquad V_s = \sqrt{\mu_{KT}\,/_{\sigma}}.$$

де k_{KT} - модуль стиснення та μ_{KT} - модуль зсуву, що розраховані за модельними рівняннями Кустера і Токсьоза при різних формах пустот.

$$k_{KT} = \left(k_s + \varphi \cdot \frac{\frac{4}{3}\cdot \mu_{м} \cdot \left(k_{фл} - k_{м}\right)}{k_{м} + \frac{4}{3}\cdot \mu_{м}} \cdot P^{si}\right) \cdot \left(1 - \varphi \cdot \frac{\left(k_{фл} - k_{м}\right)}{k_{м} + \frac{4}{3}\cdot \mu_{м}} \cdot P^{si}\right)^{-1}$$

$$\mu_{KT} = \mu_{м} \cdot \left(1 - \varphi \cdot Q^{si} \cdot \frac{\varsigma_s}{\mu_{м} + \varsigma_s}\right) \cdot \left(1 + \varphi \cdot Q^{si} \cdot \frac{\mu_{м}}{\mu_{м} + \varsigma_s}\right)^{-1}$$

де в рівняннях фігурують розрахункові параметри P^{si}, Q^{si} для двох типів пустот.

1. Включення представляють собою пустоти сферичної форми:

$$P^{si} = \frac{k_{м} + \frac{4}{3}\cdot\mu_{м}}{k_{фл} + \frac{4}{3}\cdot\mu_{м}} \quad Q^{si} = \frac{\mu_{м} + \varsigma_s}{\mu_{фл} + \varsigma_s} \quad \varsigma_s = \frac{\mu_{м}}{6} \cdot \frac{9\cdot k_{м} + 8\cdot\mu_{м}}{k_{м} + 2\cdot\mu_{м}}$$

2. Включення представляють собою пустоти еліптичної форми

$$P^{si} = \frac{k_{м}}{k_{фл} + \pi\cdot\alpha\cdot\beta_{м}}, \quad Q^{si} = \frac{1}{5}\cdot\left(1 + \frac{8\cdot\mu_{м}}{\pi\cdot\alpha\cdot(\mu_{м} + 2\cdot\beta_{м})} + 2\cdot\frac{k_{фл} + \frac{2}{3}\cdot\mu_{м}}{k_{фл} + \pi\cdot\alpha\cdot\beta_{м}}\right),$$

де α – формат пустот, який в роботі прийняти 0,2, 0,05, 0,01;

$$\varsigma_{фл} = \frac{\mu_{фл}}{6}\cdot\frac{9\cdot k_{фл} + 8\cdot\mu_{фл}}{k_{фл} + 2\cdot\mu_{фл}}, \quad \beta_{м} = \mu_{м}\cdot\frac{3\cdot k_{м} + \mu_{м}}{3\cdot k_{м} + 4\cdot\mu_{м}}$$

Таблиця 3.1. Варіанти для виконання роботи:

Варіант	Складові	k в ГПа	μ в ГПа	σ в кг/м^3
1, 2, 7	кварц	37,0	43,0	2650
3, 4, 8	кальцит	73,0	32,0	2710
5, 6, 9	доломіт	94,0	46,0	2860
1, 3, 5	вода	2,2	0,0	1000
2, 4, 6	газ	0,2	0,0	0,001
7, 8, 9	нафта	0,80	0,0	880

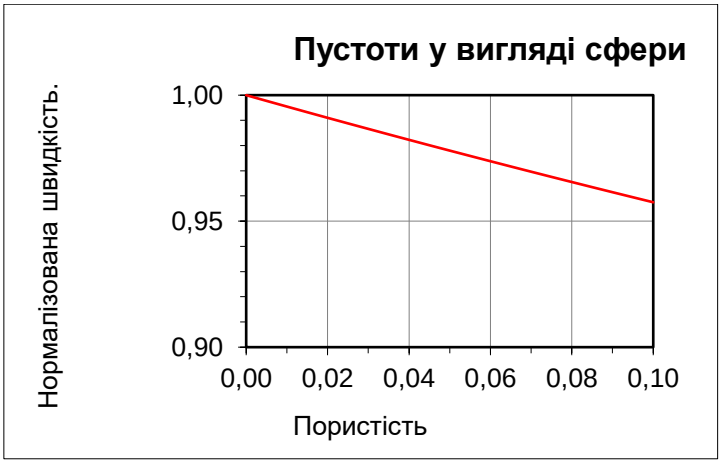
Форми представлення результатів

Таблиця 3.2. Результати моделювання параметрів для порід з пустотами у вигляді сфер

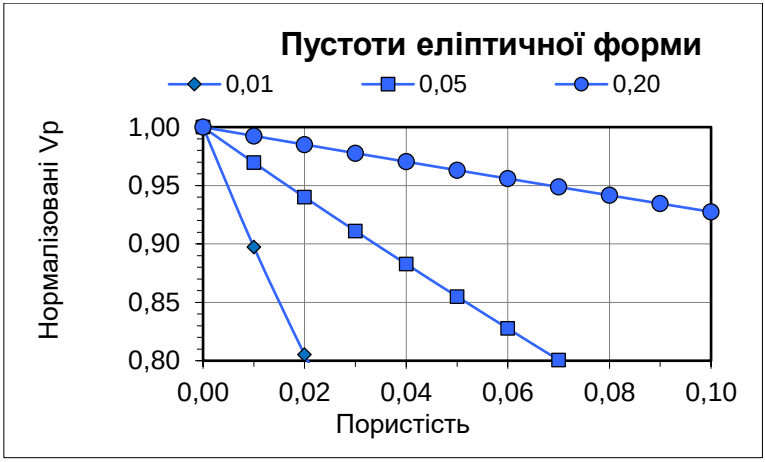
Пористість ϕ	σ в кг/м^3	k в ГПа	μ в ГПа	Нормалізовані швидкості	
				V_p в м/с	V_s в м/с

Таблиця 3.3. Результати моделювання параметрів для порід з пустотами у вигляді витягнутого еліпсу

k в ГПа			μ в ГПа			Нормалізовані швидкості					
						V_p в м/с			V_s в м/с		
α			α			α			α		
0,01	0,0500	0,2000	0,01	0,05	0,2	0,01	0,05	0,2	0,01	0,05	0,2



а



б

Рис 3.1. Приклади оформлення графіків

Аналітична записка має містити опис проведених розрахунків і побудов, а також аналіз отриманих значень і залежностей.

4. Математичне моделювання швидкостей пружних хвиль і пористості в залежності від складу породи і щільності тріщин випадкової орієнтації

Завдання до лабораторної роботи

1. Обрати за варіантом (табл. 4.1.) мінеральний склад породи.
2. Розрахувати об'ємну густину, пружні модулі (модуль Пуассона, зсуву та стиснення) та швидкості пружних хвиль для порід з випадково орієнтованими пустотами в залежності від щільності пустот (ε: від 0 до 0,5 через інтервал 0,05).
3. Розрахувати концентрації пустот (пористість) різних типів (формати пустот α: 0,01; 0,5; 0,2) в породі в залежності від їх щільності.
4. Побудувати графіки залежності значень швидкостей пружних хвиль від щільності пустот ($V = f(\varepsilon)$) та концентрації пустот певних типів від щільності пустот ($C_n = f(\varepsilon)$) для розрахованих моделей для різних типів пустот (формат α).
5. Результати роботи представити у вигляді таблиць, графіків та аналітичної записки.

Математичне моделювання пружних властивостей гірських порід має враховувати наявність в породах пустот різного походження та форми.

Модулі пружності твердого тіла, яке пронизаного пустотами з ізотропними властивостями, розраховуються з використанням самоузгодженого наближення.

В роботі досліджуються пружні і акустичні параметри в залежності від щільності пустот ε, яка за Гібсоном та Токсьозом визначена

$$\varepsilon = na^3,$$

де n - кількість пустот на одиницю об'єму, а - радіус пустоти.

Цей параметр щільності пустот може бути кількісно пов'язаний зі слідами пустот ущільнення та тріщин, що спостерігаються у шліфах порід. У всіх випадках обидві швидкості пружних хвиль зменшуються зі збільшенням щільності пустот. Відношення швидкостей V_P/V_S зменшується для сухих пустот та збільшується для насичених пустот.

Порівняння теорії зі швидкостями хвиль, виміряними в лабораторних зразках гірських порід, показує її справедливість при великих значення щільностей пустот. Використання теоретичних результатів може бути корисним при подальших дослідженнях передсейсмічних явищ.

В роботі використані формули Берхарда Будянського для порід з випадково розподіленими пустотами різної форми та щільності.

Таблиця 4.1. Варіанти для виконання роботи:

Варіант	Складові	k в ГПа	μ в ГПа	σ в кг/м^3
1, 3, 7	кварц	37,0	43,0	2650
2, 4, 6	кальцит	73,0	32,0	2710
5, 8, 9	доломіт	94,0	46,0	2860
1, 3, 5	вода	2,2	0,0	1000
2, 4, 6	газ	0,2	0,0	0,001
7, 8, 9	нафта	0,80	0,0	880

Розрахункові формули:

Модуль Пуассона для матриці породи $\boldsymbol{\nu_{\text{М}}}$ розрахувати за формулою:

$$\nu_{\text{М}} = \frac{3 * k_{\text{м}} - 2 * \mu_{\text{м}}}{2(3 * k_{\text{м}} + \mu_{\text{м}})}$$

Модуль Пуассона $\boldsymbol{\nu_{\text{МС}}}$ для породи з щільністю пустот ε (змінюється від 0 до 0,5 через 0,05) розрахувати за формулою:

$$\nu_{мс} \approx \nu_{м} \cdot \left(1 - \frac{16}{9} \cdot \varepsilon\right),$$

де $\nu_{\text{М}}$ модуль Пуассона для матриці породи.

Модуль зсуву $\mu_{\text{мс}}$ для змодельованої породи з відповідним модулем Пуассона $\nu_{\text{МС}}$ та модулем зсуву пустотного наповнювача $\mu_{фл}$ з щільністю пустот ε розрахувати к і наступні за формулою Б.Будянського:

$$\mu_{мс} = \mu_{фл} \cdot \left[1 - \frac{32}{45} \cdot \frac{(1-\nu_{мс}) \cdot (5-\nu_{мс})}{2-\nu_{мс}} \cdot \varepsilon\right]$$

Модуль стиснення $k_{\text{мс}}$ для породи з відповідним модулем Пуассона $\nu_{\text{МС}}$ та модулем стиснення пустотного наповнювача $k_{фл}$ з щільністю пустот ε розрахувати за формулою:

$$k_{мс} = k_{фл} \cdot \left[1 - \frac{16}{9} \cdot \frac{1-\nu_{мс}^2}{1-2\cdot\nu_{мс}} \cdot \varepsilon\right]$$

Густину моделі породи можна розрахувати за формулою:

$$\sigma = (1-\varepsilon)\sigma_{\text{м}} + \varepsilon\sigma_{\text{фл}}$$

Розрахунок швидкостей розповсюдження повздовжньої і поперечної хвиль в породі здійснити за формулами :

$$V_p = \sqrt{\left(k_{mc} + \frac{4}{3}\mu_{mc}\right)\Big/_{\sigma}}, \qquad V_s = \sqrt{\mu_{mc}\,/_{\sigma}}.$$

За даними щільності пустот ε певних форматів α (для значень 0,5, 0,1, 0,05, 0,01, 0,001) розрахувати концентрацію цих пустот в моделі породи за формулою:

$$C_{\boldsymbol{n}} = \frac{4\cdot\pi}{3} \cdot \alpha \cdot \varepsilon$$

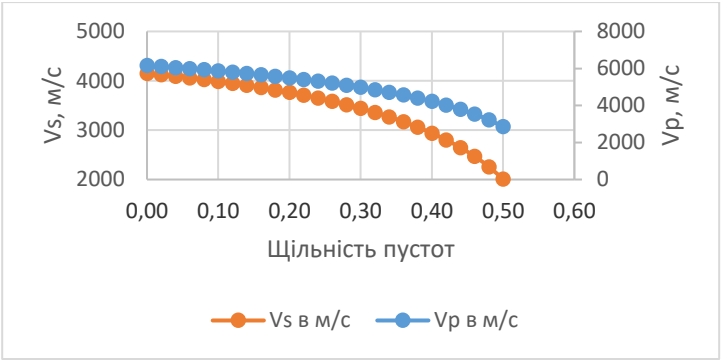
Форми представлення результатів

Таблиця 4.2. Результати моделювання пружних та акустичних параметрів

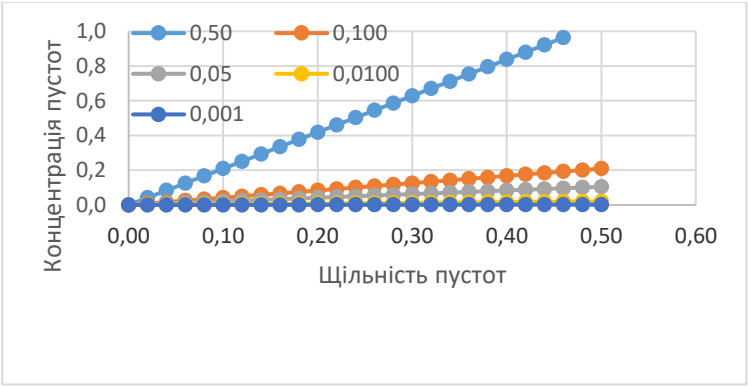
ε	$\nu_{\text{МС}}$	$k_{\text{мс}}$ в ГПа	$\mu_{\text{мс}}$ в ГПа	σ в кг/м^3	V_p в м/с	V_s в м/с

Таблиця 4.3. Результати моделювання концентрації пустот C_n певних форматів α при зміні щільності цих пустот

ε	Концентрація пустот C_n при α				
	0,5	0,1	0,05	0,01	0,001



а



б

Рис. 4.1. Приклади оформлення графіків

Аналітична записка має містити опис проведених розрахунків і побудов, а також аналіз отриманих значень.

5. Розрахунок параметрів анізотропії Томсена на основі визначення пружних постійних породи за моделлю Хадсона

Завдання до лабораторної роботи

1. Обрати за варіантом (табл. 5.1.) мінеральний склад породи.
2. Розрахувати щільність орієнтованих пустот (ε) з різними їх форматами (0,01, 0,02, 0,05, 0,1) при зміні пористості від 0,01 до 0,1.
3. Розрахувати пружні постійні порід на основі формул Хадсона (для орієнтованих пустот з різними їх форматами (0,01, 0,02, 0,05, 0,1)).
4. Розрахувати параметри анізотропії Томсена (для орієнтованих пустот з різними їх форматами (0,01, 0,02, 0,05, 0,1)) на основі визначених пружних постійних порід.
5. Побудувати графіки зміни пружних постійних в залежності від концентрацій пустот всіх розглянутих типів.
6. Побудувати графіки зміни параметри анізотропії Томсена в залежності від концентрацій пустот всіх розглянутих типів.
7. Результати роботи представити у вигляді таблиць, графіків та аналітичної записки.

Розрахункові формули

При моделюванні властивостей геологічних порід необхідно враховувати їх анізотропію. Деякі породи є відносно ізотропними, проте інші, наприклад, сланцеві або тріщинуваті демонструють анізотропні властивості. Неврахування анізотропії породи може призвести до похибок і помилкової інтерпретації властивостей, що моделюються. Існують різні способи, що дозволяють охарактеризувати

анізотропію. В області геофізики анізотропію типу трансверсальної ізотропії з вертикальною віссю (VTI, vertical transverse isotropy), що є віссю симетрії, зазвичай характеризують з використанням параметрів Томсена, розкритих у роботі "Thomsen, L., 1986, Weak elastic anisotropy": Geop 1954-1966». У цій статті були представлені три параметри, які нам потрібні – поряд із звичайними Vp, Vs та ρ – для опису анізотропії. Це так звані δ, ϵ і γ, які у сукупності називаються параметрами Томсена:

- ϵ – відносний коефіцієнт анізотропії по повздовжній хвилі,
- δ – відхилення від еліптичності зміни швидкості повздовжньої хвилі.
- γ - еліптичність зміни швидкості поперечної хвилі в залежності від відхилення напрямку від вертикалі.

Параметри Томсена є безрозмірними співвідношеннями компонент тензора модуля пружності.

$$\delta = \frac{(c_{13}+c_{44})^2-(c_{33}-c_{44})^2}{2\cdot c_{33}\cdot(c_{33}-c_{44})},$$

$$\epsilon = \frac{c_{11}-c_{33}}{2\cdot c_{33}},$$

$$\gamma = \frac{c_{66}-c_{44}}{2\cdot c_{44}}.$$

В свою чергу пружні постійні середовища можуть бути розраховані з модулів пружності з врахуванням пористості та формату пустот.

Для поперечно-ізотропного геологічного середовища в спрощеному вигляді пружні постійні розраховуються як:

$$c_{11} = (k_м + 2\cdot\mu_м) - \frac{k_м^2}{\mu_м}\cdot\varepsilon\cdot U_3,$$

де $k_м$ та $\mu_м$ - відповідно модулі стиснення та зсуву матриці, ε - щільність пустот.

$$c_{33} = (k_м + 2\cdot\mu_м) - \frac{(k_м+2\mu_м)^2}{\mu_м}\cdot\varepsilon\cdot U_3,$$

$$c_{44} = \mu_м - \mu_м\cdot\varepsilon\cdot U_1,$$

$$c_{66} = \mu_м$$

$$c_{13} = k_м - \frac{k_м \cdot (k_м + 2k_м)}{k_м} \cdot \varepsilon \cdot U_3,$$

де

$$\varepsilon = \frac{3 \cdot C_n}{4 \cdot \pi \cdot \alpha},$$

$$U_1 = \frac{16 \cdot (k_м + 2\mu_м)}{3 \cdot (3k_м + 4\mu_м)},$$

$$U_3 = \frac{4 \cdot (k_м + 2\mu_м)}{3 \cdot (k_м + \mu_м)} \cdot \frac{1}{1 + K},$$

в яких $K = k_{фл} \cdot \frac{(k_м + 2\mu_м)}{\pi \cdot \alpha \cdot \mu_м \cdot (k_м + \mu_м)}$,

$k_{фл}$ - модуль стиснення флюїду, α – формат пустот, C_n – концентрація пустот n-того типу.

Таблиця 5.1. Варіанти для виконання роботи:

Варіант	Складові	k в ГПа	μ в ГПа	σ в кг/м^3
3, 2, 7	кварц	37,0	43,0	2650
1, 5, 8	кальцит	73,0	32,0	2710
4, 6, 9	доломіт	94,0	46,0	2860
1, 3, 7	вода	2,2	0,0	1000
2, 8, 6	газ	0,2	0,0	0,001
5, 4, 9	нафта	0,80	0,0	880

Форми представлення результатів

Таблиця 5.2. Визначення щільності пустот різних форматів

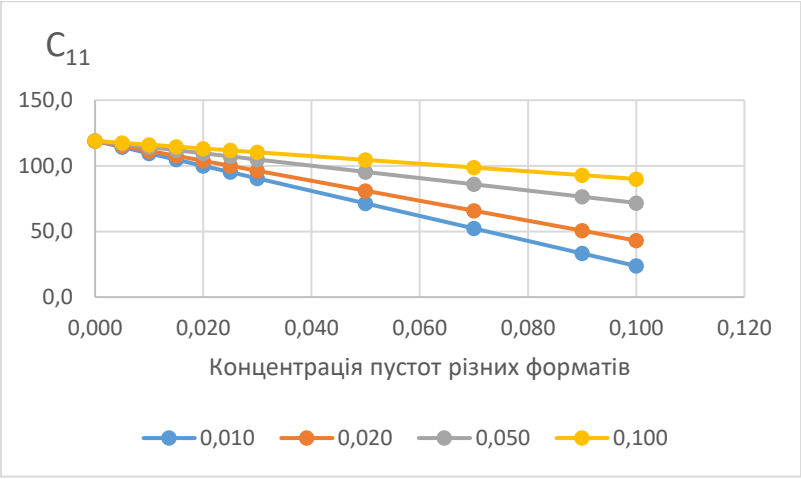
Концентрація пустот, C_n	Щільність пустот при форматах α			
	0,01	0,02	0,05	0,1

Таблиця 5.3. Результати визначення пружних постійних

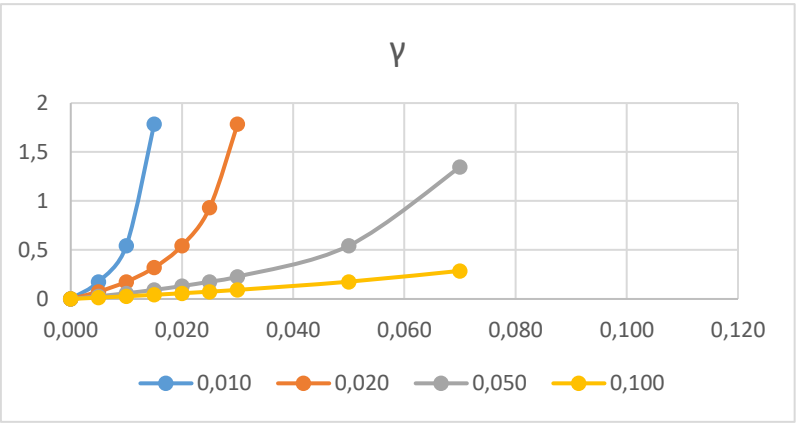
$K_п$	C_{11}				C_{33}				C_{66}	C_{44}				C_{13}			
	α																
	0,01	0,02	0,05	0,1	0,01	0,02	0,05	0,1		0,01	0,02	0,05	0,1	0,01	0,02	0,05	0,1

Таблиця 5.4. Визначення параметрів анізотропії Томсена

C_n	γ				ε				δ			
	α											
	0,01	0,02	0,05	0,1	0,01	0,02	0,05	0,1	0,01	0,02	0,05	0,1



а



б

Рис. 5.1. Приклади побудови графіків

Аналітична записка має містити опис проведених розрахунків і побудов, а також аналіз отриманих параметрів.

6. Математичне моделювання ефективної електропровідності геологічного середовища при дослідженні впливу його структури тріщинно-порового простору

Завдання до лабораторної роботи

1) Обрати типи моделей згідно таблиці 6.1.

2) Дослідити вплив на ефективну електропровідність геологічного середовища концентрації включень (від 0,01 до 0,5) для 6-10 значень.

Дослідити вплив цих параметрів в двох модифікаціях моделей: "високоомна матриця і включення-провідники" та "матриця-провідник і високоомні включення".

3) Для моделей анізотропних порід (при односпрямованих включеннях) побудувати в білогарифмічному масштабі графіки залежності σ_{11}, σ_{33} і відношення σ_{11}/σ_{33} від концентрації включень c_1.

4) Для моделей з хаотично розорієнтованими включеннями (ізотропна модель) побудувати в білогарифмічному масштабі графіки залежності σ від концентрації включень c_1.

5) Результати роботи представити у вигляді таблиць, графіків та аналітичної записки.

Програмні засоби: програма розрахунків ефективної електропровідності тріщинно-порового геологічного середовища (winelect_u.exe) (рис. 6.1).

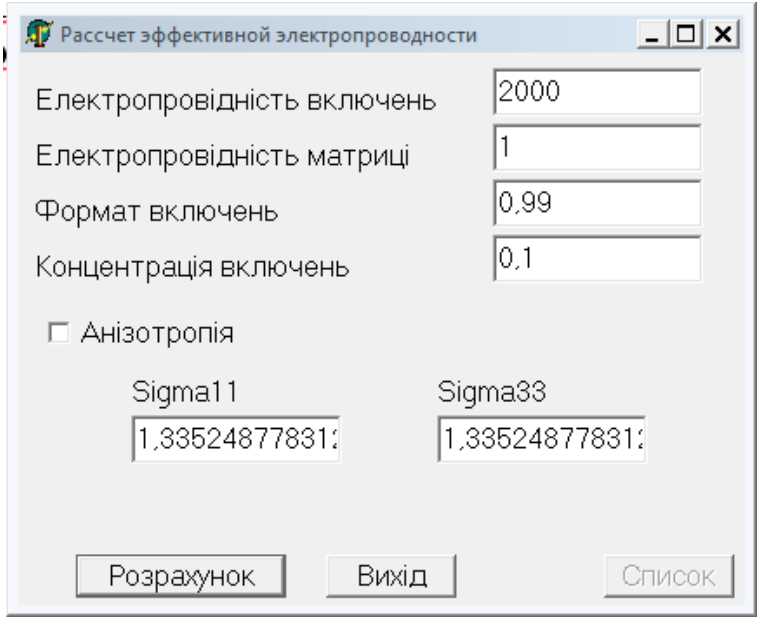


Рис. 6.1. Програма розрахунків ефективної електропровідності тріщинно-порового геологічного середовища (winelect_u.exe).

Таблиця 6.1. Варіанти для виконання роботи:

Варіант	Формат включень			1,2 модель		3, 4 модель	
				σ_2, $(Ом \cdot м)^{-1}$	σ_1, $(Ом \cdot м)^{-1}$	σ_2, $(Ом \cdot м)^{-1}$	σ_1, $(Ом \cdot м)^{-1}$
1	0,9	0,001	0,05	9	1100	2000	9
2	0,99	0,002	0,04	8	1200	1900	5
3	0,98	0,003	0,03	7	1300	1800	5
4	0,97	0,001	0,06	6	1400	1700	6
5	0,9	0,002	0,07	5	1500	1600	6
6	0,99	0,003	0,08	6	1600	1500	7
7	0,98	0,001	0,02	7	1700	1400	7
8	0,97	0,002	0,01	8	1800	1300	8
9	0,98	0,003	0,05	9	1900	1200	8
10	0,99	0,001	0,04	5	2000	1100	9

Розрахункові формули

Ефективна електропровідність геологічного середовища визначається співвідношенням

$$\sigma^* = \langle\sigma\rangle + c_2(\sigma_1 - \sigma_2)\left[1 - \frac{3(1+a\sigma_1')(1+b\sigma_1')}{c_1(\sigma_1-\sigma_2)d}\right];$$

де $\sigma_1' = \sigma_1 - \sigma_0$; $\langle\sigma\rangle = c_1\sigma_1 + c_2\sigma_2$;

$$\sigma_0 = \sigma_2\left[c_2 + c_1(c_2 + c_1\sigma_2/\sigma_1)^{-1}\right];$$

$$a = \frac{1}{2\sigma_0}(1 - j_i);\ b = \frac{1}{\sigma_0};\quad d = 2a + b + 3ab(\sigma_1 - \sigma_0);$$

$$j = \begin{cases}\ln(\alpha + \eta), & \alpha > 1\\ \arcsin\eta, & \alpha < 1\end{cases};$$

де $\eta = \sqrt{\langle\rho\rangle}$; $\rho = \alpha^2 - 1$.

σ_1 – електропровідність включення;

σ_2 – електропровідність матриці;

c_1 – концентрація включень;

c_2 – концентрація матриці;

α – формат включень.

Форми представлення результатів

Таблиця 6.2. Результати моделювання ефективної електропровідності анізотропної моделі (модель 1: провідні включення, непровідна матриця)

σ/C	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	Формат пустот
σ_{11}								0,9
σ_{33}								
σ_{11}/σ_{33}								
σ_{11}								0,05
σ_{33}								
σ_{11}/σ_{33}								
σ_{11}								0,001
σ_{33}								
σ_{11}/σ_{33}								

Таблиця 6.3. Результати моделювання ефективної електропровідності ізотропної моделі (модель 3: непровідні включення, провідна матриця)

σ/C	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	Формат пустот
σ								0,9
								0,05
								0,001

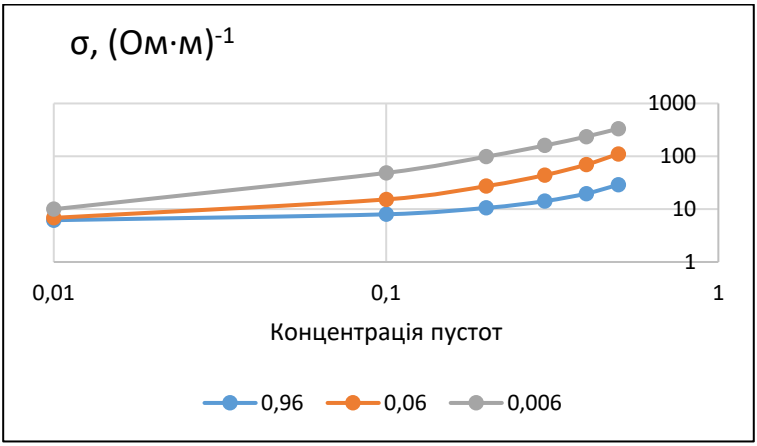


Рис. 6.2. Графік залежності ефективної електропровідності від концентрації включень для ізотропної моделі № 1

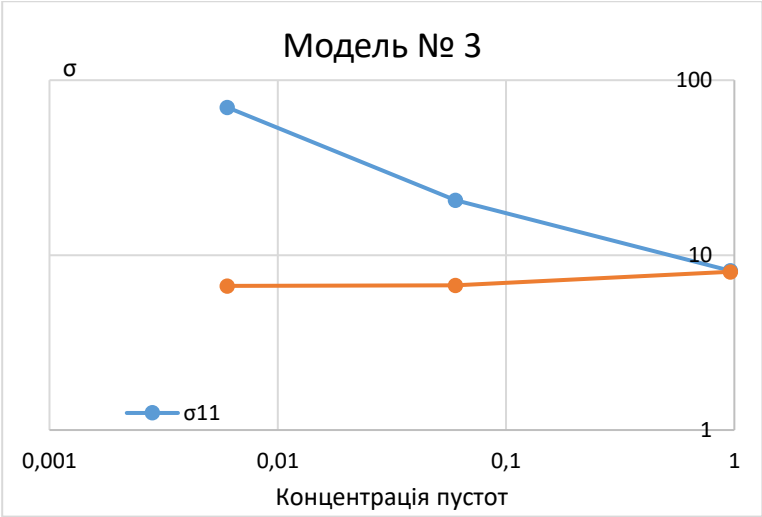


Рис. 6.3. Графік залежності компонент тензора ефективної електропровідності від концентрації включень для анізотропної моделі № 3

Аналітична записка має містити опис проведених розрахунків і побудов, а також аналіз отриманих параметрів.

7. Математичне моделювання впливу на діелектричну проникність мінералогічного складу, типу та концентрації пустот

Завдання до лабораторної роботи

1. Обрати типи моделей згідно таблиці 7.1.
2. Змоделювати залежність діелектричної проникності від пористості (від 0 до 1 через 0,05) для певних моделей порід. Розрахунки провести за наближеними формулами (7.1.) для двох перпендикулярних напрямків породи (вздовж та перпендикулярно).
3. Розрахувати середнє арифметичне і середнє геометричне значення діелектричної проникності в залежності від зміни пористості.
4. Використати формули Крішера-Есдорна (7.2) та Ліхтенекера-Ротера (7.3) для розрахунків та порівняльного аналізу результатів моделювання впливу концентрації різного типу пустот на діелектричну проникність. Формати пустот прийняти: 0,9, 0,5, 0,2, 0,05, 0,001.
5. Побудувати графіки зміни діелектричної проникності в залежності від концентрації пустот різних форматів.
6. Результати роботи представити у вигляді таблиць, графіків та аналітичної записки.

Розрахункові формули

$$\varepsilon_{//} = (1-\varphi)\cdot\varepsilon_{м} + \varphi\cdot\varepsilon_{фл}$$

$$\varepsilon_{\perp} = \left[(1-\varphi)\cdot\varepsilon_{м}^{-1} + \varphi\cdot\varepsilon_{фл}^{-1}\right]^{-1} \qquad (7.1)$$

$$\varepsilon_{ар} = \frac{\varepsilon_{//}+\varepsilon_{\perp}}{2}$$

$$\varepsilon_{геом} = \varepsilon_{м}^{1-\varphi}\cdot\lambda_{фл}^{\varphi}$$

$$\varepsilon_{KE} = \left[\frac{a}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{1-a}{\varepsilon_{//}}\right]^{-1} \qquad (7.2)$$

$$\varepsilon_{LR} = \left[(1-\varphi)\cdot(\varepsilon_{м}{}^{\alpha}) + \varphi\cdot\left(\varepsilon_{фл}{}^{\alpha}\right)\right]^{\frac{1}{\alpha}} \qquad (7.3)$$

Таблиця 7.1. Варіанти для виконання роботи:

Варіант	Складові	ε	σ в кг/м^3
3, 2, 7	кварц	4,5	2650
1, 5, 8	кальцит	7,5	2710
4, 6, 9	доломіт	6,8	2860
1, 3, 7	вода	80	1000
2, 8, 6	газ	1	0,001
5, 4, 9	нафта	2	880

Форми представлення результатів

Таблиця 7.2. Результати моделювання діелектричної проникності

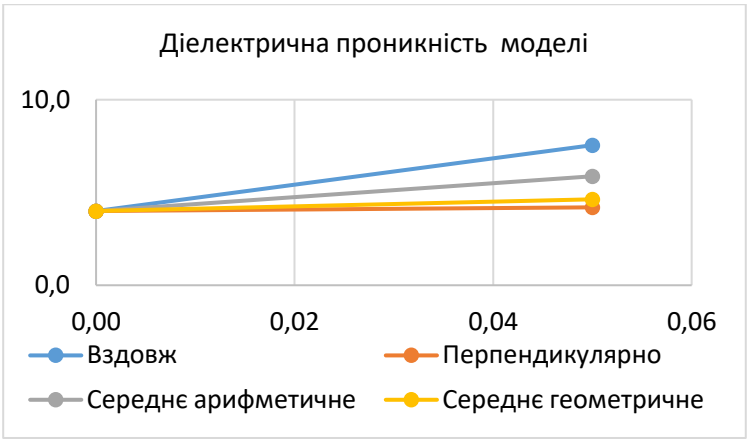
Порис-тість	Діелектрична проникність			
	Вздовж	Перпенди-кулярно	Середнє арифме-тичне	Середнє геометри-чне

Таблиця 7.3. Результати моделювання діелектричної проникності за моделлю Крішера-Есдорна

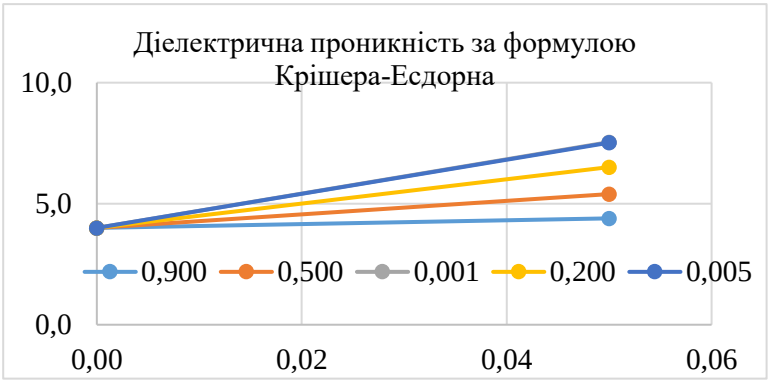
Концентрація пустот	Діелектрична проникність при форматі пустот				
	0,9	0,50	0,2	0,05	0,001

Таблиця 7.4. Результати моделювання діелектричної проникності за моделлю Ліхтенекера-Ротера

Концентрація пустот	Діелектрична проникність при форматі пустот				
	0,9	0,50	0,2	0,05	0,001



а



б

Рис. 7.1. Приклади оформлення графіків

Аналітична записка має містити опис проведених розрахунків і побудов, а також аналіз отриманих параметрів.

8. Математичне моделювання впливу типу пустотного простору, мінерального складу та насичення порід на їх теплопровідність

Завдання до лабораторної роботи

1. Обрати типи моделей згідно таблиці 8.1.
2. Змоделювати значення параметрів концентрацій пустот різних типів (формати пустот: 0,9, 0,1, 0,05, 0,001) для теплопровідності певних моделей порід. Розрахунки провести за формулами (8.1.) для двох перпендикулярних напрямків досліджень (в площині XOY та в вертикальному напрямку Z). Теплопровідність моделей прийняти змінною від 1 до значення теплопровідності матриці Вт/(м·К). Розрахунки проводити із зміною теплопровідності на 0,1 Вт/(м·К).
3. Розрахувати коефіцієнт анізотропії породи для різних значень концентрацій пустот певних типів та відповідно змінній теплопровідності.
4. Побудувати графіки зміни взаємозв'язку концентрації пустот різних типів з теплопровідністю для пустот різних типів для двох перпендикулярних напрямків досліджень.
5. Проаналізувати результати розрахунків.
6. Результати роботи представити у вигляді таблиць, графіків та аналітичної записки.

Таблиця 8.1. Варіанти для виконання роботи:

Варіант	Складові породи	Теплопровідність λ в Вт/(м·К)	σ, кг/м^3
3, 2, 7	кварц	7,5	2650
1, 5, 8	кальцит	3,6	2710
4, 6, 9	доломіт	5,5	2860
1, 3, 7	вода	0,6	1000
2, 8, 6	газ	0,026	0,001
5, 4, 9	нафта	0,11	880

Розрахункові формули

Розрахунок коефіцієнта теплопровідності породи

$$\left(\frac{\lambda_{фл} - L_x}{\lambda_{фл} - \lambda_м}\right) \cdot \left(\frac{\lambda_м}{L_x}\right)^{L_a} = 1 - C_n$$

$$\left(\frac{\lambda_{фл} - L_z}{\lambda_{фл} - \lambda_м}\right) \cdot \left(\frac{\lambda_м}{L_z}\right)^{L_c} = 1 - C_n \quad (8.1)$$

де

$\lambda_{фл}$ - теплопровідність пустотного наповнювача (флюїду),

λ_x - теплопровідність $\boldsymbol{\lambda_z}$ $\boldsymbol{\lambda_м}$

$L_z = 1 - \frac{\pi}{2} \cdot \alpha$ - показник деполяризації в вертикальному напрямку,

$L_x = L_y = \frac{1 - L_z}{2} = \frac{\pi}{4} \cdot \alpha$ - показник деполяризації в напрямку площини XOY,

C_n - концентрація пустот певного формату α.

Коефіцієнт теплової анізотропії розрахувати за формулою:

$$A_\lambda = \boldsymbol{\lambda_x}/\boldsymbol{\lambda_z}$$

Форми представлення результатів

Таблиця 8.2. Результати моделювання вертикальної концентрації пустот

L_z Вт/(м·К)	Концентрація пустот			
	0,1	0,9	0,05	0,001

Таблиця 8.3. Результати моделювання концентрації пустот в горизонтальній площині

L_x Вт/(м·К)	Концентрація пустот			
	0,1	0,9	0,05	0,001

Таблиця 8.4 Коефіцієнт анізотропії породи для різних значень концентрацій пустот певних типів та відповідно змінній теплопровідності

L Вт/(м·К)	Коефіцієнт анізотропії			
	0,1	0,9	0,05	0,001

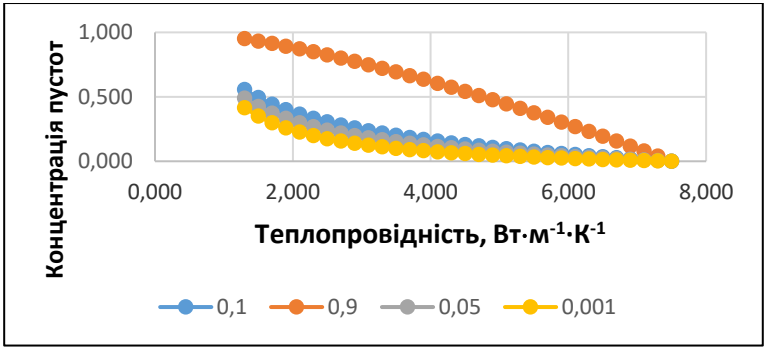


Рис. 8.1. Взаємозв'язок концентрації пустот різних типів з теплопровідністю

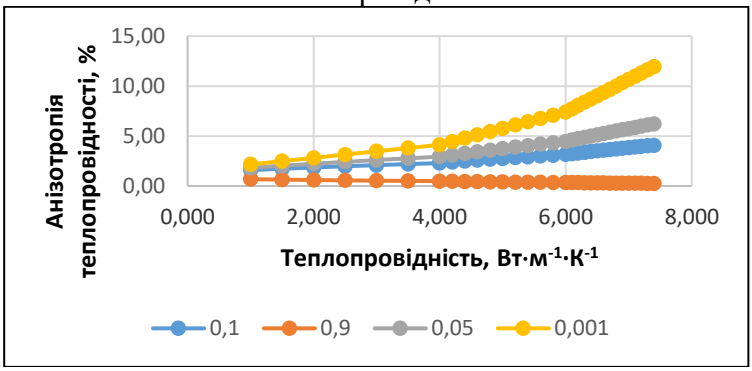


Рис. 8.2. Анізотропія теплопровідності для концентрації пустот різних типів

Аналітична записка має містити опис проведених розрахунків і побудов, а також аналіз отриманих значень і залежностей.

9. Математичне моделювання магнітних параметрів при вирішенні прикладних задач археології

Завдання до лабораторної роботи

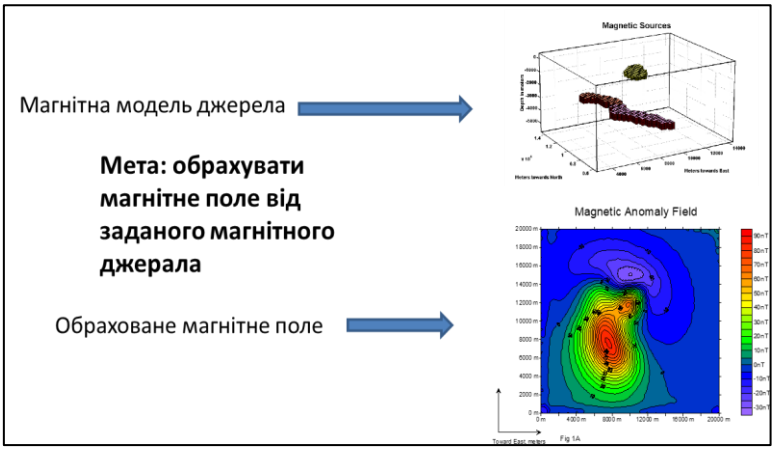
1. Створити магнітну модель серії геологічних та археологічних моделей згідно вибраного варіанту.
2. Обрахувати аномалії магнітного поля від об'єкту. Для обрахунку студент вибирає один із варіантів. Модель навести з використанням матеріалів із мінімум одним значенням залишкової намагніченості. Параметри геологічних та археологічних об'єктів студент вибирає довільно. Рекомендовані параметри наведені у варіантах.
3. Результати роботи представити у вигляді наведених параметрів об'єкта, що моделюється, параметри сітки спостережень. До звіту додати скани моделі та розрахованого магнітного поля.
4.Зробити аналіз по результатам моделювання, що включає вибір оптимальної сітки спостережень, точність необхідної апаратури при виявленні подібних об'єктів, зробити аналіз форми та інтенсивності магнітного поля.

Моделювання буде проводитись з використанням генератора геопотенціальних полів GaMField, що запрограмований в середовищі MATLAB^(R), який конструює та візуалізує підповерхневі джерела в 3-D просторі та обчислює їх магнітний вплив (Pignatelli et al., 2011). Користувач створює моделі підземних джерел за допомогою прямокутних призм та задає їх намагніченість.

Програма написана Алесандро Пігнателлі з колегами з Instituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia в Італії.

Таблиця 9.1. Варіанти для виконання роботи:

Варіант	Назва об'єкту	Характеристика об'єкту
1, 9	Підземний хід	Параметри підземного ходу: довжина 10 м, ширина та висота 2 м. Відстань від поверхні землі 5 м. Намагніченість 10^{-3} А/м. Від'ємна.
2, 6	Металевий контейнер	Моделює серію об'єктів, зокрема поховану техніку часів 2 Світової війни, контейнери радіоактивних відходів та інші. Розміри: 2Х2Х2 м. Значення намагніченості визначити в довіднику для заліза чи сталі
4, 7	Підняття кристалічного фундаменту	Форма складна з підняттям у центральній частині. Перепад висот становить не менше 10 м. Відстань до фундаменту 25 м. Розміри площадки вимірювань 100 на 100 м. Намагніченість 10-2 А/м
5, 8	Похований рів	Параметри: довжина 10 м, ширина та висота 2 м. Заповнений матеріалом з від'ємною намагніченістю 10^{-3} А/м.
3, 10	Похований колодязь	Розміри: діаметр 4 м. Глибина 10 м. Товщина стінок 0,5 м. Намагніченість $3*10^{-2}$ А/м



GaMField – набір з трьох незалежних а модулів, які взаємодіють між собою: головний модуль обрахунку полів (GaMField) в якому вводимо вхідні параметри мережі спостережень Observation Grid та простору модельних джерел Source Grid, модуль для побудови модельних джерел (ModelBuilder), а також модуль візуалізації обрахованого поля (FieldViewer).

Хід роботи

1) Задати простір для моделювання і площу обрахунку поля

Робота починається з задання розмірів і детальності мережі обрахунків магнітного поля, фактично, карти магнітного поля, яку ми хочемо отримати на виході. Це робиться у лівому вікні Observation Grid.

Задаються наступні параметри мережі обрахунків магнітного поля:

- Southmost Coord.(m) – координата південної границі мережі в метрах
- Northmost Coord.(m) - координата північної границі мережі в метрах
- North Interval (m) – крок сітки в метрах по напрямку південь - північ

- Westmost Coord.(m) – координата західної границі мережі в метрах
- Eastmost Coord.(m) – координата східної границі мережі в метрах
- East Interval (m) – крок сітки в метрах по напрямку захід - схід

Altitude (m) – висотне положення мережі. Необхідно враховувати те, що значення вищі землі від'ємні, а нижчі додатні. Наприклад, якщо реальне геомагнітна зйомка виконана при висоті датчиків 0,4 м над землею, і ми хочемо змоделювати поле саме на цій висоті, то задаємо значення -0,4.

- Main Field Inc. (deg) – кут магнітного схилення головного магнітного поля Землі в градусах
- Main Field Dec. (deg) – кут магнітного нахилення головного магнітного поля Землі в градусах

Наступний крок - по аналогічному принципу задаються параметри простору в якому буде задаватися модель джерела, і представляє собою прямокутний паралелепіпед (при рівності сторін - куб). Параметри задаються у правій половині віконця для Source Grid. Додатково вказуються наступні параметри:

- Minimum Depth (m) – висотне положення нижньої грані паралелепіпеда в метрах
- Maximum Depth (m) – висотне положення верхньої грані паралелепіпеда в метрах
- Prism Thickness (m) – товщина апроксимуючих одиниць (призм, якими заповнюється модель) в метрах.

Далі натискується кнопка Confirm Parameters.

Рис. 8.1. Приклад завдання параметрів мережі спостережень та простору моделі джерела

2) Перейти до побудови моделі джерела

Рис. 8.2. Приклад побудови моделі джерела

3) Побудувати модель джерела у вкладці ModelBuilder

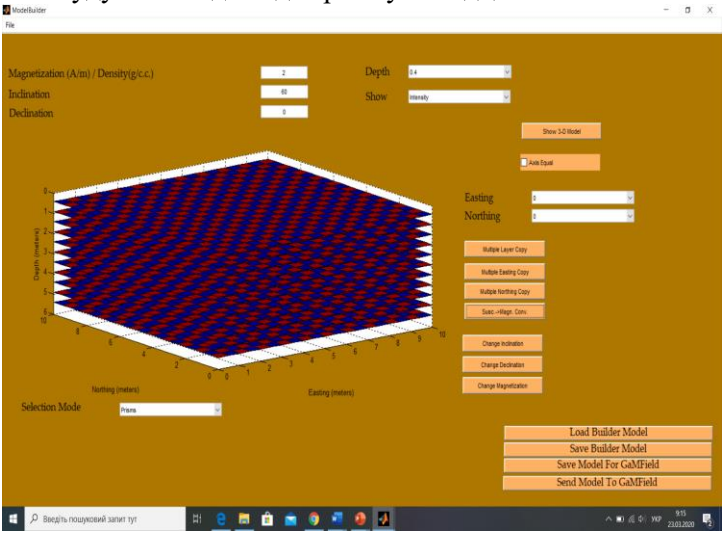


Рис. 8.3. Приклад побудови моделі джерела у вкладці ModelBuilder

Для цього вказуються значення намагніченості, схилення і нахилення магнітного поля моделі. Кількість шарів для побудови моделі змінюється в залежності від значень параметрів Minimum Depth, Maximum Depth, Prism Thickness. Побудова меж кожної апроксимуючої одиниці здійснюється через задавання їх для кожного шару. Для цього вибирається номер шару у вкладці Depth і в режимі ручного вибору призм (натискання лівої кнопки миші) вказуються місця розташування модельного тіла. Для збереження змін натискути ↲. Ту ж процедуру при необхідності виконати для інших шарів.

У разі наявності апроксимуючих тіл з іншими парамерами намагніченності, схилення чи нахилення магнітного поля вказуються нові їх значення та повторюється процедура побудови меж апроксимуючих одиниць.

4) Порахувати намагніченість (знаючи k, NRM, B, I, D) можна в ModelBuilder, кнопка Susc-Magn.Conv.

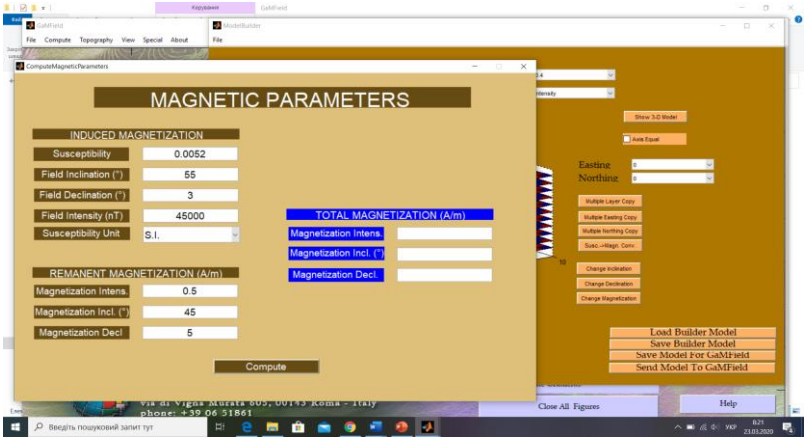


Рис. 8.4. Приклад розрахунку намагніченості

5) Відправляємо модель для обрахунку поля у головний модуль, натиснувши Send Model To GaMField

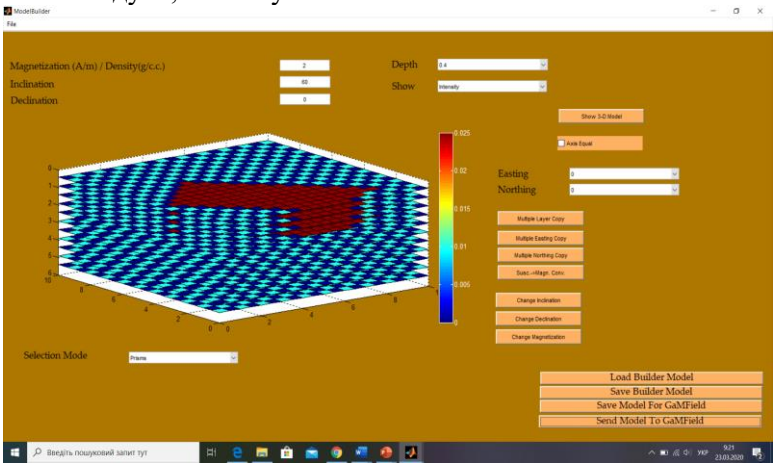


Рис. 8.5. Приклад даних для обрахунку поля у головному модулі

6) У модулі GaMFiled натиснувши Compute – Magnetic field, рахуємо поле від моделі джерела

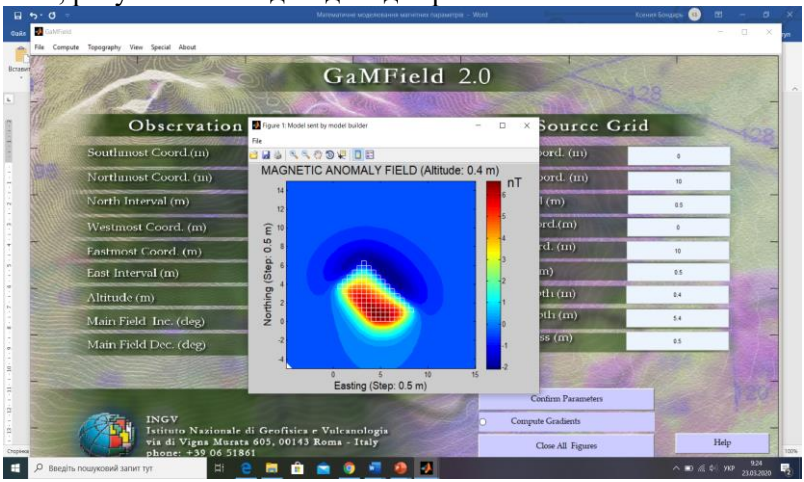


Рис. 8.6. Приклад розрахунку поля

Детальні описи того, як встановити програму і працювати з нею представлено у додаткових матеріалах до цієї роботи.

Форми представлення результатів

У звіті до роботи мають бути представлені всі проміжні результати (приклади на рис. 8.1 - 8.6), а також результуючі графіки (приклади на рис. 8.7 – 8.8).

В аналітичній записці має бути описано, яким чином відображено на отриманому змодельованому магнітному полі завдана модель об’єкту.

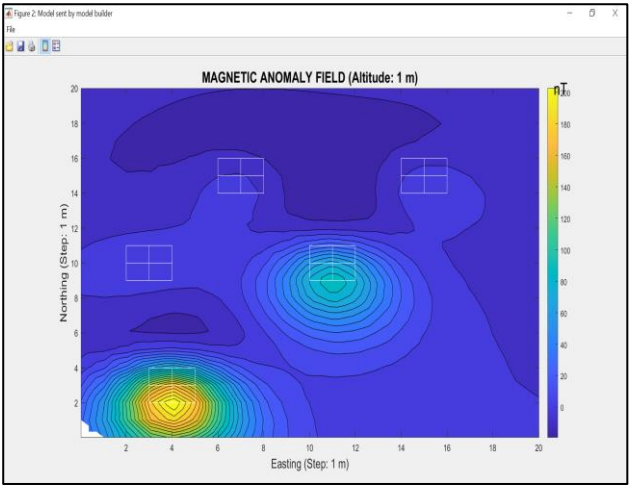


Рис. 8.7 Приклад розрахованого магнітного поля для варіанту «металеві контейнери»

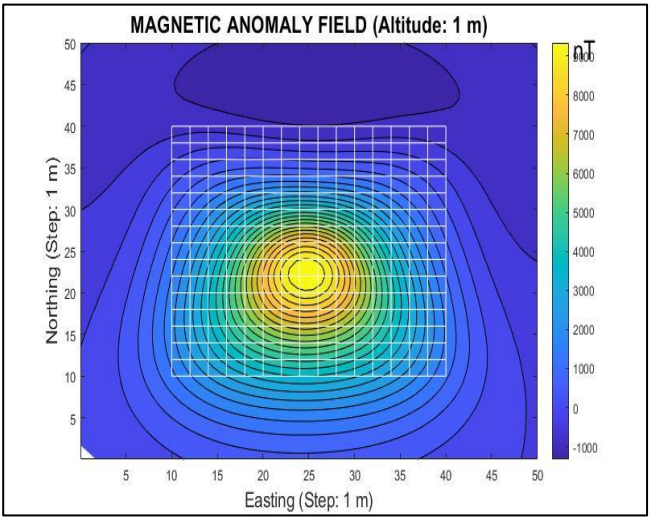


Рис. 8.8. Приклад розрахованого магнітного поля для варіанту підняття кристалічного фундаменту висотою 3 метри

Рекомендована література

1. Berge, P. A., Berryman, J. G., and Bonner, B. P., 1993, Influence of microstructure on rock elastic properties: Geophys. Res. Lett., 20, 2619-2622.
2. Berryman, J. G., 1999, Tutorial: Origin of Gassmann's equations, Geophysics, 64, 1627-1629.
3. Bevan B.W. (2016) Forward magnetic models: Creation and calculation. Geosight. DOI:10.13140/RG.2.1.2296.0242/1.
4. Bondino Igor, Hamon Gerald, Kallel Wissem, Kachuma Dick Relative permeabilities from simulation in 3D rock models and equivalent pore networks: critical review and way forward // Conference: International Symposium Society of Core Analysts . 2012
5. Budiansky, B., 1965, On the elastic moduli of some heterogeneous materials: J. Mech. Phys. Solids, 13, 223-227.
6. Diego T. França, José A.M. Moreira, Walter E. Medeiros, Antônio C. Galindo, Fernando A.P.L. Lins, 2016, Evaluation of model performances in reproducing measures of thermal conductivity of crystalline rocks // Revista Brasileira de Geofísica 34(4). DOI: 10.22564/rbgf.v34i4.897
7. Dubrule MO. Geostatistics in Petroleum Geology, 1998, The Association of Petroleum Geologists.
8. Fassbinder, J.W.E., 2015, Seeing beneath the farmland, steppe and desert soil: Magnetic prospecting and soil magnetism, Journal of Archaeological Science, 56, 85-95, doi:10.1016/j.jas.2015.02.023.
9. Hashin, Z, and Shtrikman, S, 1963, A variational approach to the elastic behavior of multiphase minerals. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 11 (2), 127-140. DOI:10.1016/0022-5096(63)90060-7
10. Hill, R., 1965, A self-consistent mechanics of composite materials: J. Mech. Phys. Solids, 13, 213-222.
11. https://www.eoas.ubc.ca/ubcgif/iag/foundations/modelytpes.htm
12. Jürgen H. Schön Physical Properties of Rocks: Fundamentals and Principles of Petrophysics. Elsevier; 2nd edition (November 26, 2015)
13. Mavko, G., Mukerji, T., and Dvorkin, J., 1998, The rock physics handbook: Cambridge University Press, Cambridge.

14. Mori, T., Tanaka K., 1973 Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with misfitting inclusions // Acta Metallurgica. – Vol. 21, № 4. – P. 571–574.
15. O'Connell, Richard J., Budiansky, Bernard,1974, Seismic velocities in dry and saturated cracked solids. Journal of Geophysical Research, 79 (35). 5412-5426 doi:10.1029/jb079i035p05412
16. Pignatelli, I. Nicolosi R. Carluccio, M. Chiappini. and R. von Frese, Graphical interactive generation of gravity and magnetic fields. Computers and Geosciences, volume 37, 2011, pages 567–572.
17. Roberts, A. P., and Garboczi, E. J., 2000, Elastic properties of model porous ceramics, J. Amer. Ceramic Society, 83, 3041-3048.
18. Sen, P., Scala, C., Cohen, M.H., 1981. A self-similar model for sedimentary rocks with application to the dielectric constant for fused glass beard. Geophysics 46, 781–796.
19. Thomsen, L., 1986, Weak elastic anisotropy": Geop 1954-1966
20. Безродна І.М., Гожик А.П. Петрофізика: навчальний посібник. – К: ВПЦ «Київський університет», 2018. – 256 с.
21. Безродна, І. Математичне моделювання впливу мінерального скелету та пористості на параметри пружної анізотропії складнопобудованих теригенних порід-колекторів Волино-Поділля / І. Безродна, Д. Безродний, Р. Голяка // Вісник Київського університету. Геологія. - 2016. - №73. – С.27-32. http://doi.org/10.17721/1728-2713.73.04
22. Безродная И., Безродный Д., Продайвода Г. Математическое моделирование упругой анизотропии пород-коллекторов // Монография: Издательство Lambert Academic Publishing. 2018. – 200 с. https://www.morebooks.shop/store/ru/book/Математическое-моделирование-упругой-анизотропии-пород-коллекторов/isbn/978-613-8-34712-5
23. Бондар, К.М.; Дараган, М.М.; Прилуков, В.; Полін, С.В.; Цюпа, І.В.; Діденко, С.В. (2019) Магнітометрія скіфського курганного могильника Катеринівка у Нижньому Подніпров'ї. Геофизический журнал, 3 (41), 134-152. DOI: https://doi.org/10.24028/gzh.0203-3100.v41i3.2019.172438
24. Бондар К. М., Хоменко Р. В., Білан О. В., Халимендик В. В., Шкода О. В. Досвід геофізичної розвідки

нижньопалеолітичного місцезнаходження Меджибіж // Геодинаміка. - 2013. - № 2. - С. 103-105. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/geod_2013_2_35
25. Вербицкий, Т.З, Починайко Р.С., Стародуб Ю.П, Федоришин А.С. Математическое моделирование в сейсморазведке. – К.: Наук. думка, 1985-276с.
26. Віршило І.В., Бондар К.М. (2008) Застосування 3D математичного моделювання для інтерпретації даних археомагнітометричних зйомок. Геоінформатика, № 1, с. 48-52
27. Вижва З.О. «Статистичне моделювання в геології» Навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету та ННІ «Інститут геології» / К.: ВПЦ «Київський університет», 2019, 395 с. http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2020/03/posibnyk-vyzhva.z.o..pdf
28. Вижва З.О. Математичні моделі в природознавстві. Навчальний посібник // К.: ВГЛ “Обрій”, 2004, -164 с.
29. Кобрунов, А. И. Математические методы моделирования в прикладной геофизике. В 2-х ч. Ч. 2. Системный анализ и моделирование в условиях неопределённости: УГТУ, 2014. – 155 с
30. Малицький Д.М. Математичне моделювання в задачах сейсмології К.: Наук.думка, 2016.-240с.
31. Продайвода Г.Т. Теорія і задачі механіки суцільного середовища. Київ: ВЦ КНУ, 1998 – 183с.
32. Продайвода Г.Т., Вижва С. А., Віршило І. В. Математичне моделювання ефективних геофізичних параметрів: підручн. – К.: ВПЦ "Київський університет, 2010.
33. Продайвода Г.Т., Вижва С.А. Моделювання ефективних геофізичних параметрів. Київ: ВЦ КНУ, 1999 – 112с.
34. Продайвода Г.Т., Вижва С.А., Безродний Д.А., Безродна І.М. Акустичний текстурний аналіз метаморфічних порід Криворіжжя // ВПЦ "Київський університет". – 2011. – 368 с.
35. Продайвода, Г.Т. Акустика текстур гірських порід. – К.: ВГЛ "Обрії", 2004-143с.
36. Степанюк, В. П. Фізичні властивості гірських порід [Текст] : навч. посіб. / В. П. Степанюк. – Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2002. – 218 с.

37. Физические свойства горных пород и полезных ископаемых. Справочник геофизика. – М., 1984, –456 с.
38. Хорошун, Л.П. Метод условных моментов в задачах механики композитных материалов // Прикл. механика. – 1987. – Т. 23, № 10 – С. 100–108.
39. Шеин, А.Н. Математическое моделирование в разведочной геофизике: учеб.-метод. пособие / А. Н. Шеин, В. В. Потапов; 2017. – 125 с.