

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Г. Т. ПРОДАЙВОДА, С. А. ВИЖВА,  
Д. А. БЕЗРОДНИЙ, І. М. БЕЗРОДНА

# АКУСТИЧНИЙ ТЕКСТУРНИЙ АНАЛІЗ ТЕКТОНОФАЦІЙ МЕТАМОРФІЧНИХ ПОРІД КРИВОРІЗЖЯ

Монографія



УДК 550.83:551.24/25(477.63)  
ББК 26.21+26.309(4Укр+4Дні)29  
А44

Рецензенти:  
д-р геол. наук, проф. О. В. Трипільський,  
д-р геол. наук, проф. О. І. Лукієнко

*Рекомендовано до друку вченою радою геологічного факультету  
(протокол № 2 від 27 жовтня 2010 року)*

**Продайвода, Г. Т.**

A44 Акустичний текстурний аналіз метаморфічних порід Криворіжжя : монографія / Г. Т. Продайвода, С. А. Вижва, Д. А. Безродний, І. М. Безродна. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2011. – 368 с.

ISBN 978-966-439-454-0

Розглянуто на сучасному методологічному рівні теоретичні й методичні основи акустично-го методу текстурного аналізу гірських порід, принципи статистичної симетрії текстур і математичний метод кількісної оцінки функції розподілу орієнтації мінералів і мікротріщин. Детально розглядаються пряма і зворотна задачі акустики текстур.

Досліджено акустичну і пружну анізотропію різних тектонофацій метаморфічних порід Криворіжжя. Наведено приклади практичного застосування методу для вирішення задач динамічного структурного аналізу докембрійських комплексів.

Для студентів і аспірантів геологічних і геофізичної спеціальності геологічних факультетів університетів, а також фахівців і викладачів.

УДК 550.83:551.24/25(477.63)  
ББК 26.21+26.309(4Укр+4Дні)29

Наукове видання

**ПРОДАЙВОДА** Георгій Трохимович  
**ВИЖВА** Сергій Андрійович  
**БЕЗРОДНИЙ** Дмитро Анатолійович  
**БЕЗРОДНА** Ірина Миколаївна

## **АКУСТИЧНИЙ ТЕКСТУРНИЙ АНАЛІЗ ТЕКТОНОФАЦІЙ МЕТАМОРФІЧНИХ ПОРІД КРИВОРІЖЖЯ**

Монографія

*Редактор Л. Воронцова*

Оригінал-макет виготовлено Видавничо-поліграфічним центром "Київський університет"  
*Виконавець Д. Ананьєвський*

Підписано до друку 13.11.09. Формат 60x84<sup>1/16</sup>. Вид. № Гл11. Гарнітура Times. Папір офсетний.  
Друк офсетний. Наклад 200. Ум. друк. арк. 21,38. Обл.-вид. арк. 23. Зам. № 211-5870.

Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет"  
01601, Київ, б-р Т. Шевченка, 14, кімн. 43  
☎ (38044) 239 32 22; (38044) 239 31 72; факс (38044) 239 31 28.  
Свідоцтво внесено до Державного реєстру ДК № 1103 від 31.10.02.  
WWW: <http://vpc.univ.kiev.ua>  
E-mail: [vydav\\_polygraph@univ.kiev.ua](mailto:vydav_polygraph@univ.kiev.ua)

ISBN 978-966-439-454-0

© Продайвода Г. Т., Вижва С. А., Безродний Д. А., Безродна І. М., 2011  
© Київський національний університет імені Тараса Шевченка,  
ВПЦ "Київський університет", 2011

# ВСТУП

---

---

Анізотропія і симетрія – взаємозв'язані фундаментальні властивості впорядкованого геологічного середовища. Вивченню цього взаємозв'язку при експериментальних дослідженнях пружних і акустичних властивостей гірських порід приділяється дуже мало уваги. Це пояснюється, з одного боку, неоднорідністю складу і недосконалістю будови гірських порід, які обумовлюють статистичний характер закономірностей, що досліджуються, а з іншого – недосконалістю сучасних методів дослідження пружних і акустичних властивостей текстур гірських порід. У зв'язку з цим реалізація можливостей практичного застосування анізотропії пружних і акустичних властивостей для вивчення деформаційних механізмів упорядкованості структурних елементів текстур гірських порід тривалий час наштовхувалась на значні методичні труднощі, які пов'язані з відсутністю надійних методів розрізнення впливу на анізотропію ефектів, обумовлених упорядкованістю структурних елементів різної фізичної природи і розрізнення ефектів суто неоднорідності, що, у свою чергу, викликані як недосконалістю будови текстури гірської породи, так і гетерогенністю та анізотропією пружних і акустичних властивостей її структурних елементів.

Розробка методологічних, теоретичних і апаратурно-методичних засад нового акустичного методу текстурного аналізу гірських порід відкриває принципово нові можливості для реконструкції деформаційної історії формування і перетворення гірських порід з метою розв'язання проблем структурної геології й тектонофізики та геодинамічних умов формування родовищ корисних копалин.

З методологічних позицій системного підходу гірська порода розглядається як деяка геосистема структурного рівня текстур, структурними елементами якої виступають зерна мінералів, мікротріщини, каверни і пори. Для текстур гірських порід, на відміну від структур мінералів, характерна не лише тривимірна

впорядкованість структурних елементів, але й двовимірна, одновимірна та нульвимірна впорядкованість. Число груп симетрії текстур гірських порід у першому наближенні обмежується 32 точковими групами кристалографічної симетрії й сімома точковими групами неперервної симетрії.

Для з'ясування механізму деформації гірських порід доцільно використовувати функції розподілу орієнтації мінералів і мікротріщин, які визначаються акустичними методами.

Завдяки досягненням механіки стохастичного середовища розроблено потужні методи числових розрахунків ефективних пружних постійних багатокomпонентного геологічного середовища для випадку довільної функції розподілу його структурних елементів.

У монографії описано розроблений унікальний інваріантно-поляризаційний ультразвуковий імпульсно-фазовий метод вимірювання фазових швидкостей пружних хвиль різної поляризації, який забезпечує визначення повного набору тензорних матриць пружних і акустичних постійних у стандартній акустичній системі координат і забезпечує визначення їхньої симетрії. Створена автоматизована система дозволяє проводити числові розрахунки стереопроєкцій фазових швидкостей квазіповздовжніх і квазіпоперечних хвиль і векторів пружних зміщень від напрямків хвильової нормалі та інтегральних і диференціальних параметрів пружної й акустичної анізотропії.

Об'єктами досліджень були зразки керна Криворізької надглибокої свердловини та свердловин її полігону, які розташовані в межах Криворізько-Кременчуцької шовної зони, де відкрито унікальні запаси родовищ залізної руди, промислові родовища урану та інших корисних копалин.

Дислокаційна тектоніка цієї шовної зони вивчалася методом тектонофаціального аналізу, який базується на парагенетичній основі та враховує реологічні властивості геологічного середовища і реологічні механізми структуроутворення. Для оцінки відносних ступенів дислокаційних перетворень розроблено спеціальну десятибальну шкалу тектонофацій. Можливості акустичного методу текстурного аналізу при вирішенні задач тектонофаціального аналізу методом умовних моментних функцій були оцінені за результатами числових розрахунків повних наборів тензорних матриць пружних і акустичних параметрів та їхніх

параметрів анізотропії на математичних моделях пластичних, пружно-пластичних, крихких і комбінованих деформацій, які відображають термодинамічні умови та реологічні механізми дислокаційних структур Кривбасу.

Проведено ультразвукові вимірювання інваріантно-поляризаційним імпульсно-фазовим методом зразків ядра гірських порід Криворіжжя. Уперше визначено повні набори тензорних матриць пружних і акустичних постійних текстур метаморфічних порід, визначено їхні інтегральні й диференціальні коефіцієнти анізотропії, розраховано стереопроекції ізоліній фазових швидкостей квазіповздовжніх хвиль, кутів відхилення векторів поляризації від напрямку хвильової нормалі, різниці фазових швидкостей "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних пружних хвиль, яка характеризує інтенсивність явища акустичного двопроменевого заломлення, тобто ефекту розщеплення поперечних мод.

На основі проведених методологічних, теоретичних і експериментальних досліджень проаналізовано параметри анізотропії пружних і акустичних властивостей гірських порід різних тектонофацій. На цій основі запропоновано методику акустичного методу текстурного аналізу тектонофацій.

Започатковано також основи динамічного текстурного аналізу гірських порід завдяки розробці алгоритму інверсії параметрів азимутальної анізотропії фазових швидкостей різної поляризації у функцію розподілу орієнтації мінералів і тріщин. Наведено результати динамічного акустичного текстурного аналізу зразків залізистих кварцитів мікроскладки.

Прикладний характер монографії по своїй суті можна розглядати як упровадження у виробництво нового акустичного методу текстурного аналізу гірських порід. Результати досліджень, викладені в монографії, є складовою частиною багаторічних досліджень, що проводилися авторами в науково-дослідній лабораторії "Теоретичної і прикладної геофізики" геологічного факультету Київського Національного університету імені Тараса Шевченка в межах науково-технічної програми "Надра" та господарних робіт із Державним комітетом геології України.

Автори висловлюють щире подяку О.І. Лукієнку за цінні поради і консультації при використанні даних тектонофаціального аналізу і побудові математичних моделей тектонофацій.

# 1. СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО ВИВЧЕННЯ ТЕКСТУР ГІРСЬКИХ ПОРІД

---

## 1.1. Принципи системного аналізу

Принципи системних досліджень можна розглядати як методологічний засіб дослідження гетерогенних текстур гірських порід [1, 2], які дають можливість побудувати алгоритм упорядкованих дій послідовного, комплексного вирішення задачі математичного аналізу будови і формування текстур у процесі деформації гірських порід. Основними поняттями системного підходу є *система*, *цілісність*, *структурованість*, *структурні рівні*, *упорядкованість*, *ієрархічність*, *взаємозв'язок системи і середовища* [2].

Під системою розуміють комплекс взаємозв'язаних елементів, які утворюють цілісність. Поняття *елемент* означає частину системи, яка при подальших дослідженнях не розкладається. Система розглядається як набір елементів, що виділяються згідно з певними принципами з інших елементів геологічного середовища. Цілісність системи – це властивість цілого, яку не можна визначити із властивостей окремих елементів, оскільки вони розвиваються при дії геодинамічних процесів на геологічне середовище індивідуально, а система є колективним ефектом, який охоплює самоузгоджену поведінку всіх елементів різного типу і походження.

*Структурованість* системи є невід'ємною властивістю системи і означає заздалегідь визначений тип зв'язків між її елементами. Найчастіше при системних дослідженнях мають справу зі структурами ієрархічного типу. Завдяки принципу структурованості системи з'являється можливість установити структуру системи шляхом дослідження зв'язків і взаємовідносин між елементами.

Поняття *упорядкованість* визначається як просторова регулярність у розташуванні елементів системи, викликана геодинамічними умовами формування, або перетворення системи. Структурні рівні системи виділяють згідно з принципом ієрархічності структурних елементів системи. Тобто системи нижчого структурного рівня є елементами систем вищого структурного рівня. Система є не випадковим набором елементів, а наслідком дії множини геологічних процесів, а структура системи відображає геодинаміку цих процесів.

Системний підхід дозволяє визначити можливу множину законів будови систем.

Згідно із загальною теорією систем для вивчення текстур гірських порід необхідно розв'язати дві фундаментальні взаємопов'язані задачі системного аналізу:

- установити елементи геосистем структурного рівня текстур, вид відношень між ними;
- установити ієрархічний рівень, до якого належать геосистеми структурного рівня текстур гірських порід.

У межах структурно-системного підходу виділяють таку ієрархізовану супідрядність геосистем [1–3]: геосистеми структурного рівня мінералів, геосистеми структурного рівня текстур гірських порід, геосистеми структурного рівня геоформацій, геосистеми структурного рівня геокомплексів і геосистеми структурного рівня геосфер.

Геосистеми структурного рівня мінералів з макроскопічної позиції можна розглядати як суцільне однорідне тіло, здатне самообмежуватися, але з мікроскопічної – мінерал є дискретне середовище, побудоване періодичним повторенням елементарної комірки, яке утворює кристалічну ґратку. Найважливішою властивістю геосистем структурного рівня мінералів є їхня тривимірна регулярність і обмеженість кількості просторових груп симетрії кристалічної ґратки. Методами рентгенівського структурного аналізу встановлено 230 просторових груп симетрії кристалів, які заздалегідь були передбачені Є. С. Федоровим [1–2, 4–5].

Геосистеми структурного рівня текстур гірських порід з макроскопічної позиції розглядаються як квазісуцільне тіло за умови, що макроскопічний об'єм тіла набагато більший за характер-

ний розмір структурних неоднорідностей текстури гірської породи. Геосистеми цього рівня можуть мати нуль-, одно-, дво- і тривимірну регулярність у просторі [6, 8], а число просторових груп їхньої симетрії є нескінченно великим. Вони можуть включати як статистичні кристалографічні, так і неперервні точкові групи симетрії [4, 5, 10, 12]. Неперервні точкові групи симетрії текстур матеріалів передбачені Шубніковим [9].

Геосистеми структурного рівня геотропної структури характеризуються поперечно-ізотропною симетрією, що впливає з їхньої шаруватої структури. Геосистеми структурного рівня геоконструктивних блоків мають блокову лускато-шарувату структуру, а їхня симетрія невідома. Геосистеми структурного рівня геосфер мають мегаблокову товстошарувату структуру.

## 1.2. Геосистеми структурного рівня текстур гірських порід

Гірська порода в петрографії розглядається як деяка сукупність мінералів або мінеральних агрегатів певного складу і будови, що утворилася внаслідок геологічних процесів і залягає в земній корі у вигляді самостійних тіл. При виділенні типів порід беруть до уваги як склад, так і структуру гірської породи, а також їхній генезис. Розрізняють магматичні, осадові й метаморфічні гірські породи.

Поняття *структура* і *текстура* застосовують з метою характеристики просторових і морфологічних закономірностей розташування та орієнтації мінералів. Проте існують декілька підходів щодо розрізнення структурних і текстурних ознак гірських порід. Разом із тим, системне визначення поняття структури органічно поєднує головні аспекти загальнонаукового поняття *структури* і має необхідні атрибути для характеристики будь-якого геологічного об'єкта [2]:

- конструкцію елементів певного складу, яка виділяється за типами їхнього просторового розташування;
- певний тип зв'язку між елементами;

- указівку на можливу множину законів композиції;
- цілісність, нерозривно пов'язану зі своїми елементами.

У петрографії поняття *структура* включає лише другий аспект повного поняття *структура*, а четвертий знаходить відображення в терміні *текстура*. Для першого і другого аспектів структури в петрографії використовують *мінеральний агрегат*, або *мінеральний парагенезис*, а третій знаходить відображення лише в розділах структурної петрології.

Таким чином, гірська порода як геологічний об'єкт характеризується за всіма чотирма ознаками системного поняття *структура*: складом, зв'язками, законом композиції й цілісністю. Для гірських порід характерна впорядкованість і анізотропія будови. Для їхньої класифікації й систематизації застосовують поняття *направленість*, *розташування* та *орієнтованість* макроскопічних стереометричних елементів [8, 10, 12]. Під *направленістю* розуміють напрямок, уздовж якого в тій чи іншій формі підпорядковані розташування множини однорідних за своєю природою стереометричних елементів. Ці елементи називаються елементами направленої будови, а сукупність одних і тих же елементів – системою елементів направленої будови. Можна виділити просту і складну направлену будову. У першому випадку в гірській породі спостерігається лише одна система направленої будови, а в другому – дві або декілька. Наявність декількох напрямків, яким підпорядкована за розташуванням система елементів направленої будови, може бути викликана різними геодинамічними умовами формування текстури гірської породи, унаслідок чого відбувалися утворення та орієнтація відповідних структурних елементів. Іноді кожному напрямку можуть бути підпорядковані лише певні особливі елементи, а іноді розташування одного й того ж елемента підпорядковано двом або декільком напрямкам.

Отже, упорядкованістю будови структури гірської породи називатимемо стереометрично визначені елементи структури породи, сукупність яких у багатократному повторенні їхнього розташування, підпорядкованому одному або декільком напрямкам, надає текстурі цієї гірської породи впорядкованої будови.

Петрографічні методи дають можливість виділити такі види елементів упорядкованої будови [8]:

- текстурні – ділянки різного складу, крупності зерен, структури, кольору (ксеноліти, шліри, шари, галька, конкреції та ін.);
- структурні – мінеральні зерна, їхні зростки або агрегати, а також ооліти та сфероліти;
- кристалографічні – кристалографічні й оптичні осі зерен мінералів, площини спайності, двійникові осі та площини оптичних індикатрис;
- механічні – поверхні розривів суцільності гірської породи (мікротріщини, сланцюватість, кліваж, пори, каверни та ін.).

Виділення останньої групи елементів будови текстури, які являють собою розриви суцільності породи, викликана тим, що по своїй суті їх не можна віднести ні до структурних, ні до текстурних елементів у петрографічному визначенні направленої будови. Проте наявність розривів є найважливішим природним атрибутом гірської породи, що зумовлений механізмом деформування гірських порід, і має велике значення для з'ясування природи акустичних властивостей і проблем нафтогазової й рудної геології.

Виходячи з порівняльної величини розмірів стереометричних елементів упорядкованої будови, виділяють:

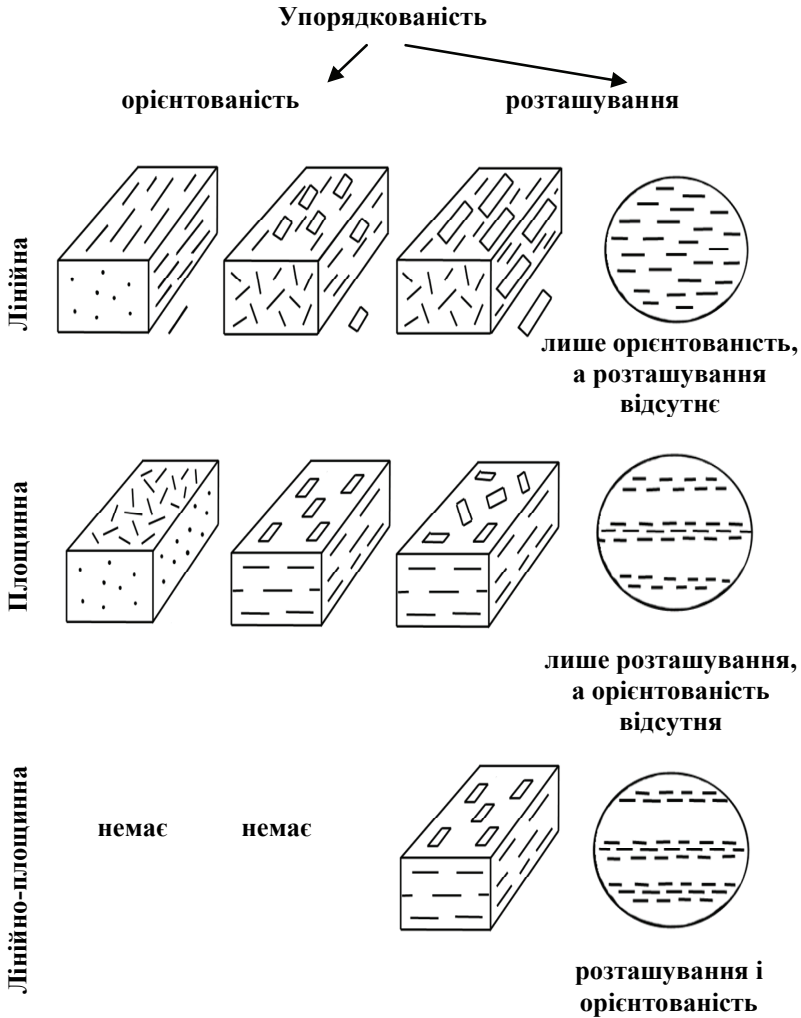
- ізометричні елементи, якщо всі три розміри структурних елементів приблизно однакові. Такі елементи можуть обумовлювати направлену будову лише завдяки їхньому розміщенню, а не їхньої орієнтації (рис. 1.1);
- подовжені елементи, якщо один розмір помітно більший за інші, а два інші приблизно однакові;
- подовжено-сплющені, якщо всі три розміри структурних елементів помітно відрізняються один від одного.

Якщо елементи структури гірської породи підпорядковані певним напрямкам, то розрізняють два можливі випадки (рис. 1.1):

- орієнтація видовжених або коротких осей неізометричних елементів паралельна лініям і площинам;
- незалежно від орієнтації закономірним є просторове розміщення структурних елементів будь-якої форми вздовж певних ліній або площин.

Розрізнення орієнтованості й просторового розміщення надзвичайно важливе, оскільки вони можуть мати принципово від-

мінну природу – не збігатися, а в більшості випадків бувають паралельні один одному.



**Рис. 1.1.** Класифікація впорядкованих структурних елементів текстур гірських порід (за Т. М. Дембо, 1954)

Орієнтованість характеризується розташуванням структурних елементів текстур, наприклад їхніх довгих сторін паралельно лініям або площинам (рис. 1.1). Вона типова для метаморфічних і магматичних порід. Залежно від того, чому паралельні довгі (або перпендикулярні їм короткі) сторони неізометричних структурних елементів – лініям чи площинам, або ж одночасно лініям і площинам, розрізняють такі типи орієнтованості: а) лінійний; б) площинний; в) лінійно-площинний.

При розміщенні тих чи інших елементів будови вздовж певних ліній і площин їхня форма не відіграє ролі. Вони можуть бути будь-якими, у тому числі й ізометричними.

Стереометричне правильне розміщення елементів можна розрізнити згідно з тим же принципом, що й орієнтованість: а) лінійне, якщо елементи розташовані вздовж паралельних ліній; б) площинне, якщо елементи розміщуються вздовж паралельних площин; в) лінійно-площинне, якщо елементи розміщуються вздовж паралельних ліній, які самі концентруються вздовж паралельних площин. Усі можливі комбінації, з урахуванням форми і видів упорядкованої будови, подано в систематизованому вигляді в табл. 1.1.

**Таблиця 1.1. Типи впорядкованості структурних елементів текстур гірських порід**

Орієнтованість подовжених, сплющених і подовжено-сплющених структурних елементів			Просторове розміщення структурних елементів довільної форми незалежно від її орієнтації		
Лінійна	Площинна	Лінійно-площинна	Лінійне	Площинне	Лінійно-площинне

Розмір елементів може змінюватися від мікроскопічних мінеральних зерен до великих текстурних елементів, які вимірюються сантиметрами. Упорядкована будова може проявлятися в обмежених ділянках, або у всьому геологічному тілі. Ділянки з однаковою впорядкованою будовою в структурній геології іменуються доменами [10, 13].

Елементи направленої будови можуть бути як прямолінійними, так і криволінійними. Таким чином, текстури гірських порід характеризуються нульвимірною, одномірною, двомірною і тримірною впорядкованістю структурних елементів. Тип упорядкованості текстур гірських порід викликаний як умовами їхнього формування, так і умовами їхнього перетворення в процесі діагенезу і метаморфізму. Для осадових гірських порід характерна одновимірна впорядкованість, обумовлена їхньою шаруватістю.

Шаруватість може бути горизонтальною, похилою і неправильною. Розрізняють текстури осадових порід за часом їхнього утворення на різних стадіях діагенезу [14]:

- сингенетичні текстури формуються на стадії утворення осадка;
- діагенетичні текстури обумовлені процесами перетворення осадка в породу;
- епігенетичні текстури пов'язані з катагенезом в умовах тисків до 0,5 кбар і температур до 300 °С (сланцюватість, кліваж, стилоліти у вапняках).

У магматичних гірських породах виділяють за ознаками орієнтації таблитчастих і витягнутих мінералів різні типи текстур: лінійні, трахітоїдні, смугасті й флюїдальні. Орієнтація кристалографічних осей породотвірних мінералів у магматичних породах може виникати при течії магми і при деформації внаслідок дії тектонічних сил.

Особливо значні перетворення текстур осадових і магматичних порід спостерігаються в процесі метаморфізму. За часом виникнення структурні елементи текстур метаморфічних порід поділяють на [10, 11, 15]:

- первинні (первинно-осадові);
- вторинні або синкладчасті (синдеформаційні) і синметаморфічні.

У процесі синметаморфічного складкоутворення одночасно зі складками формуються елементи структурного парагенезису: метаморфічна смугастість і паралельна їй сланцюватість, площинна і лінійна орієнтованість, лінійність агрегатів мінералів (табл. 1.2).

**Таблиця 1.2. Типи впорядкованості структурних елементів текстур метаморфічних порід (за даними [10, 13])**

<b>Об'ємні</b>	<b>Площинні</b>	<b>Лінійні</b>
Первинно-осадові текстури (шаруватість та ін.)	Площини нашарування	Лінії перетину напилених прошарків з горизонтальними прошарками, шарніри складок, зсуви та ін.
Метаморфічна смугастість	Граничні площини	Лінійність може виникнути при сплющено-лінзоподібному розвитку смугастості
Сланцюватість	Площини сланцюватості	Лінійність може виникнути при сплющено-лінзоподібному розвитку сланцюватості
Мінеральна орієнтації	Орієнтація граней мінералів	Орієнтація подовження мінералів або його осей, нормалей до граней
Складка	Осьова площина	Шарнір

### **1.3. Тріщинно-поровий простір текстур гірських порід**

Пустоти, макро- і мікророзриви в гірських породах значною мірою впливають на їхні акустичні й пружні властивості. Крім того, дослідження поведінки мікротріщин як окремих структурних елементів текстур гірських порід, їхнє утворення, реакції на зміни напруженого стану, ріст і взаємодія, а також їхня реальна морфологія, розподіл за розмірами та орієнтація мають інтерес для з'ясування деформаційної історії формування і перетворення текстури гірської породи.

Для розрізнення пор і мікротріщин можна скористатися визначенням, введеним Г. Сімонсом і Д. Ріхтером [16]: мікротріщина – це щілина, яка виникає в гірських породах, один або два виміри якої значно менші третього виміру.

При електронно-мікроскопічних дослідженнях мікротріщин гірських порід за модель тріщин обирають сфероїд [17]. Вели-

чину відношення півосей сфероїда  $\alpha = c/a$  ( $c$  – піввісь сфероїда, що паралельна осі обертання,  $a$  – піввісь сфероїда, що перпендикулярна до неї) називають форматом мікротріщин. У гірських породах величина формату тріщин може змінюватися в широких межах: від  $10^{-5}$  до  $10^0$ . Для мікротріщин величина формату  $\alpha$  відповідно до їхнього визначення має бути менша  $10^{-1}$ . Довжина мікротріщин, як правило, становить 5–10 мкм і більше.

За морфологічними ознаками розрізняють такі типи мікротріщин у гірських породах [18]:

- мікротріщини вздовж меж зерен кристалів, які зв'язані й можливо збігаються з межами граней зерен мінералів;
- внутрішньо-кристалічні (внутрішньо-зернові) мікротріщини, які повністю містяться в межах зерен;
- міжкристалічні (міжзернові), які розповсюджуються від межі одного зерна і перетинають одне або декілька інших зерен.

Міжкристалічні тріщини на певній ділянці своєї довжини можуть бути мікротріщиною на межі зерен кристалів. Мікротріщини вздовж меж зерен можна розрізнити як такі, що збігаються і не збігаються з дійсною межевою площиною зерна кристала. Нерідко межі зерен у кристалічних породах можуть бути повністю або частково заліковані й проявлятися лише у вигляді щілиноподібних подовжених западин. Унаслідок дії на гірську породу механічних і теплових напруг межі зерен мінералів можуть бути зруйнованими і неперервно розповсюджуватися вздовж меж декількох зерен. Внутрішньо-кристалічні мікротріщини відносно невеликі за розміром, а їхня довжина часто менша діаметра зерен мінералів, а ширина не перевищує 1 мкм.

Природні внутрішньокристалічні мікротріщини можуть мати стінки із шершавою поверхнею, а також бути заповненими іншими матеріалами, тобто повністю або частково заліковані. Внутрішньо-кристалічні мікротріщини, навпаки, викликані термомпружними і механічними напруженнями, як правило, мають рівну поверхню, більш вузькі й їхні вістря гостріші або закруглені. Більшість тріщин, які виникають унаслідок дії механічних напруг, належать до мікротріщин розтягання з відсутністю зміщень типу зсуву між поверхнями стінок мікротріщин. Міжкристалічні мікротріщини набагато довші й мають частіше більшу

розкритість, ніж внутрішньо-кристалічні мікротріщини. У гірських породах, які зазнавали дії механічних напруг, міжкристалічні мікротріщини в зоні вістря дуже часто орієнтовані майже паралельно дії максимальних напруг.

Серед внутрішньо-кристалічних мікротріщин виділяються в особливу групу мікротріщини вздовж площин спайності мінералів. Вони нерідко виникають у вигляді паралельних скупчень мікротріщин різної довжини, розташованих у межах зерна одного кристала. Мікротріщини можуть також виникати вздовж декількох площин спайності. Внутрішньо-кристалічні мікротріщини вздовж площин спайності найчастіше спостерігаються у кварці (уздовж напрямків  $r$ ,  $Z$ ); у польових шпатах (уздовж напрямків  $[001]$  і  $[010]$ ); у слюдах (уздовж площини, перпендикулярної до напрямку  $[001]$ ), а також у піроксенах (уздовж напрямку  $[110]$ ).

Якщо гірські породи зазнавали впливу тектонічних напруг, то спостерігається певна орієнтація мікротріщин. Проте впорядкованість мікротріщин може відображати будову текстури гірської породи, зумовленої її генезисом, що нерідко призводить до помилкових висновків щодо напрямків дії прикладених напруг.

## 1.4. Статистична симетрія текстур гірських порід

Фундаментальні основи застосування принципів симетрії до вивчення текстурованого середовища закладено в роботах О. В. Шубнікова [9], І. І. Шафрановського [5, 12]. Але поняття текстури в роботах О. Шубнікова трактується дещо по-іншому, ніж це прийнято в петрографії. Під текстурою розуміють деяке однорідне тіло (відносно певних властивостей) неграгчастої структури, яке складається з множини структурних елементів, що певним чином згідно із законами симетрії орієнтовані у просторі. Якщо структурні елементи розмножувати за допомогою операції довільних за величиною напрямків переносів, включаючи і нескінченно малі таким чином, щоб вони були розподілені у просторі з більш-менш однаковою щільністю, то можна одержати нескінченну кількість текстур і відповідних їм

просторових точкових груп симетрії. Просторові точкові групи симетрії текстур, які включають нескінченно малі переноси, мають осі симетрії нескінченного порядку і називаються межовими або неперервними точковими групами симетрії. Такі текстури не мають періодичної будови з жодного із трьох вимірів простору.

На доцільність застосування просторових груп О. В. Шубнікова і принципу П. Кюрі вперше звернув увагу І. І. Шафрановський [5, 12]. Принципи симетрії використовувалися М. Патерсоном і Л. Вейсом [19] для інтерпретації структурних діаграм деформованих гірських порід.

Основні принципи класичної кристалографічної симетрії для аналізу текстур гірських порід можна застосовувати з певними обмеженнями. Дійсно, унаслідок багатьох причин, викликаних умовами формування і гетерогенністю мінерального складу гірських порід і впливу постгенетичних перетворень, формування в них досконалої тривимірної регулярної структури практично неможливо. У реальних текстурах гірських порід порушується головний принцип симетричного аналізу – ізорозмірність структурних елементів, а їхня періодичність носить статистичний характер. Якщо зняти обмеження, які накладаються на ідентичність структурних елементів текстури і замінити її квазіідентичністю й умовами тривимірної регулярності, то тоді можна скористатися принципами узагальненої статистичної симетрії, сформульованими Дж. Берналом [6]. Згідно з цими принципами впорядкований стан будь-якої геосистеми можна описати, спираючись на положення статистичної симетрії:

- розмірність упорядкованості, яка вимірюється просторовою розмірністю повторюваності структурних елементів;
- ступінь регулярності текстури;
- ступінь квазіідентичності структурних елементів.

Для ілюстрації принципів статистичної симетрії розглянемо всі можливі типи впорядкованості текстур гірських порід від ідеальної тривимірної впорядкованості до повністю неупорядкованої текстури. На рис. 1.2 наведено схему порушень упорядкованості структурних елементів у лінійно-орієнтованій текстурі.

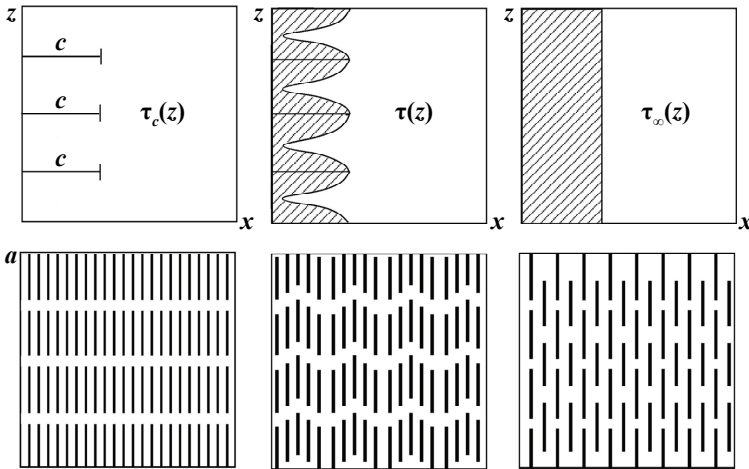


**Рис. 1.2. Типи порушень тривимірної регулярності  
ідеальної лінійної текстури гірської породи**

Виходячи із принципів статистичної симетрії [6, 7], можна ввести поняття статистичних функцій розподілу структурних

елементів текстури гірської породи. Усі можливі типи порушень тривимірної регулярності можна поділити на такі:

- зсуви структурних елементів уздовж осі  $Z$  (вісь  $Z$  збігається з напрямком упорядкованості структурних елементів) можна описати за допомогою функції розподілу зсувів  $\tau(z)$  (рис. 1.3);
- азимутальне обертання структурних елементів навколо осі  $Z$  можна описати функцією поворотів  $f(\Psi)$ ;
- нахил структурних елементів відносно осі  $Z$  можна описати функцією кутового розподілу осей елементів  $D(\alpha)$ ;
- відхилення від двовимірної періодичності в площині  $xy$ , яка перпендикулярна до осі  $Z$ , можна описати функцією порушень ідеальної сітки  $W(x, y)$ . Щоб визначити типи порушень сітки (квадратної, прямокутної, паралелограмної, ромбічної, гексагональної і т. ін.) можна ввести спеціальні індекси.



**Рис. 1.3. Різні типи порушень упорядкованості текстури гірської породи та їхні відповідні функції розподілу**

Як видно з наведених даних, порушення впорядкованості призводить до появи елементів неперервних груп симетрії – структурних елементів нескінченно малого переносу та осей

симетрії нескінченного порядку. На рис. 1.2 його ліва частина характеризує лише порушення текстури, в яких її структурні елементи прямолінійні й паралельні один одному. Тому тут завжди присутній символ *c*-трансляції вздовж головної осі симетрії.

Порушення паралельності й згини структурних елементів можна поділити на два типи. Якщо вздовж головної осі сусіди не змінюються, то такі порушення називаються узгодженими. І навпаки, якщо структурні елементи текстури перетинаються, то такі порушення паралельності називаються неузгодженими. Узгоджені порушення паралельності структурних елементів можуть бути описані шляхом введення поняття трансляційної симетрії в криволінійних координатах  $(\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c})$ . Узгоджений згин як відхилення від прямолінійності можна охарактеризувати функцією  $D(\alpha)$ , яка визначає вірогідність відхилення структурних елементів на кут  $\alpha$  від головної осі.

Множина порушень регулярності, в решті-решт, призводить до появи неперервних точкових груп симетрії. У текстурах гірських порід ці елементи симетрії можна визначити, застосовуючи принципи статистичної симетрії.

Відомі з літературних джерел [4, 5, 12, 19, 20] точкові групи симетрії текстур гірських порід подано в табл. 1.3.

Як видно з наведених даних, у першому наближенні текстури гірських порід можна віднести до п'яти класів точкових груп кристалографічної й статистичної симетрії: сферичної, поперечно-ізотропної, ромбічної, моноклінної й триклінної.

**Таблиця 1.3. Точкові групи симетрії текстур гірських порід за даними робіт [4, 5, 12, 19, 20]**

Клас симетрії	Генетичні типи гірських порід		
	Осадкові породи	Інтрузивні породи	Метаморфічні породи
Сферична	Текстури масивних пісковиків із сферичними зернами кварциту з довільно орієнтованими кристалографічними осями	Текстури гранітів, базальтів з довільно орієнтованими зернами мінералів і пор	Текстури метаморфічних порід, які сформувалися в умовах гідростатичних тисків

Клас симетрії	Генетичні типи гірських порід		
	Осадкові породи	Інгузивні породи	Метаморфічні породи
Попереочно-ізотропна	Седиментація в нерухомому водному басейні на горизонтальній поверхні з ізометричними текстурами шаруватих відкладів і неізометричними зернами, наприклад глинисті сланці й вапняки	Текстури смугастих порід інгузивів, лавових потоків за відсутності лінійної структури течії	Текстури метаморфічних порід в умовах однорізного стискання
Ромбічна	–	–	Текстури метаморфічних порід в умовах чистого розтягування
Моноклінна	Текстури осадкових порід, які вміщують лінійні структури, лускати й витягнуті зерна	Текстури гірських порід з лійними структурами течії	Текстури метаморфічних порід в умовах зсуву
Триклінна	Текстури осадкових порід, які вміщують ненаправлені структури течії, згини нашарування і т. ін.	Текстури, які вміщують нерегулярні течії, згини	Текстури з накладеними одна на одну під гострим кутом деформаціями (у тектонітах)

### 1.5. Математичний метод кількісної оцінки функції розподілу орієнтації мінералів і тріщин текстур гірських порід

Математично можна описати текстуру гірської породи шляхом введення функції розподілу орієнтації мінералів і мікротріщин. Цю задачу розв'язали незалежно один від одного

А. С. Віглілн [21], Х. Бунге [22], Р. Роу [23]. В основі їхнього підходу лежить поняття функції розподілу орієнтації (ФРО)  $f(g)$ , яка характеризує вірогідність орієнтації деякого елементарного об'єму  $\Delta V$  гірської породи, макроскопічного об'єму  $V$  у напрямку кутів заданого простору орієнтації, що змінюються в межах від  $g$  до  $g + \Delta g$

$$\frac{\Delta V}{V} = f(g)\Delta g, \quad (1.1)$$

де  $g$  – деякий оператор обертання у просторі орієнтації, який є тригонометричною функцією кутів цього простору.

Для визначення ФРО мінералів і мікротріщин текстури гірської породи необхідно задати систему координат  $x_i$ , пов'язану із строго заданими напрямками в зернах кристалів або мікротріщин. Її ми називатимемо кристалографічною системою координат, яка оцінюється однозначно для всіх класів симетрії породотвірних мінералів. Разом із тим, дослідження на зразках гірських порід у лабораторних умовах здійснюються в так званій робочій системі координат  $x'_i$ .

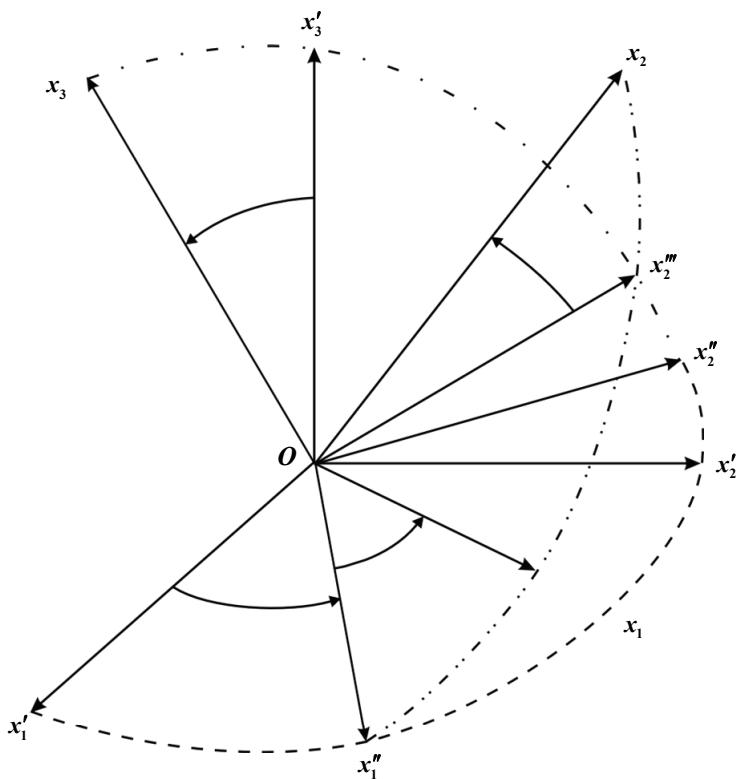
Визначити орієнтацію зерна мінералу або мікротріщини текстури гірської породи – це вказати оператор обертання ( $g_{ij}$ ), який переводить шляхом послідовно здійснюваних поворотів робочу систему координат  $x'_i$  у кристалографічну систему координат  $x_i$ . В аналітичній формі зв'язок між робочою і кристалографічною системами координат можна задати в такому вигляді:

$$x'_i = g_{ij}x_j,$$

де  $g_{ij}$  – оператор обертання, який забезпечує послідовність поворотів і перехід від кристалографічної до робочої систем координат.

Якщо оператор обертання задати в групі обертання так званих кутів Ейлера, то тоді його можна представити як добуток трьох послідовних поворотів (рис. 1.4), а саме: обертання  $g_{\phi_1}$  у додатному напрямку робочої системи координат текстури гірсь-

кої породи  $x'_i$  навколо координатної осі  $x_3$  на кут  $\varphi_1$ , унаслідок якого вісь  $x'_i$  збігатиметься з  $x''_i$ ; потім обертання  $g_\theta$  на кут  $\theta$  навколо нової осі  $x''_1$  (після якого вісь  $x'_3$  займе положення кристалографічної осі  $x_3$ ); і, нарешті, обертання  $g_{\varphi_2}$  на кут  $\varphi_2$  навколо осі  $x_3$ .



**Рис. 1.4. Кути Ейлера  $\varphi_1, \theta, \varphi_2$ , які визначають орієнтацію робочої системи координат полікристалічного агрегату відносно кристалографічної системи координат  $x_i$  зерна кристала шляхом неперервного обертання навколо початку системи координат точки  $O$**

Функція розподілу орієнтації  $f(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$  характеризує вірогідність того, що орієнтація кристалографічної осі зерна мінералу або мікротріщини текстури гірської породи перебуває в межах кутів від  $\varphi_1$  до  $\varphi_1 + \alpha\varphi_1$ , від  $\theta$  до  $\theta + \alpha\theta$ , від  $\varphi_2$  до  $\varphi_2 + \alpha\varphi_2$  орієнтаційного простору Ейлера.

Щоб функція розподілу орієнтації мінералів і мікротріщин текстури гірської породи задовольняла умову інваріантності в усьому орієнтаційному просторі Ейлера, вона має задовольняти рівняння [24]

$$\frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi_1, \theta, \varphi_2) \sin \theta d\varphi_1 d\theta d\varphi_2 = 1, \quad (1.2)$$

де  $T_{\ell mn}(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$  – узагальнена сферична функція  $i$ -го порядку.

Оскільки функція  $T_{\ell mn}(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$  ортогональна і задовольняє умову

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} T_{\ell mn}^*(\varphi_1, \theta, \varphi_2) T_{\ell mn}(\varphi_1, \theta, \varphi_2) \sin \theta d\varphi_1 d\theta d\varphi_2 = \\ & = \frac{2}{2\ell + 1} \delta_{\ell_1, \ell_2} \delta_{m_1, m_2} \delta_{n_1, n_2}, \end{aligned} \quad (1.3)$$

то будь-яку ФРО  $f(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$  можна розкласти в ряд узагальнених сферичних функцій [22, 27, 28, 29]

$$f(\varphi_1, \theta, \varphi_2) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \sum_{n=-\ell}^{\ell} W_{\ell mn} T_{\ell mn}(\varphi_1, \theta, \varphi_2), \quad (1.4)$$

де коефіцієнти розвинення  $W_{\ell mn}$  визначаються формулою

$$\begin{aligned} W_{\ell mn} = \\ = \frac{2\ell + 1}{16\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi_1, \theta, \varphi_2) T_{\ell mn}(\varphi_1, \theta, \varphi_2) \sin \theta d\varphi_1 d\theta d\varphi_2. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Коефіцієнти розвинення  $W_{\ell mn}$  залежать від порядку гармоніки  $\ell$  і вміщують вичерпну інформацію про орієнтацію структурних елементів гірської породи.

На кількість незалежних коефіцієнтів розвинення ФРО мінералів накладає обмеження як статистична симетрія текстури гір-

ської породи, так і кристалографічна симетрія породотвірного мінералу [21, 22, 23, 28].

Функцію розподілу орієнтації  $f(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$  мінералів і мікродіришин текстури гірської породи експериментально визначають за допомогою функції розподілу нормалей  $g(\varphi, \theta)$  до площин у сферичній системі координат текстури  $(\varphi, \theta)$  [18, 22, 28]

$$g(\varphi, \theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \Omega_{\ell m} P_{\ell m}(\cos \theta) e^{-im\varphi}, \quad (1.6)$$

де

$$\Omega_{\ell m} = 2\pi \left( \frac{2}{2\ell + 1} \right)^{1/2} \sum_{n=-\ell}^{\ell} P_{\ell n}(\cos \eta) e^{in\varphi}, \quad (1.7)$$

$P_{\ell m}(\cos \theta), P_{\ell n}(\cos \theta)$  – нормалізовані приєднані поліноми Лежандра;  $\eta, \varphi$  – полярний і азимутальний кути сферичної системи координат в ортогональній кристалографічній системі координат.

## 2. ДЕФОРМАЦІЙНІ МЕХАНІЗМИ ФОРМУВАННЯ ТЕКСТУР ГІРСЬКИХ ПОРІД

---

Експериментальні дослідження мінералів і гірських порід в умовах високих тисків і температур свідчать про складний характер їхньої деформації. Це пояснюється, з одного боку, полімінеральністю гірських порід і низькою симетрією кристалічних структур більшості породотвірних мінералів та анізотропією їхніх механічних властивостей, а з іншого – наявністю пор і мікротріщин як сухих, так і заповнених флюїдом.

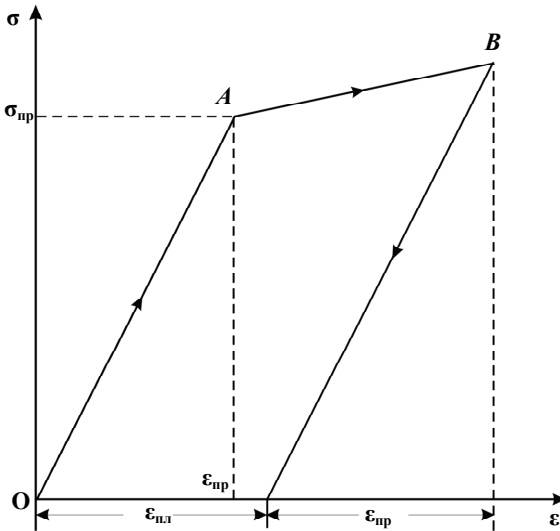
Згідно із сучасними оцінками швидкість природних деформацій гірських порід надзвичайно низька (порядку  $10^{-14}$  с<sup>-1</sup>) й її відтворення в лабораторних умовах практично неможливе. Тому для дослідження розвитку текстур гірських порід застосовуються різні мікроскопічні теоретичні моделі деформування гірських порід.

### 2.1. Механічна поведінка мінералів і гірських порід під дією напруг

Для дослідження механічної поведінки мінералів і гірських порід здійснюють експериментальні дослідження зразків гірських порід і мінералів в умовах розтягування або стискання. На основі вивчення залежності між напругами і деформаціями можна зробити висновки щодо реологічної поведінки матеріалів [30, 32].

В умовах експериментів на стискання спостерігається характерна реологічна поведінка монокристалів і текстур гірських порід, яка в ідеалізованому вигляді подана на рис. 2.1. Точка *A* переходу від більш нахиленого відрізка *OA* до менш нахиленого *AB* назива-

ється межею пружності. Її координати  $\sigma_{пр}$  і  $\epsilon_{пр}$  і визначають граничні значення пружних напруг і деформацій. У цій точці досягаються максимально можливі напруги, після зняття яких залишкові деформації відсутні. За межами пружності розташована область пластичної деформації ( $AB$  на рис. 2.1), в якій при розвантаженні зразка гірської породи зникає лише пружна деформація  $\epsilon_{пр}$ . Таким чином, пластичні деформації зразка гірської породи  $\epsilon_{пл}$  є незворотними. Додатний кут нахилу відрізка  $AB$  (рис. 2.1) свідчить про зміцнення гірської породи при збільшенні напруг.



**Рис. 2.1. Ідеалізована залежність напруг ( $\sigma$ ) від деформацій ( $\epsilon$ ) для гірських порід при прямому і зворотному циклі деформації ( $OA$  – пружна область,  $AB$  – область пластичності,  $\epsilon_{пр}$  – пружні деформації,  $\epsilon_{пл}$  – пластичні деформації)**

Разом із тим, кут нахилу відрізка  $AB$  може дорівнювати і нулю ( $\sigma_{пр} = \text{const}$ ), це свідчитиме, що після зміцнення гірської породи розпочалася її течія. Течію гірської породи при постійних напругах називають повзучістю.

Зміщення, яке супроводжує пластичну деформацію, найчастіше безпосередньо передує стадії руйнування. У цьому випадку відбувається перехід від пластичної деформації до крихкої.

У більшості гірських порід ще з моменту їхнього формування вздовж меж зерен розташовуються різного роду мікропорожнини і мікророзриви. Прикладені до породи сили створюють напруги, які концентруються на кінцях цих мікророзривів, а потім від них і беруть початок нові мікротріщини. Останні прокладають свій шлях паралельно напрямку максимальних напруг. Число і розмір мікротріщин, що розростаються, прямо пропорційне діючим напругам. Коли мікротріщини з'єднуються й утворюють магістральний розрив, відбувається руйнування гірської породи. За низьких тисків у гірській породі розвиваються нерегулярні мікротріщини (тріщини розтягування). За високих тисків мікротріщини закономірно розташовуються по усьому об'єму зразка і з'являються ознаки пластичної деформації (сковзання, подвійкування, смуги зламу).

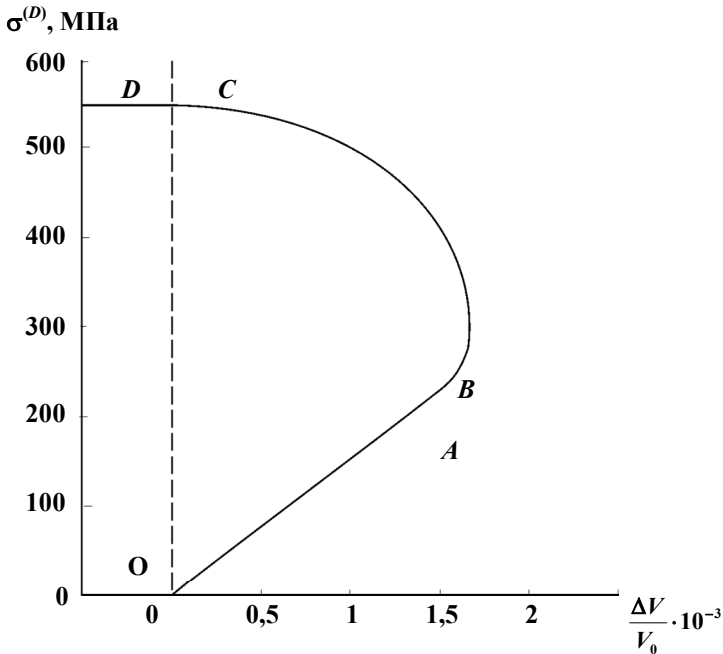
Таким чином, руйнуванню в умовах високих тисків передує повільне розповсюдження мікротріщин і пластична поведінка. Утворення тріщин при цьому розвивається вздовж зони, де концентруються мікротріщини і ділянки пластичної деформації, і носить характер руйнування типу сколів і кручення.

При тривісних механічних дослідженнях циліндричних зразків гірських порід за низьких температур і великих девіаторних напруг у процесі експериментів вимірюється зміна об'єму гірської породи (рис. 2.2). При зростанні напруг від нульового значення за рахунок пружної деформації, але за великих диференціальних напруг, об'єм зростає до тих пір, поки зразок не зруйнується. Це збільшення обсягу називається дилатансією.

Якщо пори гірської породи насичені флюїдом, то нормальні напруги зменшуються на величину тиску флюїду в порах  $P_f$ , тобто

$$\sigma_{eff} = \sigma_n - P_f, \quad (2.1)$$

де  $\sigma_n$  – нормальний тиск;  $P_f$  – тиск флюїду в порах, а величину  $\sigma_{eff}$  називають ефективним тиском.



**Рис. 2.2. Зв'язок між девіаторними напругами ( $\sigma^{(D)}$ ) і зміною обсягу граніту за умов скалярно-напруженого стану (*OA* – стадія пружної деформації, *AB* – межа пружності, *BC* – початок руйнування, *CD* – дилатансія і руйнування)**

Якщо в гірських породах, в яких реакції дегідратації або часткового плавлення створюють тиск флюїду в порах і тріщинах гірської породи, який досягає тиску у твердому каркасі, у ній можуть відкриватися або виникати нові тріщини. У непроникних гірських породах тиск флюїду може перевищити її міцність і вона може зруйнуватися.

Роль флюїдів завдяки їхньому тиску не обмежується такими фізичними ефектами, як виникнення тріщин і підтримання їх у розкритому стані. Флюїди можуть здійснювати хімічний вплив на розповсюдження мікротріщин шляхом корозії речовини під тиском і на рух по розривах унаслідок пластичного розуціль-

нення. Флюїд насичує мікротріщини і сприяє корозії та селективній зміні кінця мікротріщини, яка перебуває в напруженому стані. Це явище називається корозією під тиском. Корозія сприяє росту мікротріщин при напругах нижчих, ніж їхні критичні значення, необхідні для розкриття мікротріщин.

## 2.2. Пластична деформація мінералів і гірських порід

Зв'язана (неперервна) деформація текстур гірських порід обумовлена елементарними механізмами, які діють у масштабах монокристалів [13, 28, 30–36]. Під дією зовнішніх (девіаторних) напруг заданого напрямку деформація монокристала відбувається шляхом ковзання вздовж множини площин кристалічної ґратки – це пластична деформація, а також унаслідок дифузії атомів через кристалічну ґратку і вздовж граней кристала і, урешті-решт, унаслідок кристалізації нової мінеральної фази за рахунок раніше існуючої – це синтектонічна кристалізація.

Механізми ковзання і дифузії можуть діяти у твердому стані й не супроводжуватися змінами об'єму, представляючи пластичну деформацію в широкому розумінні. Проте дифузії й новій кристалізації може сприяти присутність флюїдів, які підсилюють пластичні властивості. Пластична деформація у твердому стані й деформація в середовищі з флюїдами мають різні механізми і відбуваються в різних мінеральних асоціаціях і геологічних умовах. Зокрема, деформація, яка асоціюється з флюїдними агентами, характерна насамперед для процесів прогресивного метаморфізму, ступінь якого зростає з виділенням рідини в реакціях дегідратації. Пластична деформація, навпаки, переважно зв'язана з ретроградним метаморфізмом, для якого характерна наявність зон, збіднених флюїдами.

Пластична деформація у твердому стані відбувається внаслідок відносних зміщень структурних елементів, форма і склад яких контролюють механізм деформації. Уявлення про пластичність використовується в масштабі статистично однорідного середовища, у той же час як деформаційний механізм визначається

ся перенесенням носіїв деформації, тобто належать до менших масштабів.

Виділяють такі структурні елементи пластичної деформації [13, 28, 30, 32,36, 37]:

- пластична течія або сковзання в зернах кристалів;
- дифузійне перенесення атомів, молекул і вакансій;
- кристали, в яких міжзерновий рух проявляється як надпластична течія;
- катакlastична течія.

Відповідно до зазначених носіїв деформації гірських порід існують чотири механізми, дія яких залежать від напруг, швидкості деформації, температури, тиску та інших факторів. Перші три механізми пластичної деформації ґрунтуються на пластичності кристалів.

### 2.3. Пластичні деформації кристалів мінералів

*Системи сковзання.* Пластична деформація кристалів сковзанням відбувається шляхом зміщення (зсуву) окремих дислокацій вздовж кристалографічної площини, найбільш густо заповненої атомами (з максимальною ретикулярною щільністю). Нерідко в ґратках певних типів при підвищених температурах і швидкостях деформації сковзання дислокацій можливе і вздовж площин з ретикулярною щільністю нижче максимальної, але найближчими до них. У цих площинах дислокації сковзають уздовж напрямків, які задовольняють ті ж вимоги, тобто вздовж площин найбільш густо заповнених атомами. Уздовж цих площин і напрямків опір зсуву, яким володіє кристалічна ґратка, мінімальний. Площина сковзання і напрямок сковзання, який лежить у цій площині, утворює систему сковзання.

Наявність великої кількості систем сковзання у мінералів призводить до того, що воно відбувається в них уздовж складної поверхні, яка являє собою нібито призми, кожна грань якої збігається з будь-якою площиною сковзання, а ребра – лінії перетину цих площин із напрямком сковзання. У цьому випадку сковзання нагадує повздовжній зсув у зв'язці "олівців" і з цієї при-

чини отримало назву "олівцевого сковзання". Воно стає можливим при великій кількості систем сковзання, які мають один і той же вектор зсуву.

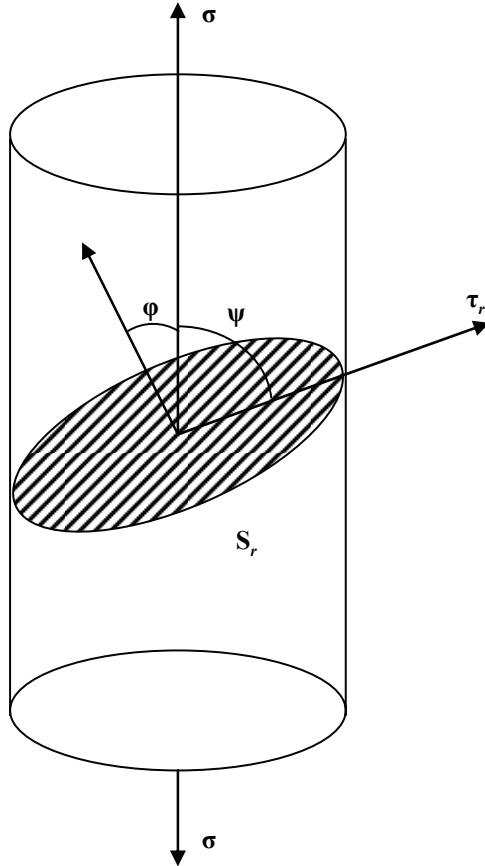
Головним механізмом пластичної деформації кристалів є внутрішньозернове зсувне переміщення одних частин кристала відносно інших, яке здійснюється різнобічним рухом дислокацій, у тому числі й у зернах, що межують між собою. У випадку деформації при високих температурах стає також можливим і дифузійне переміщення дислокацій (переповзання), яке накладається на зсувне переміщення і змінює його результат. При малих швидкостях деформації й дуже високих (вище  $0,5 T_{nl}$ ) температурах додатково до пластичної деформації зазначених видів може приєднатися також і чисто дифузійне переміщення окремих кристалів один відносно одного. Дислокаційний і дифузійний механізми визначають розвиток внутрішньозернової й міжзернової деформацій.

Зсувна деформація може також відрізнятися конкретними механізмами. Основний з них – сковзання дислокацій і двійникування. Конкретний внесок того чи іншого механізму визначається багатьма факторами, у тому числі й такими, як умови деформації (ступінь, температура, швидкість), тип кристалічної ґратки, кристалографічна орієнтація відносно зовнішніх деформуючих напруг (у випадку початково текстурованої гірської породи), розмір і форма зерен до деформації та ін.

Навіть таке схематизоване перерахування способів, якими може здійснюватися деформація, і найважливіших факторів, які впливають на роль і внесок кожного із цих способів, робить зрозумілим складність явища. Ось чому опис зміни текстури гірської породи при пластичній деформації носить здебільшого якісний характер.

При аналізі процесу сковзання під дією зовнішньої прикладеної (напр., розтягування) напруги  $\sigma$  необхідно брати до уваги, що зсув викликається дотичними напругами, які діють у площині сковзання в напрямку сковзання. Ця напруга називається приведеною напругою зсуву  $\tau$ . Залежність між  $\tau$  і  $\sigma$  має такий вигляд:

$$\tau_r = \sigma \cos \varphi \cos \psi. \quad (2.2)$$



**Рис. 2.3.** Залежність між прикладеними напругами  $\sigma$  і напрямком напруги зсуву  $\tau_r$  (схема) ( $S_r$  – площина сковзання,  $\bar{N}_r$  – нормаль до площини сковзання,  $\tau_r$  – напрямок сковзання,  $\varphi$  – кут між нормаллю і діючою напругою,  $\psi$  – кут між напрямком сковзання і діючою напругою)

Залежність (2.2) називається законом Шмідта [37] (рис. 2.3), згідно з яким пластична деформація монокристала в даній сис-

темі сковзання починається тоді, коли приведені напруги  $\tau_r$  досягають критичної величини  $\tau_{kr}$  (або критичних приведених напруг зсуву). Величина  $\tau_{kr}$  є важливою характеристикою механічних властивостей. Добуток  $\cos\phi\cos\psi$  відомий як фактор Шмідта [13, 28, 30].

Із рівняння (2.2) випливає, що значення  $\tau_r$  залежить від орієнтації системи сковзання відносно зовнішнього зусилля. У випадку двох орієнтацій (коли вісь розтягання нормальна до площини сковзання і паралельна цій площині) сковзання не буде, оскільки  $\tau_r = 0$ . Якщо площина сковзання нахилена до осі розтягання під кутом  $45^\circ$ , спостерігатиметься максимальне значення  $\tau_r = 0,5\sigma$ .

За наявності в кристалі декількох систем сковзання, різним чином орієнтованих відносно зовнішніх сил, пластична деформація зі збільшенням зовнішніх напруг почнеться раніше в найбільш сприятливо орієнтованій системі, а саме в тій, для якої приведені напруги зсуву вже досягли значень критичних напруг зсуву. Така система сковзання називається первісною. Зі збільшенням прикладених напруг сковзання розповсюджується і на менш сприятливо орієнтовані вторинні системи сковзання.

Критичні дотичні напруги не залежать від орієнтації системи сковзання відносно осі зовнішнього навантаження.

У кристалах існують двовимірні дефекти, до яких можна віднести двійники. Двійникова структура виникає при розташуванні однієї частини кристала симетрично другій відносно площини двійникування. Частини кристала повертаються на певний кут навколо осі двійникування. Таке деформаційне двійникування обумовлюється простим зсувом початкової ґратки на деякий кут паралельно площині двійникування. Кут загального повороту ґратки може досягати досить великих значень. Процес двійникування порівняно з дислокаційним сковзанням відбувається дуже швидко. Він реалізується завдяки локальному перегрупуванню атомів, яке вимагає значніших напруг, ніж сковзання. Унаслідок двійникування кут повороту структури фіксований, орієнтація її змінюється, у той же час при сковзанні структура

не спотворюється різко і матеріальні лінії плавно обертаються. Механічному двійникуванню сприяє низька температура, висока швидкість деформації й низька енергія дефектів упаковки.

## 2.4. Пластичні деформації текстур гірських порід

Текстура гірської породи є незаперечним свідченням пластичної поведінки гірських порід і надзвичайно чутливим індикатором деформаційної історії формування і перетворення гірської породи в земній корі. Розвиток переважної кристалографічної орієнтації породотвірних мінералів є відображенням активності їхніх систем сковзання в умовах утрудненої деформації в полікристалічному неоднорідному агрегаті. Внутрішня пластична анізотропія мінералів обумовлює і подальшу анізотропію деформаційної текстури гірської породи. Анізотропія і неоднорідність мікроскопічної течії в полікристалічному агрегаті безумовно найтісніше зв'язані з макроскопічною деформацією формування тектонічної структури. У зв'язку з цим детальний аналіз текстур гірських порід має пряме відношення до інтерпретації великомасштабної деформації в тектонічних структурах.

З позицій механіки суцільного середовища для розв'язку задачі формування полікристалічного агрегату, який, деформуючись, залишається когерентним, необхідно, щоб виконувались умови рівноваги напруг і сумісності деформацій. Проте розв'язати цю задачу в аналітичній формі без спрощень не вдається.

Існують два принципово відмінні підходи до побудови деформаційної моделі текстуроутворення полікристалів з вихідною невпорядкованою орієнтацією. Один із них ґрунтується на припущенні однорідності напруг у деформованому матеріалі – модель деформації згідно із Заком [28, 30], а другий – на припущенні однорідної деформації полікристала: модель Тейлора [35] і Бішопа–Хілла [28, 30]. Ці два підходи відображають дві крайні можливості для здійснення пластичної деформації полікристала.

*Перший підхід* передбачає незалежну деформацію сковзання кожного зерна в агрегаті, яка відповідає діючій системі з максимальними приведеними напругами зсуву, з максимальним фактором Шмідта відносно зовнішніх прикладених напруг як в ізольованому монокристалі. При такому способі пластичної течії для збереження неперервності деформації агрегату зерен необхідні або кореляції між формозміною сусідніх зерен, або пристосування деформації в примежових суміжних зонах.

Таким чином, у першому підході припускається, що кожний кристал деформується як ізольоване зерно (за відсутності інформації про сусіда) в однорідному полі напруг. Цей підхід забезпечує рівновагу напруг і визначає нижню межу для напруг.

Утрудненість деформації в полікристалі (за відсутності кореляції в орієнтації сусідніх зерен) унаслідок тертя на їхніх межах приводить до зміни механізму деформації примежових зон від моносковзання до множинного сковзання або додаткового двійникування для збереження неперервності деформації.

*Другий підхід* передбачає, що зміна форми кожного зерна в полікристалі з точністю відповідає макроскопічній деформації всього об'єму зразка. У цьому випадку неперервність деформації полікристала забезпечується дією в кожному зерні не менше п'яти незалежних систем сковзання, для яких одночасно досягаються однакові приведені напруги зсуву. Ці умови виконуються за особливих внутрішніх напружених станів для кожного зерна, що в загальному випадку не збігаються із системою прикладених зовнішніх напруг.

Вибір систем деформації визначається не лише умовами досягнення заданої зовнішніми напругами формозміни, але й принципом мінімальної роботи зсуву для досягнення заданої деформації (згідно з Тейлором) або максимальної роботи зсуву при заданих зовнішніх прикладених напругах (згідно з Бішопом–Хіллом), що одне й те саме.

У другому підході припускається, що зерно повністю контролюється сусідами і деформується як полікристалічний агрегат загалом, завдяки чому забезпечується зв'язність на межі зерен і визначення верхньої межі напруг. Поведінка гірських порід лежить між верхніми і нижніми межами розв'язків, тобто на компромісі між балансом напруг і сумісністю деформацій. Проте для

гірських порід із низькою симетрією кристалів і мінералами з декількома системами сковзання сумісна і рівноважна моделі можуть давати різні результати.

Повне описання розвитку текстури полікристалічних тіл при пластичній деформації має включати цілу низку моментів: кінетику руху дислокацій, опис розвитку дислокаційної структури при деформації, залежність між напругами і деформаціями для різних орієнтацій зерен кристалів, а також характеристику стану полікристалічного тіла – вихідну текстуру, форму і розмір кристалів і типи міжзернових межових поверхонь.

Завершеної теорії пластичної деформації гірських порід нині не існує. Найбільшого застосування одержали спрощені моделі формування текстур полікристалічних агрегатів, запропоновані Заксом, Тейлором, Бішопом і Хіллом, які не враховують фізичної природи елементарних актів пластичної деформації. Загальним припущенням для цих моделей є припущення про те, що деформація здійснюється лише сковзанням уздовж певних кристалічних площин і напрямків. Зв'язок між зсувами за системами сковзання і поворотами кристалічної ґратки здійснюється відповідно до макроскопічної теорії пластичності. Ця залежність установлюється таким чином. Щоб виразити тензор деформації через компоненти зсуву в різних системах зсуву, вводиться координатна система, в якій вісь  $X_1$  збігається з напрямком сковзання і  $X_3$  – з нормаллю до площини сковзання. У цій координатній системі деформація зсуву описується тензором

$$\varepsilon_{ke} = b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

де фактор  $b$  – величина зсуву в цій системі сковзання.

Тензор деформації  $\varepsilon_{ke}$  можна розвинути на симетричний і антисиметричний тензори

$$\varepsilon_{ke} = \frac{1}{2}b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

де перший тензор характеризує власне деформацію зсуву, а другий антисиметричний – обертання об'ємних елементів кристала відносно додатного напрямку  $X_2$ .

Напрямок скозвання  $\mathbf{e}$  визначається напрямними косинусами  $e_i$  відносно кристалографічної системи координат. Нормаль  $N$  до площини скозання можна задати в кристалографічній системі координат напрямними косинусами  $N_i$ . Тоді компоненти тензора деформації  $\varepsilon_{ij}^{(kr)}$  у кристалографічній системі координат можна представити так:

$$\varepsilon_{ij}^{(kr)} = bN_i e_j. \quad (2.5)$$

Якщо зсув відбувається вздовж декількох систем скозання, результуючий тензор деформації можна подати в такому вигляді:

$$\varepsilon_{ij}^{(kr)} = \sum_{m=1}^M b^{(m)} N_i^{(m)} e_j^{(m)}, \quad (2.6)$$

де  $M$  – кількість систем скозання в кристалі.

Тензор  $\varepsilon_{ij}^{(kr)}$  також можна розвинути на симетричну і антисиметричну частини

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^{(kr)'} &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M b^{(m)} \left( N_i^{(m)} e_j^{(m)} + N_j^{(m)} e_i^{(m)} \right) = \sum_{m=1}^M b^{(m)} \varepsilon_{ij}^{(m)'} \\ \varepsilon_{ij}^{(kr)''} &= \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M b^{(m)} \left( N_i^{(m)} e_j^{(m)} - N_j^{(m)} e_i^{(m)} \right), \end{aligned} \quad (2.7)$$

Тензор чистої деформації кристала  $E_{ij}^{(kr)}$  збігається із симетричною частиною тензора  $\varepsilon_{ij}^{(kr)}$

$$E_{ij}^{(kr)} = \varepsilon_{ij}^{(kr)'}. \quad (2.8)$$

Унаслідок наявності сусідніх зерен кристалів у полікристалічному агрегаті окремий кристал не може вільно повертатися як ціле, тому антисиметрична частина деформації  $\varepsilon_{ij}^{(kr)''}$  має компенсуватися поворотом кристалічної ґратки протилежного знака, який можна представити вектором обертання  $\tau$  з компонентами  $\tau_i$  відносно кристалографічної системи координат

$$\begin{aligned}
 r_2 &= \sum_{m=1}^M b^{(m)} \left( N_1^{(m)} e_3^{(m)} - N_3^{(m)} e_1^{(m)} \right) / 2 = \sum_{m=1}^M b^{(m)} R_2^{(m)}, \\
 r_3 &= \sum_{m=1}^M b^{(m)} \left( N_2^{(m)} e_1^{(m)} - N_1^{(m)} e_2^{(m)} \right) / 2 = \sum_{m=1}^M b^{(m)} R_3^{(m)}.
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$

Вектор  $\mathbf{r}$  характеризує зміну орієнтації  $\Delta q$  кристала. При цьому його напрямок визначає вісь обертання, а абсолютна величина – кут повороту. Оскільки орієнтація кристала визначається кутами Ейлера  $\varphi_1$ ,  $\theta$ ,  $\varphi_2$ , то можна виразити обертання кристала через ці кути

$$\begin{aligned}
 \Delta\varphi_1 &= \frac{\sin\varphi_2}{\sin\theta} r_1 + \frac{\cos\varphi_2}{\sin\theta} r_2, \\
 \Delta\theta &= \cos\varphi_2 r_1 - \sin\varphi_2 r_2, \\
 \Delta\varphi_2 &= -\frac{\sin\theta}{\operatorname{tg}\theta} r_1 - \frac{\cos\varphi_2}{\operatorname{tg}\theta} r_2 + r_3.
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

Формули (2.10) справедливі, якщо вектор  $\mathbf{r}$  має малу абсолютну величину, тобто ними можна користуватися лише у випадку малих приростів деформації.

Згідно з теорією Тейлора зсуви на системах сковзання повинні мати таку величину, щоб

$$E_{ij}^{(kr)} = \sum_{m=1}^M b^{(m)} \varepsilon_{ij}^{(m)'} .
 \tag{2.11}$$

Оскільки тензор  $E_{ij}^{(kr)}$  симетричний і сума його діагональних елементів дорівнює нулю, то лише п'ять із дев'яти рівнянь будуть лінійними незалежними.

Розв'язок для 12 зсувів вибирають у вигляді

$$b^{(m_1)} - b^{(m_5)} \neq 0, \quad b^{(m_{16})} - b^{(m_{12})} = 0,
 \tag{2.12}$$

де  $m_1 - m_5$  – довільний вибір п'яти лінійно незалежних систем сковзання.

Із рівняння (2.11) тоді можна визначити зсуви  $b^{(m_1)} - b^{(m_5)}$

$$b^{(m_q)} = \sum_{ij} h_{ij}^{(q)} E_{ij}^{(kr)} .
 \tag{2.13}$$

З усіх можливих комбінацій діючими вважаються лише ті системи сковзання, які мінімізують роботу деформації. Оскільки робота деформації на  $m$ -й системі сковзання визначається формулою

$$A = \tau_{kr} |b|, \quad (2.14)$$

то робота деформації, яка здійснюється  $q$ -ю комбінацією зсувів, визначається із співвідношень

$$A^{(q)} = \tau_{kr} \sum_{\lambda=1}^5 |b_{\lambda}^{m_q}|. \quad (2.15)$$

Установлено, що мінімального значення  $A^{(q)}$  може досягати при декількох комбінаціях зсувів  $q$ . Таким чином, ці комбінації виявляються еквівалентними з енергетичної точки зору. Тому знаходять середні значення зсувів, усереднені за всіма комбінаціями, які мінімізують  $A^{(q)}$ .

Як вище згадувалося, рівновага напруг за рахунок сумісності деформацій та однорідна деформація за рахунок рівноваги напруг по своїй суті є крайніми припущеннями, які можуть бути корисними у випадку, коли обидві моделі дають подібні результати. Неоднорідна деформація може розглядатися в межах різних теорій. Деякі з них у межах підходу Тейлора, наприклад модель релаксаційних зв'язків, яка враховує довільну деформацію на невеликих зернових гранях.

Новий підхід – в'язкопластична самоузгоджена теорія (VPSC) [39], в якій мінімізація відхилення напруг і швидкості деформації в'язкопластичного деформованого зерна від передбаченого макроскопічного враховується шляхом взаємодії між сусідами. Деформаційна модель VPSC описує деформації текстур, породотвірні мінерали яких мають менше п'яти систем сковзання і багатофазний склад.

Якщо зерна кристалів деформуються різним чином, то внутрішньозерна неоднорідність має бути скомпенсована неоднорідністю полікристала, який повинен залишатися когерентним. Кількість і переважна орієнтація "жорстких" фаз має значний вплив на реологію полімінеральних порід.

Застосування методу скінченних елементів [39] для дослідження деформаційних моделей багатофазної полікристалічної пластичності відкриває нові можливості для інтерпретації орієнтації текстур гірських порід.

## 2.5. Рекристалізація

Із деформацією сковзання тісним чином пов'язана рекристалізація (статична або динамічна), під дією якої розвивається переважна орієнтація в гірських породах [32, 36, 37]. Рушійною силою рекристалізації є внутрішня деформація. Існує загальна тенденція для зернових меж переміщуватися в напрямку до сильніше деформованого зерна, завдяки чому зменшується вільна енергія системи. Разом із тим, відсутні моделі рекристалізації, які здатні передбачити розвиток текстури. Спостерігаються тісні орієнтаційні співвідношення між первинними і тільки що утвореними зернами, тому текстура рекристалізації визначається компонентами текстури деформації, але формування нових зерен тягне за собою дискретні зміни орієнтації, що не передбачається моделями теорії пластичності, хоч нові орієнтації, мабуть, зв'язані з історією сковзання. Хобс переконливо довів, що зародкоутворення у кристалів кварцу, які рекристалізувалися при деформації або відпалюванні, приурочено до деформованих областей. Орієнтації необластів, які спостерігаються, відповідають ядрам, що мають орієнтацію сильнодеформованих і повернутих областей первісних кристалів подібно згинам і субзернам. При відпалюванні осі  $C$  необласти нахилені під кутом  $40^\circ$  до тих первісних кристалів, які нахилені під кутами від  $20^\circ$  до  $40^\circ$  до кристалів, що ростуть більш швидко. При синтетектонічній рекристалізації осі  $C$  нові зерна кварцу намагаються орієнтуватися під кутами від  $30^\circ$  до  $50^\circ$  до первинних зерен кристалів. При динамічній (синтетектонічній) рекристалізації нові зерна, які спочатку вільні від дислокацій і тому відносно пластичні, деформуються неперервно за допомогою сковзання і перековзання дислокацій.

## 2.6. Катакластична течія

Катакластична течія характерна для пластичних розломів [32, 40]. Мікроруйнування в середовищі створює фрагменти порід різних масштабів, які переміщуються одні відносно інших. Катакластична течія включає руйнування і деяку пластичну деформацію (внутрішньозернове сковзання, двійникування, кристалізацію і рекристалізацію). Вона утруднюється з ростом тиску внаслідок збільшення тертя на межах розривів і перепон розкриттю тріщин розтягання. У присутності флюїдів необхідно розглядати лише ефективний тиск. Підвищення температури слабо впливає на катакластичну течію на відміну від інших механізмів пластичної деформації, в яких важливу роль відіграє дифузія. Цим пояснюється той факт, що катакластична течія в основному спостерігається у верхній частині земної кори.

## 2.7. Кристалографічна орієнтація мінералів деформованих текстур гірських порід

Картини переважної кристалографічної орієнтації мінералів і тріщин застосовуються для аналізу структурно-тектонічної історії. Надзвичайно корисним при класифікації та інтерпретації текстур деформованих гірських порід виявився принцип симетрії [4, 5, 12, 19]. За цим принципом симетрія текстури має бути підгрупою симетрії початкової текстури і типу деформації. Застосування цього принципу до інтерпретації полюсних діаграм орієнтації кристалографічних осей мінералів підтвердило їхню інформативність [36, 41]. Наприклад, полюсні фігури з ромбічною симетрією характеризують одноосьову деформацію, а моноклінні й триклінні полюсні фігури свідчать про наявність компонент неосьової деформації. Принцип симетрії не ґрунтується на припущенні про механізм деформації й тому справедливий в загальному випадку.

Картина переважної орієнтації є наслідком усієї історії деформування, а не кінцевої деформації. При структурних геологіч-

них дослідженнях переважає емпірично-порівняльний підхід Б. Зандера [13, 19, 36]. Паралельно розвивається і фізичний підхід, започаткований Шмідтом і розвинутий Тейлором і його послідовниками.

Пластичність гірських порід є надзвичайно складним явищем і може бути результатом різних фізичних механізмів, таких як сковзання дислокацій, двійникування, дифузія, рекристалізація і мікротріщинуватість. Серед цих механізмів у геологічних умовах більшість дослідників відмічали [32], що переважає повзучість, при якій напруги генеруються спочатку за рахунок дислокацій і швидкість зростання напруг обмежена дифузією.

На користь дії цього механізму свідчать проникні текстури з переважною орієнтацією кристалічної ґратки мінералів. Такі текстури спостерігаються у природно деформованих гірських породах і можуть бути викликані обертанням кристалічної ґратки при сковзанні дислокації.

Загальноприйнято, що податливість у монокристалів до проковзування є дуже анізотропною і описується законом Шмідта [37, 42]. Така пластична течія у текстурованих полікристалах за рахунок проковзування також є анізотропною.

При появі напруг кристали одержують або сприятливу, або несприятливу орієнтацію для подальшого проковзування за рахунок повороту ґратки, що викликає загальне "твердіння" або "пом'якшення" текстури гірської породи [33, 43]. Цей ефект пластичної анізотропії зерен кристалів виникає внаслідок зміни розподілу орієнтації кристалів.

Результати моделювання текстур кварцитів за допомогою моделі Тейлора свідчать, що в розвантаженій "базальній" системі проковзування ( $\langle \alpha \rangle = (0001) \langle 2 \bar{1} \bar{1} 0 \rangle$ ) в умовах низьких температур кварцити стають "пом'якшеними" в процесі сплющування при збільшенні напруг. У той же час у розвантаженій "призматичній" системі проковзування в умовах високих температур кварцити стають "пом'якшеними" в процесі подовження при збільшенні напруг. Таким чином, деформації сприяють сплющуванню за низьких температур і подовженню за високих.

# 3. ПРЯМА ЗАДАЧА АКУСТИЧНОГО МЕТОДУ ТЕКСТУРНОГО АНАЛІЗУ ГІРСЬКИХ ПОРІД

---

## 3.1. Загальні положення

В основі акустичного методу текстурного аналізу лежить явище анізотропії акустичних і пружних властивостей гірських порід, зумовлене впорядкованістю кристалографічних осей мінералів або їхньої форми та мікротріщин. Для всебічного вивчення анізотропії необхідно розв'язати пряму й обернену задачі. Розв'язок прямої задачі передбачає визначення азимутальної залежності акустичних і пружних властивостей гірських порід, якщо відома ФРО мінералів і мікротріщин. У загальній постановці пряма задача належить до класу фізичних задач типу "багатьох тіл" і не має аналітичного розв'язку. У металофізиці застосовують для розв'язку прямої задачі головним чином усереднення Фойгта або Реусса [44–46]. Можливість застосування такого підходу для гірських порід була доведена в роботах [47, 48]. Для текстур сильнодеформованих гірських порід, а також для текстур гірських порід з накладеними деформаціями такий підхід не дає надійних результатів. Ефективніший підхід до розв'язку прямої задачі акустики текстур гірських порід ґрунтується на теорії моментних функцій із застосуванням розрахункової схеми Морі–Танака [49–52]. Він забезпечує врахування реального складу і впорядкованості структурних елементів текстури гірської породи, упорядкованості пор і мікротріщин, насиченості їх флюїдами та впливу їхнього напруженого і термопружного стану.

Безперечною перевагою методу моментних функцій є можливість дослідження багатокомпонентних моделей з різними типами впорядкованості на мікро- та макрорівні: текстурна впорядкованість (орієнтація кристалографічних осей), шаруватість, лінійність, смугастість, кліваж та ін.

Ефективні пружні характеристики текстури гірської породи визначаються пружними властивостями їхніх структурних елементів (компонент), геометричними параметрами її структури і характером зв'язку між компонентами, впливом тиску і температури. Тому все різноманіття моделей слід розрізняти за цими найбільш важливими ознаками.

За характером зв'язності структурних елементів розрізняють моделі:

- матричної структури, в яких структурні елементи однієї із компонент являють собою монолітну систему (основну масу або твердий скелет), що називається матрицею, а структурні елементи інших компонент не дотикаються один до одного, тобто розглядаються як ізольовані включення. Наприклад, якщо включення є порами або тріщинами, сухими чи заповненими газом, або флюїдами, то вони не дотикаються один до одного і не перетинаються між собою, тобто не мають гідравлічного зв'язку;

- каркасні структури, або взаємопроникні структури, в яких одні структурні елементи являють собою монолітний каркас, а включення не перетинаються одне з одним, але можуть проникати через весь каркас. Якщо це пористі, то такий пористий матеріал має відкриті пори;

- комбіновані структури, в яких структурні елементи можуть мати різні види зв'язності компонент.

Якщо виходити з характеру форми структурних елементів або їхніх відносних розмірів, то можна виділити моделі шаруваті, зернисті.

Зернисті моделі – це моделі, в яких структурні елементи мають приблизно один порядок розмірів у трьох вимірах, тобто мають форму зерен. У шаруватих моделей розміри структурних елементів у двох напрямках значно перевищують розміри в третьому напрямку.

Поряд із розглянутими простими моделями зернистої й шаруватої структур можуть існувати складні моделі, які є комбінаціями простих, наприклад шарувата модель з пористими компонентами.

Моделі можуть мати регулярну (детерміновану) і нерегулярну (стохастичну) структуру. У першому випадку структурні елементи мають правильну геометричну форму і регулярний порядок розташування та, як правило, періодичне розташування за координатами.

Розташування структурних елементів для стохастичної структури має випадковий характер, тобто поряд з регулярною складовою існує і флуктуаційна складова, а форма структурних елементів може бути як правильною, так і довільною. Суттєвою ознакою, яка характеризує розташування структурних елементів, є їхня впорядкованість, тобто просторова орієнтація елементів – кристалографічних елементів мінералів, орієнтація їх за формою і т. ін.

Моделі монолітних безпорових кристалічних порід можуть бути моно- або полімінеральними зернистими моделями. Але реальні кристалічні гірські породи можуть мати мікротріщини, заповнені газами або флюїдами. Тому реальну кристалічну породу можна розглядати як багатофазне середовище, а її модель може мати елементи зернистої й матричної структури.

### **3.2. Огляд методів визначення ефективних пружних постійних гірських порід**

Існує низка наближених методів розв'язку прямої задачі, які дозволяють розраховувати ефективні геофізичні параметри реального середовища з певними обмеженнями. Найпростішими з них є методи усереднення властивостей за макрооб'ємом, відомі як методи Фойгта [46] і Реусса [45]. Вони дають відповідну верхню і нижню межу можливих значень ефективних пружних параметрів [53–55]. Ця межа може бути широкою. Побудову більш вузької межі можна здійснити, якщо скористатися методом Ха-

шина–Штрікмана [47, 53, 56]. До найбільш відомих методів, які дозволяють покращувати наближення ефективних пружних параметрів, можна віднести методи регуляризації структури, методи стохастичних диференціальних рівнянь, методи віріально-го розвинення і самоузгодження [51, 53]. Викладемо суть цих методів на прикладі задачі визначення ефективних пружних постійних геологічного середовища.

### 3.2.1. Загальна постановка задачі

Механічна поведінка пружного геологічного середовища в лінійному наближенні зводиться до рівняння динамічної рівноваги

$$\sigma_{ij,j}(\vec{x}) + g_i(\vec{x}) = \rho \frac{\partial^2 u_i(\vec{x})}{\partial t^2}, \quad (3.1)$$

$$\sigma_{ij}(\vec{x}) = C_{ijkl}(\vec{x}) \varepsilon_{kl}(\vec{x}) \quad (3.2)$$

і рівняння Коші

$$\varepsilon_{kl}(\vec{x}) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i(\vec{x})}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j(\vec{x})}{\partial x_j} \right), \quad (3.3)$$

де  $\sigma_{ij}(\vec{x})$ ,  $\varepsilon_{kl}(\vec{x})$  – відповідно тензори напруг і деформацій;  $C_{ijkl}(\vec{x})$  – тензор пружних постійних;  $u_i(\vec{x})$ ,  $g_i(\vec{x})$  – вектори переміщень і об'ємних сил;  $\rho(\vec{x})$  – густина.

Рівняння (3.1)–(3.2) і параметри, які входять до них, належать до мікроточок, тобто елементарних об'ємів і площин, розміри яких значно менші за характерні розміри структурних елементів. Параметри  $C_{ijkl}(\vec{x})$ ,  $\rho(\vec{x})$  є регулярними або випадковими функціями залежно від характеру розташування структурних елементів.

Внутрішня енергія в мікроточці визначається співвідношенням

$$U(\vec{x}) = \frac{1}{2} \sigma_{ij}(\vec{x}) \varepsilon_{ij}(\vec{x}) = \frac{1}{2} C_{ijkl}(\vec{x}) \varepsilon_{ij}(\vec{x}) \varepsilon_{kl}(\vec{x}). \quad (3.4)$$

Якщо вивчають напруги і деформації на базах, що значно перевищують розміри структурних елементів, але достатньо малих порівняно з розмірами тіла, то можна ввести поняття макронапруг, макродеформацій і макропереміщень, тобто середніх за елементарними макрооб'ємами і макроплощинами від відповідних параметрів. Розміри елементарних макрооб'ємів і макроплощин мають бути значно більшими за розміри структурних елементів і їх можна розглядати як мікроточки.

Тоді рівняння (3.1)–(3.4) відносно макроскопічних параметрів мають такий вигляд:

$$\langle \sigma_{ij,j} \rangle + \langle g_i \rangle = \langle \rho \rangle \left\langle \frac{\partial^2 u_i}{\partial t} \right\rangle, \quad (3.5)$$

$$\left\langle \sigma_{ij}(\vec{x}) \right\rangle = C_{ijkl}^* \langle \varepsilon_{kl} \rangle, \quad (3.6)$$

$$\langle \varepsilon_{kl} \rangle = \frac{1}{2} \left\langle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right\rangle, \quad (3.7)$$

$$\langle U \rangle = \frac{1}{2} \langle \sigma_{ij} \rangle \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{2} C_{ijkl}^* \langle \varepsilon_{ij} \rangle \langle \varepsilon_{kl} \rangle, \quad (3.8)$$

де  $C_{ijkl}^*$  – ефективний тензор пружних постійних геологічного середовища.

Як видно з рівнянь (3.5)–(3.8), ефективні пружні постійні геологічного середовища можна визначити на основі розв'язку задачі про напружено-деформований стан у мікроточках макрооб'єму, якщо він перебуває в умовах однорідного статичного навантаження. У випадку, коли жорсткі переміщення й обертання дорівнюють нулю, із співвідношення Коші (3.7) випливає

$$\langle U_i \rangle = \langle \varepsilon_{ij} \rangle x_j. \quad (3.9)$$

Якщо задано макродеформації  $\varepsilon_{ij}$  макрооб'єму геологічного середовища, то задача про визначення напружено-деформованого стану в мікроточках формулюється в перемі-

щеннях. За відсутності об'ємних сил  $g_i = 0$  рівняння статичної рівноваги з урахуванням (3.2) набуває такого вигляду:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (C_{ijkl}^* (\bar{x}) \varepsilon_{kl} (\bar{x})) = 0. \quad (3.10)$$

При цьому граничні умови на поверхні макрооб'єму (3.9) визначаються таким рівнянням:

$$U_i|_S = \langle \varepsilon_{ij} \rangle x_j. \quad (3.11)$$

Унаслідок лінійності граничної задачі (3.10), (3.11) переміщення  $U_i$  і деформації  $\varepsilon_{ij}$  є лінійними однорідними функціями макродеформацій  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$ , тобто для макродеформацій має місце співвідношення

$$\varepsilon_{kl} (\bar{x}) = A_{klmn} (\bar{x}) \langle \varepsilon_{mn} \rangle, \quad (3.12)$$

де  $\bar{x}$  – вектор положення точки в координатній системі. Підставимо (3.12) у (3.2), тоді одержимо вираз

$$\sigma_{ij} (\bar{x}) = C_{ijkl} (\bar{x}) A_{klmn} (\bar{x}) \langle \varepsilon_{mn} \rangle. \quad (3.13)$$

Щоб одержати вираз для макронапруг, необхідно провести усереднення (3.13) по всьому макрооб'єму геологічного середовища. Тоді знаходимо

$$\langle \sigma_{ij} (\bar{x}) \rangle = \langle C_{ijkl} (\bar{x}) A_{klmn} (\bar{x}) \rangle \langle \varepsilon_{mn} \rangle. \quad (3.14)$$

Порівнюючи (3.14) і (3.6), знаходимо вираз для ефективних пружних постійних

$$C_{ijmn}^* = \langle C_{ijkl} (\bar{x}) A_{klmn} (\bar{x}) \rangle = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} C_{ijkl} (\bar{x}) A_{klmn} (\bar{x}) dV, \quad (3.15)$$

де  $\Delta V$  – область макрооб'єму геологічного середовища.

Якщо геологічне середовище складається з  $N$ -компонент з об'ємом  $\Delta V_k$  і тензором пружності  $C_{ijkl}^{(k)}$  для  $k$ -ї компоненти, то вираз для ефективного тензора пружних постійних багатоконпонентного середовища  $C_{ijkl}^{(k)}$  набуває такого вигляду:

$$C_{ijkl}^* = \sum_{k=1}^N C_k C_{ijkl}^{(k)} \langle A_{klmn}^{(k)} \rangle, \quad (3.16)$$

де

$$C_k = \frac{\Delta V_k}{\Delta V} \langle A_{klmn}^k \rangle = \frac{1}{\Delta V_k} \int_{\Delta V_k} A_{klmn}(\vec{x}) dV. \quad (3.17)$$

Можливий і інший підхід до знаходження ефективних пружних постійних. Зокрема, можна в рівняння (3.4) підставити співвідношення (3.12), тоді одержуємо

$$U(\vec{x}) = \frac{1}{2} C_{ijkl}(\vec{x}) A_{ijmn}(\vec{x}) A_{klpq}(\vec{x}) \langle \varepsilon_{mn} \rangle \langle \varepsilon_{pq} \rangle. \quad (3.18)$$

Усреднюючи рівняння (3.18), знаходимо енергію в мікроточці

$$\langle U \rangle = \frac{1}{2} \langle C_{ijkl}(\vec{x}) A_{ijmn}(\vec{x}) A_{klpq}(\vec{x}) \rangle \langle \varepsilon_{mn} \rangle \langle \varepsilon_{pq} \rangle. \quad (3.19)$$

Порівнюючи (3.19) і (3.8), знаходимо вираз для ефективного тензора пружних постійних геологічного середовища

$$C_{mnpq}^* = \langle C_{ijkl}(\vec{x}) A_{ijmn}(\vec{x}) A_{klpq}(\vec{x}) \rangle. \quad (3.20)$$

Практична реалізація викладеної принципової схеми розв'язку задачі визначення ефективних пружних постійних наштовхується на значні математичні труднощі, обумовлені насамперед тим, що коефіцієнти рівняння (3.10) є функціями координат, які залежать від структурних неоднорідностей геологічного середовища. Для регулярної структури це періодичні функції, а для стохастичної структури – випадкові функції координат.

У зв'язку з цим застосовують наближені методи, які дозволяють розраховувати ефективні пружні постійні з тією або іншою точністю. Одні методи можна застосовувати лише до окремих видів структур, а інші мають ширшу сферу застосування.

До найбільш відомих і розповсюджених методів розрахунків ефективних пружних постійних можна віднести методи усереднення (методи Фойгта, Рейсса і Хілла).

### 3.2.2. Методи усереднення

Перша спроба усереднення пружних постійних монокристала для визначення пружних властивостей полікристалічного агрегату була здійснена в 1928 р. Фойгтом [46]. Оскільки в довільній точці макрооб'єму полікристалічного агрегату справедливий за-

кон Гука, то при однорідному напруженому стані напруги і деформації є деякими функціями координат. Фойгт зробив припущення, що деформації постійні в макрооб'ємі. У цьому випадку  $\varepsilon_{kl} = \langle \varepsilon_{kl} \rangle$ , тоді усереднення

$$\sigma_{ij}(\vec{x}) = C_{ijkl}(\vec{x})\varepsilon_{kl}(\vec{x}) \quad (3.21)$$

приведе до усереднення за макрооб'ємом (3.21)

$$\langle \sigma_{ij}(\vec{x}) \rangle = \langle C_{ijkl}(\vec{x}) \rangle \langle \varepsilon_{kl}(\vec{x}) \rangle. \quad (3.22)$$

З останнього рівняння випливає, що

$$C_{ijkl}^* = \langle C_{ijkl}(\vec{x}) \rangle = \frac{1}{V} \int_V C_{ijkl}(\vec{x}) dV. \quad (3.23)$$

Отже, при однорідній деформації макроскопічного макрооб'єму і неперервності пружних переміщень на межах зерен кристалів, які мають довільну орієнтацію у просторі, усереднені пружні постійні ізотропного полікристалічного агрегату можна знайти шляхом інтегрування азимутальної залежності компонент тензора пружних постійних за всіма довільними орієнтаціями. Якщо існує переважна орієнтація кристалографічних осей мінералів відносно деякого напрямку у просторі, то її можна врахувати шляхом введення деякої функції розподілу орієнтації.

Азимутальна залежність пружних постійних мінералу в робочій системі координат  $C_{ijkl}^*(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$  визначається із співвідношення

$$C_{ijkl}'(\varphi_1, \theta, \varphi_2) = g_{im} g_{jn} g_{kp} g_{bq} C_{mnpq}, \quad (3.24)$$

де  $C_{mnpq}$  – пружні постійні мінералу в кристалографічній системі координат.

Якщо функція розподілу орієнтації мінералів  $f(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$  відома, то для одержання ефективних пружних постійних у наближенні Фойгта необхідно скористатися співвідношенням

$$\begin{aligned} C_{ijkl}^{(V)} &= \langle C_{ijkl} \rangle = \\ &= \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} f(\varphi_1, \theta, \varphi_2) C_{ijkl}'(\varphi_1, \theta, \varphi_2) d\varphi_1 \sin\theta d\theta d\varphi_2. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Якщо зерна полікристалічного агрегату мають певну орієнтацію, то тоді наявність орієнтації кристалографічних осей мінералу приводить до анізотропії пружних властивостей.

Реусс [45] зробив припущення, що компоненти тензора напруг постійні, тобто

$$\sigma_{kl} = \langle \sigma_{kl} \rangle. \quad (3.26)$$

Тоді усереднення співвідношення пружності

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (3.27)$$

приводить до виразу

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = \langle S_{ijkl} \rangle \langle \sigma_{kl} \rangle. \quad (3.28)$$

Отже, тензор ефективних пружних податливостей полікристалічного агрегату визначається усередненим тензором пружних податливостей, тобто

$$S_{ijkl}^* = \langle S_{ijkl} \rangle = S_{ijkl}^R, \quad (3.29)$$

де  $S_{ijkl}^R$  – ефективні пружні постійні полікристалічного агрегату в наближенні Реусса. Крім того, з очевидністю впливає і таке співвідношення:

$$C_{ijkl}^* = \langle C_{ijkl}^{-1} \rangle^{-1}, \quad (3.30)$$

оскільки  $S_{ijkl} = C_{ijkl}^{-1}$ .

Визначення ефективних пружних постійних полікристалічного агрегату в наближенні Реусса здійснюється з урахуванням ФРО кристалографічних осей мінералів

$$S_{ijkl}^R = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi_1, \theta, \varphi_2) S'_{ijkl}(\varphi_1, \theta, \varphi_2) d\varphi_1 \sin\theta d\theta d\varphi_2, \quad (3.31)$$

де  $S'_{ijkl}(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$  – пружні податливості мінералу в робочій системі координат.

Хілл знайшов [54, 55], що енергію деформування будь-якого ізотропного тіла можна подати у вигляді функції, яка включає власні значення тензорів напруг або деформацій і невідомі об'ємний модуль пружності  $K$  і модуль зсуву  $G$

$$U = K(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)^2 + \frac{2}{3}G[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2]; \quad (3.32)$$

або

$$U = \frac{1}{K}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 + \frac{3}{2} \frac{1}{G}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]. \quad (3.33)$$

Наближення Фойгта з виразу (3.32) одержуємо шляхом заміни  $K$  і  $G$  відповідно на  $K_R$  і  $G_R$ .

Наближення Фойгта (постійна деформація в зернах мінералів) приводить до верхньої межі значень пружних модулів, а наближення Реусса (постійні напруги в зернах мінералів) – до нижньої межі значень пружних модулів. Таким чином, дійсні значення  $K$  і  $G$  мають лежати в межах

$$K_R \leq K^* \leq K_i^V; \quad (3.34)$$

$$G_R \leq G^* \leq G_i^V. \quad (3.35)$$

Експериментальні значення ефективних модулів пружності полікристалічних агрегатів ближчі до середньоарифметичного значення з наближень пружних модулів Фойгта і Реусса

$$K^{VRX} = \frac{1}{2}(K_R + K_V); \quad (3.36)$$

$$G^{VRX} = \frac{1}{2}(G_R + G_V). \quad (3.37)$$

Аналіз наближення  $VRH$  показує, що верхня і нижня межі пружних постійних при збільшенні пружної анізотропії й симетрії полікристалів також збільшується. Разом із тим, простота усереднення Фойгта, Реусса і Фойгта–Реусса–Хілла та можливість одержання результатів, які задовольняють при розв'язку деякі прикладні задачі, є однією з причин його досить широкого практичного застосування [47, 51, 57].

### 3.2.3. Межі Хашина–Штрікмана

Хашин і Штрікман [51, 56–58] запропонували варіаційний метод обчислення ефективних пружних постійних. Основною метою цього методу є суттєве звуження верхньої й нижньої межі Фойгта–Реусса. Переваги варіаційного підходу були впевнено доведені, оскільки виявилось, що верхня і нижня межі Хашина–Штрікмана дійсно значно вужчі, ніж Фойгта–Реусса. Варіаційний метод ґрунтується на принципі мінімуму додаткової енергії. Щоб зрозуміти його суть, розглянемо два геометрично подібні тіла: одне – неоднорідне й анізотропне, тензор ефективних пружних постійних якого необхідно розрахувати, а друге, яке відіграє роль тіла порівняння, – однорідне й ізотропне. Граничні умови для обох твердих тіл також однакові. Для визначеності вважатимемо, що неоднорідний матеріал складається з двох фаз, а тіло порівняння може мати властивості будь-якої з фаз.

В основі варіаційного методу лежить принцип стаціонарності деякого функціонала відносно тензора поляризації  $P_{ij}$  за умови, що він визначається за допомогою рівняння

$$P_{ij} = \sigma_{ij} - C_{ijkl}^C \varepsilon_{kl}, \quad (3.38)$$

де  $C_{ijkl}^C$  – тензор пружних постійних тіла порівняння.

Стаціонарне значення функціонала дорівнює пружній енергії макрооб'єму неоднорідного тіла.

У варіаційному методі пружне поле неоднорідного середовища знаходиться за умови екстремуму функціонала

$$U_p = U^C - \frac{1}{2} \int (H_{ijkl} P_{ij} P_{kl} - P_{ij} \varepsilon_{ij}^B - 2P_{ij} \varepsilon_{ij}^C) dV, \quad (3.39)$$

$$U^C = \frac{1}{2} \sigma_{ij}^C \varepsilon_{ij}^C dV, \quad (3.40)$$

$$H_{ijkl} C_{ijkl}^C = I, \quad (3.41)$$

який береться за об'ємом неоднорідного анізотропного тіла за умови, що задовольняється рівняння рівноваги і граничні умови

$$(C_{ijkl}^C \varepsilon_{kl}^C + p_j), \quad j = 0, \quad u_i|_S = 0. \quad (3.42)$$

Тут

$$u_i' = u_i - u_i^C; \quad \varepsilon_{ij}' = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^C; \quad (3.43)$$

$$C_{ijkl}' = C_{ijkl} - C_{ijkl}^C, \quad (3.44)$$

$I$  – одиничний тензор четвертого рангу.

Функціонал  $U_p$  буде стаціонарним, якщо тензор поляризації визначається рівнянням

$$P_{ij} = C_{ijkl}' \varepsilon_{kl}. \quad (3.45)$$

Стаціонарне значення  $U_p^s$  функціонала  $U_p$  буде максимумом, якщо квадратична форма, побудована за допомогою тензора  $C_{ijkl}'$ , буде визначеною і додатною. При цьому величина  $U_p^s$  дорівнюватиме енергії деформованого неоднорідного матеріалу.

Межі Хашина–Штрікмана дійсно значно вужчі, ніж межі Фойгта–Реусса, але, відверто, вони також не є абсолютно точними. Це пояснюється тим, що при знаходженні стаціонарного функціонала припускають, що допустиме поле тензора поляризації є кусково-однорідним, тобто постійним у межах кожної компоненти. Це еквівалентно кусковій однорідності напруг і деформацій, відповідно рівняння рівноваги і співвідношення Коші можуть не задовольнятися.

Крім того, стаціонарне значення функціонала, яке необхідно знайти, не буде дорівнювати повній пружній енергії неоднорідного тіла, оскільки не враховуються складові напруг і деформацій, які змінюються в межах компонент.

### 3.2.4. Метод віріального розвинення

Метод віріального розвинення [51, 53] ґрунтується на припущенні, згідно з яким напружено-деформований стан пружного тіла з множиною взаємодіючих неоднорідностей можна розглядати у вигляді суми простих взаємодій з подальшим ускладненням характеру взаємодії між ними. Нульовий стан відповідає однорідному тілу з властивостями однієї з компонент, яка перебуває в умовах однорідного навантаження. Наступний стан уже

враховує збурення напруг і деформацій в околиці другої неоднорідності (включення), а потім ураховується додаткове збурення, яке викликається взаємодією двох неоднорідностей і т. ін. Практична реалізація цього методу обмежується поки що двома наближеннями для матеріалу з еліпсоїдальним включенням. Цей результат одержав Ешелбі, який запропонував метод обчислення енергії деформування середовища, що вміщує неоднорідність еліпсоїдальної форми. Формула, яку вивів Ешелбі для обчислення енергії деформування неоднорідного середовища, дозволяє здійснити перехід від звичайного інтегрування по об'єму до інтегрування по поверхні певного виду. Це безумовно дозволяє значно спростити аналіз напружено-деформованого стану неоднорідного середовища. І найголовніше, принцип Ешелбі дозволяє досліджувати залежність ефективних пружних постійних неоднорідного середовища від форми її структурних елементів.

Отже, метод віріального наближення значно розширює можливість дослідження ефективних пружних постійних, оскільки дозволяє вивчати їхню залежність від форми еліпсоїдальних включень. У граничних випадках еліпсоїдальне включення може виродитись у кулю. Разом із тим, цей метод зручно застосовувати лише у випадках, коли концентрація включень незначна і тоді взаємодією між сусідніми включеннями можна знехтувати.

### 3.2.5. Метод самоузгодження

Очевидним недоліком методу віріального розвинення є ігнорування взаємодією між сусідніми включеннями, оскільки не лише поблизу включення, але й на більших відстанях від нього пружні постійні беруться рівними пружним постійним матриці. Припущення про те, що на великих відстанях від включень пружні властивості середовища визначаються ефективними пружними постійними неоднорідного матеріалу загалом, лежить в основі методу самоузгодження [38, 51, 53, 57, 59]. Він базується на заміні реальної взаємодії численних структурних елементів між собою взаємодією кожного структурного елемента з матрицею, що його оточує, яка має невідомі ефективні постійні. Розглянемо розрахункову модель, покладену в основу методу.

Виберемо одне включення неоднорідного матеріалу і виріжемо навколо нього шар, товщина якого становить за порядком величину декількох середніх елементів неоднорідностей. Тоді за межами перехідного шару пружні властивості з достатнім ступенем наближення мають описуватися ефективними пружними постійними матеріалу загалом. Наближення методу самоузгодження полягає в тому, що реальна форма включення замінюється еліпсоїдальною або сфероїдальною, а товщина перехідного шару прямує до нуля. Задача, таким чином, зводиться до визначення напружено-деформованого стану включення з наступним усередненням за всіма компонентами, у результаті чого приходимо до нелінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих ефективних пружних постійних.

Метод самоузгодження дещо покращує оцінку ефективних пружних постійних неоднорідного середовища, але має обмеження на їхню концентрацію, особливо у випадках, коли такими включеннями є мікротріщини.

### 3.2.6. Метод регуляризації структури

Метод регуляризації структури [51] є одним із потужних методів обчислення ефективних пружних постійних неоднорідних матеріалів, який дозволяє повною мірою враховувати його структуру при значних концентраціях включень.

Реальна структура матеріалу з певною регулярністю і правильною формою включень замінюється геометричною моделлю з періодичним розташуванням включень правильної геометричної форми. Для обчислення ефективних пружних постійних використовуються методи інтегральних рівнянь, проєкційно-сітковий метод, а також метод рядів. Перші два методи характеризуються найбільшими можливостями щодо врахування різноманіття форми включень, але вони вимагають надзвичайно великого об'єму обчислень у випадку тривимірних структур загального типу. Для обчислень найбільш ефективним є метод рядів, проте він менш універсальний відносно врахування форми включень.

### 3.2.7. Методи стохастичних рівнянь

Найбільші можливості при практичній реалізації мають методи, які базуються на теорії випадкових полів [38, 51, 53]. Річ у тому, що структурні елементи геологічного середовища не є строго регулярними. Отже, тензор пружних постійних та інші характеристики являють собою випадкові поля. Тоді задачу визначення ефективних пружних постійних можна звести до розв'язку стохастичних рівнянь рівноваги. Такий підхід є достатньо узагальнювальним і охоплює майже всі види структур геологічного середовища з довільними властивостями і без будь-яких обмежень на концентрацію їхніх компонент. Безперечною перевагою методів стохастичних рівнянь є одержання розв'язків у зручній аналітичній формі, що дуже важливо для математичного моделювання.

Розглянемо загальну постановку й основні методи розв'язку задачі визначення ефективних пружних постійних геологічного середовища методами теорії стохастичної механіки.

Геологічне середовище має стохастичну структуру, тому його можна розглядати як випадкове середовище. У такому середовищі тензор пружних постійних структурних елементів є випадковою функцією координат, тобто утворює матеріальне випадкове поле. Тензорне випадкове поле  $C_{ijkl}$  вважається заданим у деякій макроскопічній області  $V$ , якщо кожній скінченній системі мікроточок  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$  із цієї області ставиться у відповідність  $N$ -вимірний закон розподілу ймовірностей для величин  $C_{ijkl}$ . У загальному випадку можна задати  $N$ -точкову щільність розподілу ймовірностей

$$f^N(C_{ijkl}) = f(C_{ijkl}^{(1)}, C_{ijkl}^{(2)}, \dots, C_{ijkl}^{(N)}), \quad (3.46)$$

де верхній індекс у круглих дужках означає, що величина береться в точці спостереження  $x_i^{(n)}$  тривимірного простору.

Вважається, що розташування структурних елементів носить однорідний характер, тобто тензорне випадкове поле є статистично однорідним. Це означає, що щільність розподілу ймовірностей не зміниться при перетворенні зсуву системи точок спо-

стережень. Звідси випливає, що одноточкова щільність розподілу не залежить від координат точок, а двоточкова щільність розподілу – від різниці координат двох точок.

При дії навантаження тензорні поля напруг і деформацій, що виникають, також утворюють випадкові тензорні поля. Їх можна описати  $n$ -точковими щільностями ймовірностей

$$f^N(\sigma_{ij}) = f(\sigma_{ij}^{(1)}, \sigma_{ij}^{(2)}, \dots, \sigma_{ij}^{(N)}), \quad (3.47)$$

$$f^N(\varepsilon_{ij}) = f(\varepsilon_{kl}^{(1)}, \varepsilon_{kl}^{(2)}, \dots, \varepsilon_{kl}^{(N)}). \quad (3.48)$$

Загальнішим є випадок, коли задають сумісну щільність розподілу тензорних випадкових полів  $C_{ijkl}$ ,  $\sigma_{ij}$ ,  $\varepsilon_{kl}$

$$f^N(C_{ijkl}, \sigma_{ij}, \varepsilon_{kl}) = f(C_{ijkl}^{(1)}, \sigma_{ij}^{(1)}, \varepsilon_{kl}^{(1)}, \dots, C_{ijkl}^{(N)}, \sigma_{ij}^{(N)}, \varepsilon_{kl}^{(N)}). \quad (3.49)$$

За допомогою щільності розподілу ймовірностей можна знайти моменти випадкових полів довільного порядку і типу.

Одноточковий момент першого порядку, або математичні сподівання визначаються формулами

$$\langle C_{ijkl}^{(1)} \rangle = \int C_{ijkl}^{(1)} f^1(C_{ijkl}^{(1)}) dC_{ijkl}^{(1)}, \quad (3.50)$$

$$\langle \sigma_{ij}^{(1)} \rangle = \int \sigma_{ij}^{(1)} f^1(\sigma_{ij}^{(1)}) d\sigma_{ij}^{(1)}, \quad (3.51)$$

$$\langle \varepsilon_{kl}^{(1)} \rangle = \int \varepsilon_{kl}^{(1)} f^1(\varepsilon_{kl}^{(1)}) d\varepsilon_{kl}^{(1)}. \quad (3.52)$$

Двоточковий момент другого порядку, або кореляційна функція визначається формулами

$$\langle C_{ijkl}^{(1)} C_{pqrs}^{(2)} \rangle = \int \int_{-\infty}^{\infty} C_{ijkl}^{(1)} C_{pqrs}^{(2)} f(C_{ijkl}^{(1)}, C_{pqrs}^{(2)}) dC_{ijkl}^{(1)} dC_{pqrs}^{(2)}, \quad (3.53)$$

$$\langle \sigma_{ij}^{(1)} \sigma_{pq}^{(2)} \rangle = \int \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{ij}^{(1)} \sigma_{pq}^{(2)} f(\sigma_{ij}^{(1)}, \sigma_{pq}^{(2)}) d\sigma_{ij}^{(1)} d\sigma_{pq}^{(2)}, \quad (3.54)$$

$$\langle \varepsilon_{kl}^{(1)} \varepsilon_{rs}^{(2)} \rangle = \int \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{kl}^{(1)} \varepsilon_{rs}^{(2)} f(\varepsilon_{kl}^{(1)}, \varepsilon_{rs}^{(2)}) d\varepsilon_{kl}^{(1)} d\varepsilon_{rs}^{(2)}. \quad (3.55)$$

Якщо відстань між точками  $x_l^{(1)}$  і  $x_l^{(2)}$ , для яких знаходять значення випадкової функції, значно більша характерного масштабу кореляції, який визначається характерним розміром структурних елементів геологічного середовища, то в цьому випадку

можна вважати, що між цими значеннями випадкової функції відсутня кореляція. Тоді кореляційна функція переходить у добуток математичних сподівань, узятих у точках  $x^{(1)}$  і  $x^{(2)}$ , тобто має місце таке співвідношення:

$$\langle C_{ijkl}^{(1)} C_{pqrs}^{(2)} \rangle \rightarrow \langle C_{ijkl}^{(1)} \rangle \langle C_{pqrs}^{(2)} \rangle, \text{ якщо } |x_i^{(1)} - x_i^{(2)}| \rightarrow \infty. \quad (3.56)$$

Для центрованих випадкових полів або флуктуацій

$$C_{ijkl}^0 = C_{ijkl} - \langle C_{ijkl} \rangle \quad (3.57)$$

маємо

$$\langle C_{ijkl}^{(1)0} C_{pqrs}^{(2)0} \rangle \rightarrow 0, \text{ якщо } |x_i^{(1)} - x_i^{(2)}| \rightarrow \infty. \quad (3.58)$$

Тензор пружних постійних геологічного середовища стохастичної структури утворює дискретне випадкове тензорне поле. Це дає підстави задавати ймовірності його можливих значень в  $N$ -точках.

Дискретну випадкову величину можна задати щільністю розподілу

$$f(x) = \sum_{i=1}^N P_i \delta(x - x_i), \quad (3.59)$$

де  $\delta(x - x_i)$  – дельта-функція Дірака;  $P_i$  – величина, яка характеризує ймовірність події.

Нехай геологічне середовище складається з  $N$ -компонент, кожній з яких відповідає повне значення тензора пружних постійних  $C_{ijkl}^v$  ( $v = 1, 2, \dots, N$ ). Позначимо ймовірність того, що точка  $x_i^{(1)}$  належить  $v$ -компоненті ( $x_i^{(1)} \in V_v$ ), символом  $f_v^{(1)}$ .

Для статистично однорідного середовища

$$f_v^{(1)} = c_v, \quad (3.60)$$

де  $c_v$  – об'ємна концентрація  $v$ -компоненти і  $\sum_{v=1}^N c_v = 1$ .

Тоді одноточкова щільність розподілу випадкового поля  $C_{ijkl}$  згідно з [51] визначається за формулою

$$f(C_{ijkl}^{(1)}) = \sum_{v=1}^N c_v \delta(C_{ijkl}^{(1)} - C_{ijkl}^v). \quad (3.61)$$

Математичне сподівання  $\langle C_{ijkl} \rangle$  можна знайти за формулою

$$\langle C_{ijkl} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} C_{ijkl} f(C_{ijkl}) dC_{ijkl} = \sum_{v=1}^N c_v C_{ijkl}^{(v)}. \quad (3.62)$$

Позначимо ймовірність події  $(x_l^{(1)} \in v_v, x_l^{(2)} \in v_k)$  символом  $f(v^{(1)}, k^{(2)})$ . Тоді для двоточкової щільності тензора пружних постійних можна записати такий вираз:

$$\begin{aligned} f(C_{ijkl}^{(1)}, C_{pqrs}^{(2)}) &= \\ &= \sum_{v,k=1}^N f(v^{(1)}, k^{(2)}) \delta(C_{ijkl}^{(1)} - C_{ijkl}^{(v)}) \delta(C_{pqrs}^{(2)} - C_{pqrs}^{(v)}). \end{aligned} \quad (3.63)$$

Двоточкову ймовірність  $f(v^{(1)}, k^{(2)})$  можна записати в такому вигляді:

$$f(v^{(1)}, k^{(2)}) = f(v^{(1)}) f(k^{(2)}) f(v^{(1)}|_k^{(2)}), \quad (3.64)$$

де  $f(v^{(1)}|_k^{(2)})$  – ймовірність події  $(x_l^{(2)} \in V_k)$  за умови  $(x_l^{(1)} \in V_v)$  або ймовірність переходу з  $v$ -компоненти в  $k$ -компоненту.

Розглянемо загальну постановку задачі й визначення ефективних пружних постійних.

Нехай макрооб'єм геологічного середовища має стохастичну структуру і перебуває в умовах заданих однорідних макроскопічних напруг  $\langle \sigma_{ij} \rangle$ . Задача про напружено-деформований стан у мікроточках тіла зводиться до рівняння статичної рівноваги

$$\frac{\partial \sigma_{ij}(\vec{x})}{\partial x_j} = 0 \quad (3.65)$$

за умови, що в кожній мікроточці виконується закон Гука

$$\sigma_{ij}(\vec{x}) = C_{ijkl}(\vec{x}) \varepsilon_{kl}(\vec{x}). \quad (3.66)$$

і тензор деформації задовольняє співвідношення Коші

$$\varepsilon_{kl}(\vec{x}) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i(\vec{x})}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j(\vec{x})}{\partial x_i} \right]. \quad (3.67)$$

У даному співвідношенні  $\sigma_{ij}(\vec{x}), \varepsilon_{kl}(\vec{x})$  – випадкові функції координат, а тензор модулів пружності  $C_{ijkl}(\vec{x})$  є заданою випадковою функцією координат.

Підставимо в рівняння (3.65) послідовно (3.66) і (3.67), що дає можливість одержати стохастичне диференціальне рівняння відносно пружних переміщень

$$\left[ C_{ijkl}(\vec{x}) u(\vec{x})_{k,l} \right], j = 0. \quad (3.68)$$

При цьому граничні умови мають такий вигляд:

$$u(\vec{x})_i \Big|_s = \langle \varepsilon_{ij} \rangle x_j. \quad (3.69)$$

Тензорне поле модулів пружності  $C_{ijkl}(\vec{x})$  вважається статистично однорідним, тому мікронапруги  $\sigma_{ij}(\vec{x})$  і мікродоформації  $\varepsilon_{kl}(\vec{x})$  будуть також статистично однорідними. Оскільки масштаб кореляції випадкових полів  $C_{ijkl}(\vec{x}), \sigma_{ij}(\vec{x}), \varepsilon_{kl}(\vec{x})$  набагато менший порівняно з розмірами макрооб'єму, то вони задовольняють властивості ергодичності, тобто усереднене випадкове поле за областю визначення збігається із статистичним усередненням за ансамблем реалізації.

Слід зауважити, що ансамбль реалізації являє собою сукупність полів для великої кількості мікрооб'ємів, які перебувають в однакових умовах відносно зовнішнього впливу і мають один і той же вид структури. Останні умови можуть порушуватися, якщо сукупність макрооб'ємів побудована випадковим розташуванням включень у матриці, оскільки при цьому можливе утворення поряд із матричними також і каркасних (дотичних включень) структур. Очевидно, що в цих випадках можливе порушення властивостей ергодичності.

Зобразимо випадкове поле  $C_{ijkl}(\vec{x}), \sigma_{ij}(\vec{x}), \varepsilon_{kl}(\vec{x})$  у вигляді сум математичних сподівань і флуктуацій

$$C_{ijkl}(\vec{x}) = \left\langle C_{ijkl}(\vec{x}) \right\rangle + C_{ijkl}^0(\vec{x}), \quad (3.70)$$

$$\sigma_{ij}(\vec{x}) = \left\langle \sigma_{ij}(\vec{x}) \right\rangle + \sigma_{ij}^0(\vec{x}), \quad (3.71)$$

$$\varepsilon_{kl}(\vec{x}) = \left\langle \varepsilon_{kl}(\vec{x}) \right\rangle + \varepsilon_{kl}^0(\vec{x}). \quad (3.72)$$

Тоді, якщо здійснити статистичне усереднення співвідношень пружності й, ураховуючи, що згідно з умовою ергодичності

$$\left\langle C_{ijkl}^{(1)}(\vec{x}) \right\rangle = \left\langle C_{ijkl} \right\rangle, \quad (3.73)$$

$$\left\langle \sigma_{ij}^{(1)}(\vec{x}) \right\rangle = \left\langle \sigma_{ij} \right\rangle, \quad (3.74)$$

$$\left\langle \varepsilon_{kl}^{(1)}(\vec{x}) \right\rangle = \left\langle \varepsilon_{kl} \right\rangle, \quad (3.75)$$

$$\left\langle C_{ijkl}^{(1)}(\vec{x}) \varepsilon_{kl}^{(1)}(\vec{x}) \right\rangle = \left\langle C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \right\rangle, \quad (3.76)$$

одержимо

$$\left\langle \sigma_{ij} \right\rangle = \left\langle C_{ijkl}^{(1)}(\vec{x}) \varepsilon_{kl}^{(1)}(\vec{x}) \right\rangle = \left\langle C_{ijkl} \right\rangle \left\langle \varepsilon_{kl} \right\rangle + \left\langle C_{ijkl}^{0(1)} \varepsilon_{kl}^{0(1)} \right\rangle, \quad (3.77)$$

де верхній індекс (1) – значення параметра для включення, а індекс "нуль" – значення флуктуаційної складової параметра.

Із рівняння (3.77) випливає, що для визначення ефективних пружних постійних необхідно знайти одноточковий момент другого порядку

$$\left\langle C_{ijkl}^{(1)}(\vec{x}) \varepsilon_{kl}^{(1)}(\vec{x}) \right\rangle = \left\langle C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \right\rangle \text{ або } \left\langle C_{ijkl}^{0(1)}(\vec{x}) \right\rangle.$$

Якщо записати вектор пружних переміщень у вигляді суми математичного сподівання  $\langle u_i \rangle$  і флуктуаційної  $u_i^0$  складової, тобто

$$u_i = \langle u_i \rangle + u_i^0 \quad (3.78)$$

і взяти до уваги, що для статистично однорідних деформацій має місце рівність

$$\langle u_i \rangle = \langle \varepsilon_{ij} \rangle x_j, \quad (3.79)$$

тоді одержимо

$$u_i = \langle \varepsilon_{ij} \rangle x_j + u_i^0. \quad (3.80)$$

Підставимо одержаний вираз (3.80) у рівняння (3.68) і приведемо його до такого вигляду:

$$C_{ijmn}^c u_{m,n}^c + [(C_{ijmn}^c - C_{ijmn}^c) \varepsilon_{mn}]_{,j} = 0, \quad (3.81)$$

де  $C_{ijmn}^c$  – деякий тензор пружних постійних з незалежними від координат компонентами, який називатимемо тензором тіла порівняння.

Згідно з граничними умовами впливає також, що на межі макрооб'єму флуктуації переміщень мають бути рівними нулю, тобто

$$u_i^0|_s = 0. \quad (3.82)$$

Оскільки розглядається макроскопічний об'єм геологічного середовища, який значно більший за розміри структурних елементів, то вважатимемо, що область, яку він займає, можна розглядати як нескінченну. Таким чином, задача про напружено-деформований стан макрооб'єму геологічного середовища зводиться до розв'язку стохастичного диференціального рівняння (3.81) для нескінченної області за умови, що на нескінченності виконується умова

$$u_i^0|_{\infty} = 0. \quad (3.83)$$

Тоді можна побудувати тензорну функцію Гріна, яка задовольняє диференціальне рівняння

$$C_{ijmn} G_{mk,jn}(x_l^{(1)} - x_l^{(2)}) + \delta(x_l^{(1)} - x_l^{(2)}) \delta_{ik} = 0 \quad (3.84)$$

і перейти до інтегрального рівняння

$$u_i^{0(1)} = \int_{V^{(2)}} G_{ip}(x_l^{(1)} - x_l^{(2)}) [(C_{pqmn}^{(2)} - C_{pqmn}^{(c)}) \varepsilon_{mn}^{(2)}]_{,q} dV^{(2)}. \quad (3.85)$$

Одержаний вираз (3.85) після підстановки його у співвідношення Коші й інтегрування частинами дає можливість прийти до стохастичного інтегрального рівняння відносно деформацій

$$\varepsilon_{ij}^{(1)} = \langle \varepsilon_{ij} \rangle + K_{ijpq} (x_l^{(1)} - x_l^{(2)}) * \left[ (C_{pqmn}^{(2)} - C_{pqmn}^{(c)}) (\varepsilon_{mn}^{(2)}) \right] \quad (3.86)$$

або відносно флуктуацій деформацій

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^{0(1)} &= K_{ijpq} (x_l^{(1)} - x_l^{(2)}) * \\ &* \left[ (C_{pqmn}^{(2)} - C_{pqmn}^{(c)}) (\langle \varepsilon_{mn} \rangle + \varepsilon_{mn}^{0(2)}) \right], \end{aligned} \quad (3.87)$$

де зірочкою позначається операція згортки, а дія інтегрального оператора  $K_{ijpq}$  визначається співвідношенням

$$\begin{aligned} K_{ijpq} (x_l^{(1)} - x_l^{(2)}) * \varphi^2 &= \\ &= \int_{V^{(2)}} G_{(ip,j)q} (x_l^{(1)} - x_l^{(2)}) \varphi^{(2)} dV^{(2)} + \\ &+ \int_{S^{(2)}} G_{(ip,j)} (x_l^{(1)} - x_l^{(2)}) n_q^{(2)} \varphi^{(2)} ds^{(2)}, \end{aligned} \quad (3.88)$$

де  $S$  – нескінченно віддалена межа області макрооб'єму  $V$ ;  $n_q$  – компоненти вектора нормалі до поверхні  $S$ .

Якщо врахувати, що інтегрування по нескінченно віддаленій межі внаслідок ергодичності поля деформацій еквівалентне статистичному усередненню, то співвідношення (3.88) можна привести до такого вигляду:

$$K_{ijpq} (x_l^{(1)} - x_l^{(2)}) * \varphi^2 = \int_{V^{(2)}} G_{(ip,j)q} (x_l^{(1)} - x_l^{(2)}) \varphi^{0(2)} dV^{(2)}, \quad (3.89)$$

де  $\varphi^{0(2)} = \varphi^{(2)} - \langle \varphi \rangle$ .

Таким чином, задача обчислення ефективних пружних постійних геологічного середовища зводиться до визначення деформацій у включенні  $\varepsilon_{ij}^{(1)}$ , або флуктуацій у включенні  $\varepsilon_{ij}^{0(1)}$  як функції макроскопічних деформацій  $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$  з інтегрального рівняння (3.87). Але статистична нелінійність інтегрального рівняння не дозволяє побудувати його розв'язок у замкненому вигляді в загальному випадку. Для його розв'язку застосовують різні наближені методи, які будуть розглянуті нижче.

### 3.2.7.1. Метод лінеаризації

Одним із найбільш загальних наближених методів розв'язку інтегрального рівняння (3.87) є метод лінеаризації. Для спрощення викладок запишемо його у символній формі

$$\varepsilon^{0(1)} = k(x^{(1)} - x^{(2)}) * C^I (\langle \varepsilon \rangle + \varepsilon^{0(2)}), \quad (3.90)$$

де використано позначення  $C^{(2)} - C^C = C^I$  і вважається, що ця різниця мала порівняно із  $C^C$ . Тоді можна записати формулу

$$C^I = \xi C^{(2)}, \quad (3.91)$$

де  $\xi$  – малий детермінований параметр. Розв'язок можна подати у вигляді розвинення

$$\varepsilon^{0(1)} = \sum_{n=0}^{\infty} \xi^n \varepsilon_n. \quad (3.92)$$

Якщо співвідношення (3.91) і (3.92) підставити в (3.90), то, прирівнюючи коефіцієнти при однакових степенях, отримують рекурентну послідовність статистично лінійних рівнянь відносно коефіцієнтів розвинення

$$\begin{aligned} \varepsilon^{0(1)} &= 0; \\ \varepsilon_1^{(1)} &= K(x^{(1)} - x^{(2)}) * [C^{(2)} (\langle \varepsilon \rangle + \varepsilon^{0(2)})]; \\ \varepsilon_2^{(1)} &= K(x^{(1)} - x^{(2)}) * [C^{(2)} \varepsilon_1^{(2)}]; \\ &\dots\dots\dots \\ \varepsilon_n^{(1)} &= K(x^{(1)} - x^{(2)}) * [C^{(2)} \varepsilon_{(n-1)}^{(2)}]. \end{aligned} \quad (3.93)$$

Звідси знаходимо розв'язок у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(1)0} &= \sum_{n=0}^{\infty} K(x^{(1)} - x^{(2)}) * K(x^{(2)} - x^{(3)}) * \dots \\ &\dots * K(x^{(n-1)} - x^{(n)}) * (C^{(2)I} C^{(3)I} \dots C^{(n)I} \langle \varepsilon \rangle). \end{aligned} \quad (3.94)$$

Вираз для середніх напруг у безіндексній формі визначимо як

$$\langle \sigma \rangle = \langle C^{(1)} \varepsilon^{(1)} \rangle = C \varepsilon + \langle C^{0(1)} \varepsilon^{0(1)} \rangle. \quad (3.95)$$

Якщо підставити (3.94) в рівняння (3.95), то отримаємо тензор ефективних модулів пружності

$$C^* = \langle C \rangle + \sum_{n=2}^{\infty} K(x^{(1)} - x^{(2)}) * K(x^{(2)} - x^{(3)}) * \dots * K(x^{(n-1)} - x^{(n)}) * \langle C^{0(1)} C^{1(2)} C^{1(3)} \dots C^{1(n)} \rangle. \quad (3.96)$$

Як видно з цього прикладу, за допомогою методу лінеаризації спочатку визначаємо випадкове поле деформацій, а потім знаходимо ефективні пружні постійні геологічного середовища.

### 3.2.7.2. Метод моментів

Якщо метою є визначення лише ефективних пружних постійних, то розв'язок можна побудувати методом моментів [50–51, 59].

Для знаходження моменту  $\langle C^{0(1)} \varepsilon^{0(1)} \rangle$  необхідно інтегральне рівняння

$$\varepsilon^{(1)0} = K(\bar{x}^{(1)} - \bar{x}^{(2)}) * \left[ C^{(2)'} (\langle \varepsilon \rangle + \varepsilon^{0(2)}) \right] \quad (3.97)$$

помножити на  $C^{0(1)}$  і здійснити статистичне усереднення. Тоді одержимо

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon^{(1)0} C^{(1)0} \rangle &= K(\bar{x}^{(1)} - \bar{x}^{(2)}) * \\ &* \left[ \langle C^{(2)'} C^{0(1)} \rangle \langle \varepsilon \rangle + C^{(2)'} C^{0(1)} \varepsilon^{0(2)} \right]. \end{aligned} \quad (3.98)$$

Як бачимо, до рівняння (3.98) увійшов новий невідомий момент  $\langle C^{0(1)} C^{(2)} \varepsilon^{0(2)} \rangle$ , для знаходження якого необхідно вже рівняння (3.98), узятє в точці  $x^{(2)}$ , помножити на  $C^{0(1)} C^{(2)}$  і провести статистичне усереднення, тоді одержимо

$$\begin{aligned} \langle C^{1(0)} C^{(2)'} \varepsilon^{(2)0} \rangle &= K(x^{(2)} - x^{(3)}) * \\ &* \left[ \langle C^{1(0)} C^{(2)'} C^{(3)'} \rangle \langle \varepsilon \rangle + \langle C^{1(0)} C^{(2)'} C^{(3)'} \varepsilon^{(3)0} \rangle \right]. \end{aligned} \quad (3.99)$$

Продовжуючи таким чином цей розрахунок, приходимо до послідовності взаємозв'язаних інтегральних рівнянь відносно невідомих моментів різних порядків і типів. Шляхом виключення невідомих знаходимо

$$C^{(1)0} \varepsilon^{(1)0} = \sum K(x^{(1)} - x^{(2)}) * K(x^{(2)} - x^{(3)}) * \dots * K(x^{(n-1)} - x^{(n)}) * \langle C^{(1)0} C^{(2)'} \dots C^{(n)'} \rangle. \quad (3.100)$$

Отже, метод лінеаризації й метод моментів дають розв'язок задачі визначення ефективних пружних постійних, але їхня реалізація ускладнюється дуже громіздким багатократним інтегруванням, а також відсутністю певного набору вихідних даних – моментів пружних характеристик довільного порядку і типу.

### 3.2.7.3. Метод кореляційного наближення

У методі кореляційного наближення обмежуються лише кореляційною функцією пружних характеристик, тобто використовують лише перші члени ряду

$$C^* = \langle C \rangle + K(x^{(1)} - x^{(2)}) * \langle C^{0(1)} C^{1(2)} \rangle. \quad (3.101)$$

Одержане співвідношення (3.101) справедливе лише для слабо неоднорідного середовища, коли пружні властивості включення і матриці не дуже відрізняються одне від одного.

### 3.2.7.4. Одноточкове наближення

Для визначення ефективних постійних суттєво неоднорідного середовища необхідно враховувати моменти більш високих порядків. Спрощення розв'язку можливе за рахунок нехтування багатоточковими моментами. Одним із таких підходів є одноточкове наближення, яке враховує лише одноточкові моменти всіх порядків.

Для цього запишемо інтегральне рівняння в такому вигляді:

$$\varepsilon^{(1)0} = K(x^{(1)} - x^{(2)}) * [(C^{(2)0} + \langle C \rangle - C^c) (\langle \varepsilon \rangle + \varepsilon^{(2)0})]. \quad (3.102)$$

Помножимо рівняння (3.102) на  $C^{(1)0^n}$  і проведемо статистичне усереднення

$$\langle C^{(1)0^n} \varepsilon^{(1)0} \rangle = K(x^{(1)} - x^{(2)}) * \langle C^{(1)0^n} (C^{(2)0} + \langle C \rangle - C^c) (\langle \varepsilon \rangle + \varepsilon^{(2)0}) \rangle. \quad (3.103)$$

Після виділення одноточкових моментів отримаємо наближення, яке являє собою нескінченну систему алгебраїчних рівнянь відносно одноточкових моментів

$$\begin{aligned} \langle C^{0(n)} \varepsilon^0 \rangle = & K(0) * [\langle C^{0(n+1)} \rangle \langle \varepsilon \rangle + \langle C^{0(n+1)} \varepsilon \rangle + \\ & + (\langle C \rangle - C^c) \langle C^{0(n)} \varepsilon^0 \rangle - \langle C^{0n} \rangle \langle C^0 \varepsilon^0 \rangle], \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3.104)$$

Із (3.104) знаходимо момент  $\langle C^0 \varepsilon^0 \rangle$  як функцію  $\langle \varepsilon \rangle$ , підставляємо в рівняння для середніх напруг і одержимо вираз для ефективних модулів пружності.

Метод одноточкового наближення дозволяє одержати непогане наближення ефективних пружних постійних для однорідних структур, але при цьому фактично не береться до уваги анізотропія.

### 3.2.7.5. Метод умовних моментів

Покращання значень ефективних пружних постійних, одержаних методом одноточкового наближення, здійснюється шляхом урахування моментів вищого типу (дво-, триточкових та ін.), але це приводить до суттєвого ускладнення обчислень. Задачу можна спростити, якщо замість методу моментів скористатися методом умовних моментів. Розглянемо детальніше суть цього методу.

Нехай геологічне середовище складається з  $N$ -компонент з об'ємними концентраціями  $c_v$  і тензорами пружних постійних  $C_{ijkl}^{(v)}$   $v = (1, 2, \dots, N)$ .

Одноточкова щільність розподілу тензора пружних постійних має такий вигляд:

$$f(C_{ijkl}) = \sum_{v=1}^N c_v \delta(C_{ijkl} - C_{ijkl}^{(v)}). \quad (3.105)$$

Спільна щільність розподілу тензорів пружних постійних і деформацій визначатиметься формулою

$$f(C_{ijkl}, \varepsilon_{kl}) = f(C_{ijkl}) f((\varepsilon_{kl}) C_{ijkl}), \quad (3.106)$$

де  $((\varepsilon_{kl})C_{ijkl})$  – щільність розподілу деформацій в деякій точці геологічного середовища за умови, що в ній тензор пружних постійних набуває певного значення.

Перейдемо до символічних позначень і здійснимо усереднення закону Гука

$$\sigma(\vec{x}_i) = C(\vec{x})\varepsilon(\vec{x}) \quad (3.107)$$

з урахуванням (3.106) і (3.107) одержимо

$$\langle \sigma \rangle = \sum_{v=1}^N c_v C^{(v)} \langle \varepsilon^{(v)} \rangle, \quad (3.108)$$

де  $\langle \varepsilon^{(v)} \rangle$  – математичне сподівання тензора деформацій в точці за умови, що вона міститься в компоненті  $v$ . Оскільки геологічне середовище задовольняє властивості ергодичності, то величина  $\langle \varepsilon^{(v)} \rangle$  дорівнює середньому за компонентою  $v$  тензора деформації. Отже, із рівняння (3.108) випливає: щоб знайти ефективні пружні постійні, необхідно знайти  $\langle \varepsilon^{(v)} \rangle$  як функцію  $\langle \varepsilon \rangle$ .

Для цього подамо інтегральне рівняння (3.86) у такому вигляді:

$$\varepsilon^{(1)} = \langle \varepsilon \rangle + K(x^{(1)} - x^{(2)}) * (C^{(2)} - C^e) \varepsilon^{(2)} \quad (3.109)$$

і здійснимо його усереднення згідно з умовною щільністю

$$f(\varepsilon^{(1)}, \varepsilon^{(2)}, C^{(2)} \Big|_v^{(1)}),$$

яка характеризує щільність розподілу деформацій в точках  $X^{(1)}$ ,  $X^{(2)}$  і пружних постійних  $C^{(2)}$  у точці  $X^{(2)}$  за умови, що в точці  $X^{(1)}$  існує  $v$ -компонента. У результаті одержимо систему рівнянь

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_v \rangle &= \langle \varepsilon \rangle + K(x^{(1)} - x^{(2)}) * \\ &* \sum_{k=1}^N f_k^{(2)} \Big|_v^{(1)} (C^{(k)} - C^e) \langle \varepsilon_k^{(2)} \Big|_k^{(2)} \Big|_v^{(1)} \rangle, \quad (3.110) \\ v &= 1, 2, \dots, N, \end{aligned}$$

де  $f_k^{(2)} \Big|_v^{(1)}$  – імовірність знаходження точки  $X^{(2)}$  в  $k$ -компоненті за умови, що точка  $X^{(1)}$  присутня у  $v$ -компоненті;  $\langle \varepsilon_k^{(2)} \Big|_k^{(2)} \Big|_v^{(1)} \rangle$  – математичне сподівання тензора деформації в точці  $X^{(2)}$  за умови, що точка  $X^{(2)}$  в  $k$ -компоненті, а точка  $X^{(1)}$  у

$v$ -компоненті. Для визначення двоточкових моментів  $\langle \varepsilon^{(2)} \Big|_{k \quad v}^{(2) \quad (1)} \rangle$  здійснимо усереднення рівняння (3.110) з умовною щільністю  $f(\varepsilon^{(1)}, \varepsilon^{(2)}, C^{(2)} \Big|_{k \quad v}^{(2) \quad (1)})$  і в результаті одержимо

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon^{(1)} \Big|_{v \quad k}^{(1) \quad (3)} \rangle &= \langle \varepsilon \rangle + K(x^{(1)} - x^{(3)}) \cdot \\ &\cdot \sum_{r=1}^N f_r^{(2)} \Big|_{v \quad k}^{(1) \quad (3)} (C^{(2)} - C^c) \langle \varepsilon^{(2)} \Big|_{r \quad v \quad k}^{(2) \quad (1) \quad (3)} \rangle; \end{aligned} \quad (3.111)$$

$(k, v) = 1, 2, \dots, n.$

Якщо продовжувати цей процес, то одержимо нескінченну систему рівнянь відносно умовних моментів

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{v_1} \rangle, \langle \varepsilon^{(1)} \Big|_{v_1 \quad v_2}^{(1) \quad (2)} \rangle, \dots, \langle \varepsilon^{(1)} \Big|_{v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_i}^{(1) \quad (2) \quad \dots \quad (i)} \rangle, \dots \\ \dots (v_1, v_2, \dots = 1, 2, \dots, N). \end{aligned} \quad (3.112)$$

Замикання цієї системи можна здійснити шляхом обриву процесу на деякому кроці. Для цього можна вибрати одну з умов, наведених нижче

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon^{(1)} \Big|_{v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_i}^{(1) \quad (2) \quad \dots \quad (i)} \rangle = 0; \quad \langle \varepsilon^{(1)} \Big|_{v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_i}^{(1) \quad (2) \quad \dots \quad (i)} \rangle = \langle \varepsilon \rangle; \\ \langle \varepsilon^{(1)} \Big|_{v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_i}^{(1) \quad (2) \quad \dots \quad (i)} \rangle = \langle \varepsilon_{v_1} \rangle. \end{aligned} \quad (3.113)$$

Для розв'язку одержаної системи рівнянь необхідно задати умовні щільності розподілу компонент

$$f_{v_1 \quad v_2}^{(1) \quad (2)}, f_{v_1 \quad v_2 \quad v_3}^{(1) \quad (2) \quad (3)}, \dots, f_{v_2 \quad v_3 \quad \dots \quad v_i}^{(2) \quad (3) \quad \dots \quad (i)}, \dots \quad (3.114)$$

При цьому поняття *компоненти* можна розширити, вважаючи, що воно може включати не лише сукупність структурних елементів з однаковими пружними властивостями, але й з однаковими параметрами форми, орієнтації тощо.

Якщо обмежитись двоточковим наближенням, тобто вважати, що відомі лише умовні щільності  $f_{v_1 \quad v_2}^{(1) \quad (2)}$ , то достатньо розглянути рівняння (3.110). Для його замикання доцільно взяти умови, згідно з якими нехтують флуктуаціями деформацій в межах кожної із компонент.

У цьому випадку одержуємо систему рівнянь відносно середніх за компонентами деформацій

$$\langle \varepsilon_v \rangle = \langle \varepsilon \rangle + \sum_{k=1}^N K_{vk} (C^k - C^c) \langle \varepsilon_k \rangle, \quad v = 1, 2, \dots, N, \quad (3.115)$$

де матриця  $K_{vk}$  визначається рівнянням

$$K_{vk} = K(x^{(1)} - x^{(2)}) * P_{vk}(x^{(1)} - x^{(2)}), \quad (3.116)$$

$$P_{vk}(x^{(1)} - x^{(2)}) = f_k^{(2)} \Big|_v^{(1)}. \quad (3.117)$$

Таким чином, метод умовних моментів дозволяє описувати геологічне середовище зі складною структурою, але для цього необхідно задавати умовну двоточкову щільність розподілу  $f_k^{(2)} \Big|_v^{(1)}$ . Вона в середньому характеризує форму і розташування структурних елементів, а також тензор модулів пружності тіла порівняння  $C^c$ . Умовну щільність розподілу можна знайти або експериментально – шляхом фотографування розтинів зразків геологічного середовища, або теоретично – шляхом визначення розподілу розмірів структурних елементів у різних розтинах.

Вибором пружних постійних тіла порівняння можна одержати всі відомі наближення. Якщо  $C^c = 0$ , приходимо до наближення Реуса, а при  $C^c = \infty$  – до наближення Фойгта. Якщо  $C^c$  дорівнює пружним постійним компонент з максимальною і мінімальною жорсткістю, то одержимо відповідно верхню і нижню межі Хашина–Штрікмана.

У фізиці у випадку матричних структур доцільно вважати  $C^c = \langle C \rangle$ , якщо жорсткість включень менше жорсткості матриці й  $C^c = \langle C^{-1} \rangle^{-1}$ , якщо жорсткість включень більша жорсткості матриці.

### 3.3. Статичні ефективні пружні постійні геологічного середовища матричної структури

Модель матричної структури дозволяє обчислювати ефективні пружні постійні достатньо широкого класу структур геологічного середовища. При застосуванні методу умовних моментів

задача приводить до розв'язку нескінченної системи взаємозв'язаних рівнянь відносно умовних моментів різних типів, але першого порядку. У двоточковому наближенні, що відповідає умові однорідності випадкових полів деформацій у межах компонент, задача полягає в розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь, коефіцієнти яких відображають двоточкові взаємодії між структурними елементами. Це дозволяє враховувати анізотропію, яка обумовлена формою та орієнтацією включень.

Нехай геологічне середовище має включення правильної форми (куля або сфероїд) та однонаправленої орієнтації. У довільній мікроточці  $X_L^{(1)}$  виконується закон Гука

$$\sigma_{ij}^{(1)} = C_{ijkl}^{(1)} \varepsilon_{kl}^{(1)},$$

де  $\sigma_{ij}^{(1)}, \varepsilon_{kl}^{(1)}, C_{ijkl}^{(1)}$  – мікротензори напруг, деформацій і пружних постійних у мікроточці  $X_L^{(1)}$ , які внаслідок випадковості структури гірської породи є стохастичними функціями координат.

Якщо включення розподілені статистично однорідно, і макрооб'єм геологічного середовища перебуває під дією однорідного зовнішнього навантаження, тоді випадкові поля напруг і деформацій задовольняють умову ергодичності. Отже, у цьому випадку усереднення за об'ємом можна замінити усередненням за ансамблем реалізацій.

Для макроскопічних полів напруг  $\langle \sigma_{ij} \rangle$  і деформацій  $\langle \varepsilon_{kl} \rangle$  справедливе співвідношення

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = C_{ijkl}^* \varepsilon_{kl}, \quad (3.118)$$

де  $C_{ijkl}^*$  – тензор ефективних пружних постійних, а кутові дужки означають операцію усереднення за ансамблем реалізацій.

Якщо усереднимо вираз (3.118), то одержимо

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \sum_{v=1}^2 c_v C_{ijkl}^* \langle \varepsilon_{kl} | v \rangle, \quad (3.119)$$

$$\langle \varepsilon_{kl} | v \rangle = \sum_{v=1}^2 c_v \langle \varepsilon_{kl} | v \rangle, \quad (3.120)$$

де  $\langle \varepsilon_{kl} | \nu \rangle = \left\langle \varepsilon(x^{(1)}) \Big|_{x^{(1)} \in V_\nu} \right\rangle$  – одноточковий умовний момент випадкового поля деформацій, який визначає середню деформацію у  $\nu$ -компоненті;  $c_\nu$  – об'ємна концентрація;  $V_\nu$  – об'єм, що займає  $\nu$ -компонента  $(V_1 + V_2) = V$ ;  $C_{ijkl}^{(1)}, C_{ijkl}^{(2)}$  – відповідно значення пружних постійних орієнтованих сфероїдальних включень і елементів матриці довільної орієнтації.

Із виразів (3.119) і (3.120) випливає, що для визначення ефективних пружних постійних  $C_{ijkl}^*$  достатньо знайти залежність між середніми значеннями деформацій в компонентах і макроскопічними деформаціями

$$\langle \varepsilon_{kl} | 1 \rangle = A_{klmn} \langle \varepsilon_{mn} \rangle. \quad (3.121)$$

Дійсно, підставляємо (3.121) у (3.120) і, порівнюючи одержаний вираз з (3.119), одержимо

$$C_{ijkl}^* = \langle C_{ijkl} \rangle + c_1 (C_{ijmn}^{(1)} - C_{ijmn}^{(2)}) (A_{mnkl} - I_{mnkl}), \quad (3.122)$$

де  $I$  – одиничний тензор четвертого рангу.

Задача про напружено-деформований стан та ефективні пружні постійні геологічного середовища зводиться до розв'язку системи алгебраїчних рівнянь відносно середніх за компонентами деформацій

$$\langle \varepsilon^{(v)} \rangle = \langle \varepsilon \rangle + \sum_{k=1}^2 K(x) P_{vk}(x) (C^{(k)} - C^{(c)}) \langle \varepsilon^{(k)} \rangle, \quad (3.123)$$

$$v = 1, 2, \dots, n; x = x^{(i)} - x^{(j)},$$

де умовна ймовірність переходу  $P_{vk}(x)$  визначається структурою геологічного середовища з дискретними включеннями правильної геометричної форми.

Спочатку необхідно побудувати двоточкову умовну ймовірність переходу  $P_{vk}(x)$  для конкретної геометричної форми включень певного характеру розподілу дискретних включень. Для довільної орієнтації дискретних включень з об'ємною концентрацією  $c_1$  справедливі такі співвідношення для  $P_{vk}(x)$ :

$$\sum_{k=1}^2 P_{vk}(x) = 1, c_v P_{vk}(x) = c_k P_{kv}(x), \quad (3.124)$$

$$P_{kv}(0) = \delta_{vk}, P_{kv}(\infty) = c_k, (v, k = 1, 2).$$

Якщо включення мають сфероїдальну форму і стохастично орієнтовані вздовж осі  $x_3$ , то для побудови умовної ймовірності  $P_{vk}(x)$  зробимо припущення, що виконуються такі умови:

- розподіл включень статистично ізотропний в площині  $x_1 x_2$ ;
- довжини хорд, утворених перетином прямої в довільному напрямку із включеннями, і відстань між сусідніми включеннями вздовж цієї прямої розподілені за експоненціальним законом;
- усі варіанти перетину прямої із включенням мають однакову ймовірність.

Із першої умови випливає, що функція  $P_{vk}(x)$  має вигляд

$$P_{vk}(x) = P_{vk}(r, x_3), \quad r = (x_1^2 + x_2^2)^{1/2}, \quad (3.125)$$

тоді достатньо побудувати  $P_{vk}(x)$  в довільній площині, що проходить через вісь  $x_2$ .

Якщо включення мають форму сфероїда й однонаправлену орієнтацію вздовж осі, то умовна ймовірність переходу визначається співвідношенням

$$P_{vk}(x) = c_k + (\delta_{vk} - c_k)\Phi(x), (v, k = 1, 2), \quad (3.126)$$

де  $\Phi(x)$  – кореляційна функція, яка враховує внутрішню геометрію геологічного середовища і має вигляд

$$\Phi(x) = \exp\left[-\sqrt{n_1^2(x_1^2 + x_2^2) + n_3^2 x_3^2}\right]. \quad (3.127)$$

У цьому виразі

$$n_1 = \beta/k_1, n_3 = \beta/k_3, \beta = \frac{8}{\pi^2 c_2}, \quad (3.128)$$

де  $k_1, k_3$  – півосі сфероїда.

Шляхом граничних переходів із виразу (3.127) можна одержати кореляційні функції для геологічного середовища простішої структури. Зокрема, якщо включення являє собою шари потужністю  $h$ , перпендикулярні осі  $x_3$ , то слід покласти у виразі

$k_1 \rightarrow \infty, k_3 = \frac{h}{3}$ . Тоді одержимо  $n_1 = 0$ , і  $n_3 = \frac{16}{\pi^2 c_2 h}$  і вираз для

кореляційної функції матиме вигляд

$$\Phi(x) = \exp\left[-\frac{16}{\pi^2 c_2 h} |x_3|\right]. \quad (3.129)$$

Якщо включення – циліндр радіусом  $r$ , вісь якого паралельна координатній осі  $x_3$ , то необхідно покласти  $k_3 \rightarrow \infty, k_1 = r$ .

Тоді із (3.129) одержимо  $n_1 = n_3 = n = \frac{8}{\pi^2 c_2 r}$  і кореляційна функція

матиме такий вигляд:

$$\Phi(x) = \exp\left[-\frac{8}{\pi^2 c_2 r} \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}\right]. \quad (3.130)$$

Це рівняння визначає умовну ймовірність переходу  $P_{vk}(x) = f_k^{(2)}|_v^{(1)}$ , згідно з якою при розташуванні в точці  $x^{(2)}$  компоненти  $k$  у точці  $x^{(1)}$  має бути компонента  $v$ . Підставимо в систему алгебраїчних рівнянь (3.123) рівняння (3.130). У результаті одержимо

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{ij} | v \rangle &= \langle \varepsilon_{ij} \rangle + \\ &+ \sum_{k=1}^2 (\delta_{vk} - c_k) K_{ijmn} (C_{mnpq}^{[k]} [-C_{mnpq}^c] \langle \varepsilon_{pq} | k \rangle), \end{aligned} \quad (3.131)$$

де  $K_{ijmn} = K_{ijmn}(x) * \Phi(x)$ ,

або в розгорнутому вигляді

$$K_{ijmn} = \frac{1}{2} \iiint_V [G_{im,jn}(x) + G_{jm,in}(x)] \Phi(x) d^3x. \quad (3.132)$$

Із співвідношень (3.131)–(3.132) видно, що для визначення ефективних пружних постійних  $C_{ijmn}$  необхідно знайти тензор  $K_{ijmn}$ .

Для цього необхідно побудувати тензорну функцію Гріна  $G_{im}(x)$ , яка задовольняє рівняння

$$C_{ijmn}^c G_{mk,nj}(x) = -\delta_{ik} \delta(x). \quad (3.133)$$

Для розв'язку рівняння (3.133) необхідно задати тензор пружних постійних тіла порівняння  $C_{ijmn}^c$ . У випадку матричної структури  $C^c$  вибирають згідно з умовою

$$C^c = \begin{cases} \langle C \rangle, C^{(1)} \leq C^{(2)}; \\ \langle C^{-1} \rangle^{-1}, C^{(1)} > C^{(2)}. \end{cases} \quad (3.134)$$

Застосуємо до рівняння (3.133) перетворення Фур'є, тоді одержимо

$$C_{ijmn}^c \xi_j \xi_n \bar{G}_{mk} = \delta_{ik}, \quad (3.135)$$

де

$$\bar{G}_{mk}(\xi) = \int_V G_{mk}(x) e^{-ix_j \xi_j} d^3x.$$

З урахуванням оберненого перетворення Фур'є

$$G_{mk}(x) = \frac{1}{8\pi^3} = \int_V \bar{G}_{mk}(\xi) e^{ix_j \xi_j} d^3x \quad (3.136)$$

вираз (3.132) для тензора  $K_{ijmn}$  можна подати у вигляді

$$K_{ijmn} = \frac{1}{16\pi^3} \int_V [\bar{G}_{im}(\xi) \xi_j \xi_n + \bar{G}_{jm}(\xi) \xi_i \xi_n] I(\xi) d^3\xi, \quad (3.137)$$

де

$$I(\xi) = \int_V e^{i\xi_j x_j} \Phi(x) d^3x. \quad (3.138)$$

Для визначення тензора  $K_{ijmn}$  необхідно знайти Фур'є-зображення функції Гріна  $\bar{G}_{im}(\xi)$  й обчислити інтеграл  $I(\xi)$ .

Для обчислення Фур'є-зображення  $\bar{G}_{im}(\xi)$  представимо рівняння (3.136) у зручнішому вигляді

$$\bar{G}_{im}(\xi) = \Psi_{mk}^{-1}, \quad (3.139)$$

де

$$\Psi_{mk} = C_{mikj}^{(c)} \xi_i \xi_j. \quad (3.140)$$

Для поперечно-ізотропного середовища компоненти симетричного тензора  $\Psi_{mk}$  мають такий вигляд:

$$\begin{aligned}
\Psi_{11} &= C_{11}^{(c)}\xi_1^2 + C_{66}^c \xi_2^2 + C_{11}^c \xi_3^2, \\
\Psi_{12} &= (C_{12}^{(c)} + C_{66}^{(c)})\xi_1 \xi_2, \\
\Psi_{13} &= (C_{13}^{(c)} + C_{44}^{(c)})\xi_1 \xi_3, \\
\Psi_{22} &= C_{66}^{(c)}\xi_1^2 + C_{11}^{(c)}\xi_2^2 + C_{44}^{(c)}\xi_3^2, \\
\Psi_{23} &= (C_{13}^{(c)} + C_{44}^{(c)})\xi_2 \xi_3, \\
\Psi_{33} &= C_{44}^{(c)}(\xi_1^2 + \xi_2^2) + C_{33}^{(c)}\xi_3^2.
\end{aligned} \tag{3.141}$$

Фур'є-зображення  $\bar{G}_{mk}$  визначається через компоненти матриці, яка є оберненою відносно матриці  $\Psi_{mk}$ , тобто

$$\begin{aligned}
\bar{G}_{11}(\xi) &= 1/\Delta (\Psi_{22}\Psi_{33} - \Psi_{23}^2), \\
\bar{G}_{22}(\xi) &= 1/\Delta (\Psi_{11}\Psi_{33} - \Psi_{13}^2), \\
\bar{G}_{33}(\xi) &= 1/\Delta (\Psi_{11}\Psi_{22} - \Psi_{12}^2), \\
\bar{G}_{12}(\xi) &= 1/\Delta (\Psi_{23}\Psi_{13} - \Psi_{33}\Psi_{12}), \\
\bar{G}_{13}(\xi) &= 1/\Delta (\Psi_{23}\Psi_{12} - \Psi_{22}\Psi_{13}), \\
\bar{G}_{23}(\xi) &= 1/\Delta (\Psi_{13}\Psi_{12} - \Psi_{11}\Psi_{23}),
\end{aligned} \tag{3.142}$$

$$\Delta = \Psi_{11}\Psi_{22}\Psi_{33} + 2\Psi_{13}\Psi_{12}\Psi_{23} - \Psi_{11}\Psi_{23}^2 - \Psi_{22}\Psi_{13}^2 - \Psi_{33}\Psi_{12}^2.$$

Якщо врахувати (3.140)–(3.141), то вираз (3.131) можна привести до такого вигляду:

$$\begin{aligned}
\bar{G}_{11}(\xi) &= \frac{1}{C_{11}^{(c)}C_{44}^{(c)}C_{66}^{(c)}\Delta_1(\xi)\Delta_2(\xi)} \{C_{44}^{(c)}(C_{66}^{(c)}\xi_1^2 + C_{11}^{(c)}\xi_2^2)(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \\
&+ [(C_{33}^{(c)}C_{66}^{(c)} + C_{44}^{(c)2})\xi_1^2 + C_{44}^{(c)}(2pC_{11}^{(c)}\xi_2^2 + C_{33}^{(c)}\xi_3^2)]\xi_3^2\}; \\
\bar{G}_{22}(\xi) &= \frac{1}{C_{11}^{(c)}C_{44}^{(c)}C_{66}^{(c)}\Delta_1(\xi)\Delta_2(\xi)} \{C_{44}^{(c)}(C_{11}^{(c)}\xi_1^2 + C_{66}^{(c)}\xi_2^2)(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \\
&+ [(C_{33}^{(c)}C_{66}^{(c)} + C_{44}^{(c)2})\xi_2^2 + C_{44}^{(c)}(2pC_{11}^{(c)}\xi_1^2 + C_{33}^{(c)}\xi_3^2)]\xi_3^2\}; \\
\bar{G}_{33}(\xi) &= \frac{1}{C_{11}^{(c)}C_{44}^{(c)}\Delta_1(\xi)} [C_{11}^{(c)}(\xi_2^2 + \xi_3^2) + C_{44}^{(c)}\xi_3^2];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{G}_{12}(\xi) &= \frac{1}{C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} C_{66}^{(c)} \Delta_1(\xi) \Delta_2(\xi)} \cdot \\ &\cdot [C_{44}^{(c)} (C_{11}^{(c)} - C_{66}^{(c)}) (\xi_1^2 + \xi_2^2) + (2p C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} - C_{33}^{(c)} C_{66}^{(c)} - C_{44}^{(c)2}) \xi_3^2] \xi_1 \xi_2; \\ \bar{G}_{13}(\xi) &= -\frac{C_{13}^{(c)} + C_{44}^{(c)}}{C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} \Delta_1(\xi)} \xi_1 \xi_2; \\ \bar{G}_{23}(\xi) &= -\frac{C_{13}^{(c)} + C_{44}^{(c)}}{C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} \Delta_1(\xi)} \xi_2 \xi_3,\end{aligned}\tag{3.143}$$

де

$$\begin{aligned}\Delta_1(\xi) &= (\xi_1^2 + \xi_2^2) + 2p(\xi_1^2 + \xi_2^2) + q\xi_3^2, \\ \Delta_2(\xi) &= \xi_1^2 + \xi_2^2 + \mu\xi_3^2, \\ p &= \frac{C_{11}^{(c)} C_{33}^{(c)} - C_{13}^{(c)} (C_{13}^{(c)} + 2C_{44}^{(c)})}{2C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)}}, \\ q &= \frac{C_{33}^{(c)}}{C_{11}^{(c)}}, \mu = \frac{C_{44}^{(c)}}{C_{66}^{(c)}}.\end{aligned}\tag{3.144}$$

Величини  $p, q, \mu$  характеризують пружну анізотропію, а у випадку пружної ізотропії  $p = q = \mu = 1$ .

Обчислимо інтеграл із виразу (3.144). Для цього перейдемо до циліндричної системи координат  $(r, \varphi)$ . Тоді

$$\begin{aligned}x_1 &= r \cos \varphi, \\ x_2 &= r \sin \varphi, \\ dx_1 dx_2 &= dr d\varphi, \\ 0 \leq r &\leq \infty, 0 \leq \varphi \leq 2\pi.\end{aligned}\tag{3.145}$$

Скориставшись виразом (3.145), одержимо

$$\xi_j x_j = r(\xi_1 \cos \varphi + \xi_2 \sin \varphi) + \xi_3 x_3;\tag{3.146}$$

$$\sqrt{n_1^2 (x_1^2 + x_2^2) + n_3^2 x_3^2} = \sqrt{n_1^2 r^2 + n_3^2 x_3^2}.\tag{3.147}$$

У цьому випадку інтеграл (3.138) з урахуванням виразу для кореляційної функції (3.130), а також (3.146) і (3.147) можна записати так:

$$I(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r I_1(r) e^{i\xi_3 x_3} e^{-\sqrt{n_1^2 r^2 + n_3^2 x_3^2}} dr dx_3, \quad (3.148)$$

де

$$I_1(r) = \int_0^{2\pi} e^{ir(\xi_1 \cos \varphi + \xi_2 \sin \varphi)} d\varphi. \quad (3.149)$$

Інтеграл  $I_1(r)$  легко обчислюється за допомогою функції Бесселя  $J_0(x)$

$$I_1(r) = 2\pi J_0(\sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} r). \quad (3.150)$$

Після підстановки (3.150) в інтеграл (3.148) одержимо

$$I(\xi) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r J_0(\sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} r) e^{i\xi_3 x_3} e^{-\sqrt{n_1^2 r^2 + n_3^2 x_3^2}} dr dx_3. \quad (3.151)$$

Скориставшись відомою формулою Ейлера

$$e^{i\xi_3 x_3} = \cos(\xi_3 x_3) + i \sin(\xi_3 x_3), \quad (3.152)$$

і беручи до уваги, що інтеграл від непарної функції із симетричними межами інтегрування дорівнює нулю, із (3.151) одержимо

$$I(\xi) = 4\pi \int_0^{\infty} r J_0(\sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} r) I_2(r) dr, \quad (3.153)$$

де

$$I_2(r) = \int_0^{\infty} e^{-n_3 \sqrt{x_3^2 + n_1^2 r^2}} \cos(\xi_3 x_3) dx_3, \quad n = n_1 / n_3. \quad (3.154)$$

Інтеграл  $I_2(r)$  є табличним і його можна записати за допомогою функції Макдональда  $K_1(x)$

$$I_2(r) = \frac{n_1 r}{\sqrt{n_3^2 + \xi_3^2}} K_1(n \sqrt{n_3^2 + \xi_3^2} r). \quad (3.155)$$

Підставимо (3.155) в інтеграл (3.153), тоді одержимо

$$I(\xi) = \frac{4n_1}{\sqrt{n_3^2 + \xi_3^2}} I_3, \quad (3.156)$$

де

$$I_3 = 4\pi \int_0^{\infty} r^2 J_0(\sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} r) K_1(n \sqrt{n_3^2 + \xi_3^2} r) dr. \quad (3.157)$$

Інтеграл  $I_3$  також є табличним і має вигляд

$$I_3 = \frac{2n\sqrt{n_3^2 + \xi_3^2}}{\left[\xi_1^2 + \xi_2^2 + n^2(n_3^2 + \xi_3^2)\right]^2}. \quad (3.158)$$

Згідно з виразом (3.156) з урахуванням (3.158) знайдемо значення інтеграла  $I(\xi)$

$$I(\xi) = \frac{8\pi n n_3^2}{z^2(\xi)}, \quad (3.159)$$

$$\text{де} \quad z(\xi) = n_1^2 n_3^2 + n_3^2(\xi_1^2 + \xi_2^2) + n_1^2 \xi_3^2. \quad (3.160)$$

Оскільки отримано інтеграл  $I(\xi)$ , то вираз (3.159) можна підставити в (3.137) і знайти тензор  $K_{ijmn}$

$$K_{ijmn} = -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{im}(\xi) \xi_j \xi_n + \bar{G}_{jm}(\xi) \xi_i \xi_n}{z^2(\xi)} d^3 \xi. \quad (3.161)$$

Скористуємось виразом (3.135) для компонент тензора Фур'є-зображення  $\bar{G}_{im}(\xi)$  і врахуємо, що інтеграл від непарних функцій із симетричними межами інтегрування дорівнює нулю, із (3.161) знаходимо відмінні від нуля компоненти тензора  $K_{ijmn}$

$$\begin{aligned} K_{1111} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{11}(\xi) \xi_1^2}{z^2(\xi)} d^3 \xi, \\ K_{1122} &= K_{2211} = -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{12}(\xi) \xi_1 \xi_2}{z^2(\xi)} d^3 \xi, \\ K_{1133} &= K_{3311} = -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{13}(\xi) \xi_1 \xi_3}{z^2(\xi)} d^3 \xi, \\ K_{2222} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{22}(\xi) \xi_2^2}{z^2(\xi)} d^3 \xi, \\ K_{3333} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{33}(\xi) \xi_3^2}{z^2(\xi)} d^3 \xi, \\ K_{2233} &= K_{3322} = -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{23}(\xi) \xi_2 \xi_3}{z^2(\xi)} d^3 \xi, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{2323} = K_{3223} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{2\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{22}(\xi)\xi_3^2 + \bar{G}_{23}\xi_2\xi_3}{z^2(\xi)} d^3\xi, \\
K_{2332} = K_{3232} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{2\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{33}(\xi)\xi_2^2 + \bar{G}_{23}\xi_2\xi_3}{z^2(\xi)} d^3\xi, \\
K_{1313} = K_{3113} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{2\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{11}(\xi)\xi_3^2 + \bar{G}_{13}\xi_1\xi_3}{z^2(\xi)} d^3\xi, \\
K_{1331} = K_{3131} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{2\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{33}(\xi)\xi_1^2 + \bar{G}_{13}\xi_1\xi_3}{z^2(\xi)} d^3\xi, \\
K_{1212} = K_{2112} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{2\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{11}(\xi)\xi_2^2 + \bar{G}_{12}\xi_1\xi_2}{z^2(\xi)} d^3\xi, \\
K_{1221} = K_{2121} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{2\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{22}(\xi)\xi_1^2 + \bar{G}_{12}\xi_1\xi_2}{z^2(\xi)} d^3\xi.
\end{aligned} \tag{3.162}$$

Для зручності введемо матричні позначення згідно з правилом

$$\begin{aligned}
K_{11} &= K_{1111}, \quad K_{22} = K_{2222}, \quad K_{33} = K_{3333}, \\
K_{12} &= K_{21} = K_{1122}, \quad K_{13} = K_{31} = K_{1133}, \\
K_{23} &= K_{32} = K_{2233}, \quad K_{44} = \frac{1}{2}(K_{2323} + K_{2332}), \\
K_{55} &= \frac{1}{2}(K_{1313} + K_{1331}), \quad K_{66} = \frac{1}{2}(K_{1212} + K_{1221}).
\end{aligned} \tag{3.163}$$

Можна довести, що число незалежних матричних компонент у дійсності менше, оскільки виконуються рівності

$$K_{11} = K_{22}, \quad K_{13} = K_{23}, \quad K_{44} = K_{55}. \tag{3.164}$$

Пояснимо, що це дійсно так. Із виразів (3.162), (3.163) випливає, що

$$\begin{aligned}
\bar{G}_{11}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= \bar{G}_{12}(\xi_1, \xi_2, \xi_3), \\
z(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= z(\xi_2, \xi_1, \xi_3).
\end{aligned} \tag{3.165}$$

Тоді для матричних компонент  $K_{11}, K_{22}$  з урахуванням (3.163)–(3.164) послідовно одержимо

$$\begin{aligned}
K_{11} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{11}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \xi_1^2}{z^2(\xi)} d^3 \xi = \\
&= -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{22}(\xi_2, \xi_1, \xi_3) \xi_1^2}{z^2(\xi)} d^3 \xi = \\
&= -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{22}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \xi_2^2}{z^2(\xi)} d^3 \xi = K_{22}.
\end{aligned}$$

Отже, тензор  $K_{ijmn}$  має поперечно-ізотропну симетрію і його матриця має не більше шести відмінних від нуля компонент

$$\begin{aligned}
K_{11} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{11}(\xi) \xi_1^2}{z^2(\xi)} d^3 \xi, \\
K_{12} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{12}(\xi) \xi_1 \xi_2}{z^2(\xi)} d^3 \xi, \\
K_{13} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{13}(\xi) \xi_1 \xi_3}{z^2(\xi)} d^3 \xi, \\
K_{33} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{23}(\xi) \xi_3^2}{z^2(\xi)} d^3 \xi, \\
K_{44} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{4\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{22}(\xi) \xi_3^2 + 2\bar{G}_{23} \xi_2 \xi_3 + \bar{G}_{33}(\xi) \xi_2^2}{z^2(\xi)} d^3 \xi, \\
K_{66} &= -\frac{n_1^2 n_3^2}{2\pi^2} \int_{\nu} \frac{\bar{G}_{11}(\xi) \xi_2^2 + 2\bar{G}_{13} \xi_1 \xi_2 + \bar{G}_{22}(\xi) \xi_1^2}{z^2(\xi)} d^3 \xi.
\end{aligned} \tag{3.166}$$

Для обчислення інтегралів перейдемо до узагальненої сферичної системи координат  $(\rho, \theta, \varphi)$

$$\xi_1 = \rho \sin \theta \cos \varphi, \xi_2 = \rho \sin \theta \sin \varphi, \xi_3 = \frac{1}{k} \rho \cos \theta, \tag{3.167}$$

$$d^3 \xi = \frac{\rho^2}{k} \sin \theta \rho d\theta d\varphi \quad (0 \leq \rho \leq \infty; 0 \leq \theta < \pi; 0 \leq \varphi < 2\pi),$$

де параметр  $k$  визначається із співвідношення

$$k = \frac{n_1}{n_2}. \tag{3.168}$$

Здійсимо в інтегралах (3.166) перехід до нової системи координат (3.167), тоді після відповідних перетворень одержимо

$$\begin{aligned}
 K_{11} &= -\frac{n_1 k}{\pi^2 C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} C_{66}^{(c)}} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \sin^3 \theta \cos^2 \varphi \Psi_{12}(\theta, \varphi) d\rho d\theta d\varphi}{\Delta_1(\theta) \Delta_2(\theta) z^2(\rho, \theta)}, \\
 K_{12} &= \frac{n_1 k}{\pi^2 C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} C_{66}^{(c)}} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \sin^5 \theta \Psi_{12}(\theta) \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi d\rho d\theta d\varphi}{\Delta_1(\theta) \Delta_2(\theta) z^2(\rho, \theta)}, \\
 K_{13} &= \frac{(C_{13}^{(c)} + C_{44}^{(c)}) n_1 k}{\pi^2 C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)}} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \sin^3 \theta \cos^2 \theta \cos^2 \varphi d\rho d\theta d\varphi}{\Delta_1(\theta) \Delta_2(\theta) z^2(\rho, \theta)}, \\
 K_{33} &= -\frac{n_1 k}{\pi^2 C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)}} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \sin \theta \cos^2 \varphi \Psi_{33}(\theta) d\rho d\theta d\varphi}{\Delta_1(\theta) z^2(\rho, \theta)}, \\
 K_{44} &= -\frac{n_1 k}{4\pi^2 C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} C_{66}^{(c)}} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \sin \theta \Psi_{44}(\theta, \varphi) d\rho d\theta d\varphi}{\Delta_1(\theta) \Delta_2(\theta) z^2(\rho, \theta)}, \\
 K_{66} &= -\frac{n_1 k}{\pi^2 C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} C_{66}^{(c)}} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 \sin^3 \theta \Psi_{66}(\theta, \varphi) d\rho d\theta d\varphi}{\Delta_1(\theta) \Delta_2(\theta) z^2(\rho, \theta)},
 \end{aligned} \tag{3.169}$$

де

$$\begin{aligned}
 \Psi_{11}(\theta, \varphi) &= C_{44}^{(c)} \sin^4 \theta (C_{66}^{(c)} \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) \cos^2 \varphi + \\
 &+ \sin^2 \theta \cos^2 \theta \left[ (C_{33}^{(c)} C_{66}^{(c)} + C_{44}^{(c)2}) \cos \varphi + 2\rho C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} \sin^2 \varphi \right] \cdot \\
 &\cdot \cos^2 \varphi + C_{33}^{(c)} C_{44}^{(c)} \cos^4 \theta \cos^2 \varphi; \\
 \Psi_{12}(\theta) &= C_{44}^{(c)} (C_{11}^{(c)} - C_{66}^{(c)}) \sin^2 \theta + (2\rho C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} - \\
 &- C_{33}^{(c)} C_{66}^{(c)} - C_{44}^{(c)2}) \cos^2 \theta; \\
 \Psi_{33}(\theta) &= C_{11}^{(c)} \sin^2 \theta + C_{44}^{(c)} \cos^2 \theta; \\
 \Psi_{44}(\theta, \varphi) &= C_{11}^{(c)} C_{66}^{(c)} \sin^6 \theta \sin^2 \theta + \sin^4 \theta \cos^2 \theta C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} * \\
 &* \cos^2 \varphi + (C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} - 2C_{13}^{(c)} C_{66}^{(c)}) \sin^2 \varphi + \sin^2 \theta \cos^4 \theta * \\
 &* \left[ 2\rho C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} \cos^2 \varphi + (C_{33}^{(c)} C_{66}^{(c)} - 2C_{13}^{(c)} C_{44}^{(c)}) \sin^2 \varphi \right] + \\
 &+ C_{33}^{(c)} C_{44}^{(c)} \cos^6 \theta;
 \end{aligned}$$

$$\Psi_{66}(\theta, \varphi) = C_{44}^{(c)} \sin^4 \theta \left[ C_{11}^{(c)} (\cos^4 \varphi + \sin^4 \varphi) - 2(C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} - 2C_{66}^{(c)}) \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi \right] + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \left[ 2p C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} (\cos^4 \varphi + \sin^4 \varphi + 2(C_{33}^{(c)} C_{66}^{(c)} + 2(C_{33}^{(c)} C_{66}^{(c)} + C_{44}^{(c)2} - p C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)}) * \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi) \right] + C_{33}^{(c)} C_{44}^{(c)} \cos^4 \theta; \quad (3.170)$$

$$\Delta_1(\theta) = \sin^4 \theta + 2\rho \cos^2 \theta + q \cos^4 \theta;$$

$$\Delta_2(\theta) = \sin^2 \theta + \mu \cos^2 \theta.$$

Беручи до уваги, що

$$\int_0^\infty \frac{\rho^2 d\rho}{\{n_1^2 + \rho^2 [1 + (k^2 - 1) \cos^2 \theta]\}^2} = \frac{\pi}{4n_1 [1 + (k^2 - 1) \cos^2 \theta]^{3/2}}, \quad (3.171)$$

і вводячи заміну  $\cos \theta = t$ , після інтегрування за змінними  $\rho$  і  $\varphi$  у (3.171) одержимо

$$\begin{aligned} K_{11} &= C_{44}^{(c)} (C_{11}^{(c)} + 3C_{66}^{(c)}) A_1 + \\ &+ (2\rho C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} + 3C_{33}^{(c)} C_{66}^{(c)} + 3C_{44}^{(c)2}) A_2 + C_{33}^{(c)} C_{44}^{(c)} A_3, \\ K_{12} &= -[C_{44}^{(c)} (C_{11}^{(c)} - C_{66}^{(c)}) A_1 + (2\rho C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} - C_{33}^{(c)} C_{66}^{(c)} - C_{44}^{(c)2}) A_2], \\ K_{13} &= -4(C_{13}^{(c)} + C_{44}^{(c)}) B_2, \\ K_{33} &= 8(C_{11}^{(c)} B_2 + C_{44}^{(c)} B_3), \\ K_{44} &= C_{11}^{(c)} C_{66}^{(c)} A_1 + 2(C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} - C_{13}^{(c)} C_{66}^{(c)}) A_2 + \\ &+ (2\rho C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} + C_{33}^{(c)} C_{66}^{(c)} - C_{13}^{(c)} C_{44}^{(c)}) A_3 + 2C_{33}^{(c)} C_{44}^{(c)} A_4, \\ K_{66} &= C_{44}^{(c)} (C_{11}^{(c)} + C_{66}^{(c)}) A_1 + (2\rho C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} + C_{33}^{(c)} C_{66}^{(c)} + C_{44}^{(c)2}) A_2 + 2C_{33}^{(c)} C_{44}^{(c)} A_3, \end{aligned} \quad (3.172)$$

де

$$\begin{aligned} A_n &= -\frac{k}{8C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)} C_{66}^{(c)}} \int_0^1 \frac{x^{2(n-1)} (1-x^2)^{4-n}}{\Delta_1(x) z^{3/2}(x)} dx, \quad (n=1, \dots, 4); \\ B_n &= \frac{k}{8C_{11}^{(c)} C_{44}^{(c)}} \int_0^1 \frac{x^{2(n-1)} (1-x^2)^{3-n}}{\Delta_1(x) z^{3/2}(x)} dx, \quad (n=2, 3); \end{aligned} \quad (3.173)$$

$$\Delta_1(x) = (1-x^2)^2 + 2px^2(1-x^2) + qx^4;$$

$$\Delta_2(x) = 1 + (\mu-1)x^2, \quad z(x) = 1 + (k^2-1)x^2.$$

Звернемо увагу на те, що з виразу (3.172) випливає ще одна залежність між матричними компонентами тензора  $K_{ijmn}$

$$K_{66} = \frac{1}{2}(K_{11} - K_{22}). \quad (3.174)$$

Отже, тензор  $K_{ijmn}$  має поперечно-ізотропну симетрію, а його матриця – лише п'ять незалежних компонент, які зручно позначити так:

$$K_1 = K_{13}, K_2 = K_{66}, K_3 = K_{11} + K_{12}, K_4 = K_{33}, K_5 = K_{66}. \quad (3.175)$$

Із виразів (3.172)–(3.175) після перетворень одержимо

$$\begin{aligned} K_1 &= -4C_{44}^{(c)}(C_{13}^{(c)} + C_{44}^{(c)})(E_2 - E_3), \\ K_2 &= C_{44}^{(c)}E_1 + (C_{33}^{(c)} - 2C_{44}^{(c)})E_2 - (C_{33}^{(c)} - C_{44}^{(c)})E_3 + F_1 - F_2, \\ K_3 &= 4[C_{44}^{(c)}E_1 + (C_{33}^{(c)} - 2C_{44}^{(c)})E_2 - (C_{33}^{(c)} - C_{44}^{(c)})E_3], \\ K_4 &= 8[C_{11}^{(c)}E_2 - (C_{11}^{(c)} - C_{44}^{(c)})E_3], \\ K_5 &= C_{11}^{(c)}E_1 - 2(C_{11}^{(c)} + C_{13}^{(c)})E_2 + (C_{11}^{(c)} + 2C_{13}^{(c)} + C_{33}^{(c)}) \cdot E_3 + F_2, \end{aligned} \quad (3.176)$$

де

$$\begin{aligned} E_n &= -\frac{k}{8C_{11}^{(c)}C_{44}^{(c)}} \int_0^1 \frac{x^{2(n-1)}}{\Delta_1(x)z^{3/2}(x)} dx, \quad (n = 1, 2, 3); \\ F_n &= \frac{k}{8C_{66}^{(c)}} \int_0^1 \frac{x^{2(n-1)}(1-x^2)^{3-n}}{\Delta_2(x)z^{3/2}(x)} dx, \quad (n = 1, 2), \end{aligned} \quad (3.177)$$

а  $\Delta_1(x), \Delta_2(x), z(x)$  визначаються із співвідношення (3.173).

Для знаходження матричних компонент тензора  $K_{ijmn}$  необхідно обчислити інтеграли (3.177). Зокрема, для обчислення інтеграла  $E_n$  спочатку вираз  $\Delta_2(x)$  розвинемо на множники

$$\Delta_2(x) = (x^2 + \alpha)(x^2 + \beta)^2, \quad (3.178)$$

де

$$\alpha = \frac{1}{\rho - 1 - \sqrt{Q}}; \quad \beta = \frac{1}{\rho - 1 + \sqrt{Q}}; \quad Q = \rho^2 - q. \quad (3.179)$$

Тоді інтеграл  $E_n$  можна звести до табличного і після інтегрування одержати

$$\begin{aligned}
 E_1 &= -\frac{k}{8C_{11}^{(c)}C_{44}^{(c)}} * \\
 &* \left\{ \frac{(k^2-1)^2}{k^4-2pk^2+q} + [1+2p(p-1)-q]I_1 + 2(p-1)I_2 \right\}; \\
 E_2 &= -\frac{k}{8C_{11}^{(c)}C_{44}^{(c)}} \left[ -\frac{k^2-1}{k^4-2pk^2-q} - (p-1)I_1 - I_2 \right]; \\
 E_3 &= -\frac{k}{8C_{11}^{(c)}C_{44}^{(c)}} \left( -\frac{1}{k^4-2pk^2+q} + I_1 \right).
 \end{aligned} \tag{3.180}$$

Величини  $I_1$  і  $I_2$ , що входять до виразів (3.180), мають різний вигляд залежно від знака  $Q$  у виразі (3.179).

Якщо  $Q > 0$ , то

$$I_1 = \frac{D_1 - D_2}{2k^2\sqrt{Q}}, \quad I_2 = \frac{D_1 + D_2}{2k^2}, \tag{3.181}$$

де

$$D_1 = \begin{cases} z_1^{-3/2} \operatorname{arctg} \sqrt{z_1}, & z_1 > 0; \\ -2[-z_1]^{-3/2} \ln \frac{1 + \sqrt{-z_1}}{|1 - \sqrt{-z_1}|}, & z_1 < 0; \end{cases} \tag{3.182}$$

$$D_2 = \begin{cases} z_2^{-3/2} \operatorname{arctg} \sqrt{z_2}, & z_2 > 0; \\ -2[-z_2]^{-3/2} \ln \frac{1 + \sqrt{-z_2}}{|1 - \sqrt{-z_2}|}, & z_2 < 0; \end{cases} \tag{3.183}$$

$$z_1 = \frac{p-k^2 + \sqrt{Q}}{k^2}, \quad z_2 = \frac{p-k^2 - \sqrt{Q}}{k^2}. \tag{3.184}$$

Якщо  $Q < 0$ , то

$$I_1 = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{1}{k^2 \sqrt{-Q} z_3^3} * \left[ \sqrt{z_3 - a} (z_3 + 2a) \operatorname{arctg} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{2} \sqrt{z_3 + a} (z_3 - 2a) \ln \beta \right], \quad (3.185)$$

$$I_2 = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{1}{k^2 z_3^2} * \left[ \sqrt{z_3 + a} (z_3 - 2a) \operatorname{arctg} \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{2} \sqrt{z_3 - a} (z_3 + 2a) \ln \beta \right], \quad (3.186)$$

$$z_3 = \left[ (p - k^2)^2 - Q \right]^{1/2} k^{-2}, \quad a = (p - k^2) k^{-2},$$

$$\alpha = \sqrt{2} (z_3 + a)^{1/2} (1 - z_3)^{-1}, \quad (3.187)$$

$$\beta = \left[ 1 + \sqrt{2} (z_3 - a)^{1/2} + z_3 \right] \cdot \left[ 1 - \sqrt{2} (z_3 - a)^{1/2} + z_3 \right]^{-1},$$

де

$$\operatorname{arctg} \frac{1}{\alpha} = \begin{cases} \operatorname{arctg} \alpha, & \alpha > 0; \\ \pi + \operatorname{arctg} \alpha, & \alpha < 0. \end{cases} \quad (3.188)$$

Якщо  $Q = 0$ , то

$$I_1 = \frac{k^2 - 3pD}{2pz_4^2}, \quad I_2 = \frac{D}{z_4}, \quad (3.189)$$

де

$$D = \begin{cases} kz_4^{-1/2} \operatorname{arctg}(z_4^{1/2} k^{-1}), & z_4 > 0; \\ k[-z_4]^{1/2} \ln \frac{k + [-z_4]^{1/2}}{|p|^{1/2}}, & z_4 < 0; \end{cases} \quad (3.190)$$

$$z_4 = p - k^2.$$

Виконавши інтегрування виразу для  $F_n$ , одержимо

$$F_1 = -\frac{1}{8C_{66}^c} \frac{1 - k^2 + (\mu - 1)E}{z_5}; \quad (3.191)$$

$$F_2 = -\frac{1}{8C_{66}^c} \frac{1 - E}{z_5}, \quad (3.192)$$

де

$$E = \begin{cases} kz_5^{-1/2} \arctg(z_5^{1/2} k^{-1}), & z_5 > 0; \\ k[-z_5]^{-1/2} \ln \frac{1 + [-z_5]^{1/2}}{\mu^{1/2}}, & z_5 < 0; \end{cases} \quad (3.193)$$

$$z_5 = \mu - k^2.$$

Компоненти тензора  $C_{ijmn}^c$  вибираємо згідно з умовами:

- якщо  $C_{ijmn}^{(1)} \leq C_{ijmn}^{(2)}$ , то

$$\begin{aligned} C_{11}^{(c)} &= \langle C_{11} \rangle, C_{12}^{(c)} = \langle C_{12} \rangle, C_{13}^{(c)} = \langle C_{13} \rangle, \\ C_{33}^{(c)} &= \langle C_{33} \rangle, C_{44}^{(c)} = \langle C_{44} \rangle; \end{aligned} \quad (3.194)$$

- якщо  $C_{ijmn}^{(1)} > C_{ijmn}^{(2)}$ , то

$$\begin{aligned} C_{13}^{(c)c} &= \frac{s_1}{\Delta_s}, C_{11}^{(c)} + C_{12}^{(c)} = \frac{s_3}{\Delta_s}, C_{33}^{(c)} = \frac{s_4}{\Delta_s}, \\ C_{44}^{(c)} &= \langle C_{44}^{-1} \rangle^{-1}; C_{66}^{(c)} = \langle C_{66}^{-1} \rangle^{-1}, \\ \Delta_3 &= s_3 s_4 - 2s_1^2, \\ s_1 &= \left\langle \frac{C_{13}}{(C_{11} + C_{12})C_{33} - 2C_{13}^2} \right\rangle, \\ s_3 &= \left\langle \frac{C_{11} + C_{12}}{(C_{11} + C_{12})C_{33} - 2C_{13}^2} \right\rangle, \\ s_4 &= \left\langle \frac{C_{33}}{(C_{11} + C_{12})C_{33} - 2C_{13}^2} \right\rangle. \end{aligned} \quad (3.195)$$

Якщо застосувати формули для тензорів ефективних пружних постійних (3.119), а також вирази (3.176)–(3.195), то одержимо їхні значення для геологічного середовища з орієнтованими вздовж осі  $x_3$  сфероїдальними включеннями, які мають поперечно-ізотропну пружну симетрію,

$$\begin{aligned}
C_{13}^* &= \langle C_{13} \rangle + \frac{c_1 c_2}{\Delta} \cdot \\
&\cdot \{ [2C_{13}^{[3]2} + (C_{11}^{[3]} + C_{12}^{[3]})C_{33}^{[3]}] (k_1 - zC'_{13}) + \\
&+ C_{13}^{[3]} (C_{11}^{[3]} + C_{12}^{[3]}) (k_3 - zC'_{13}) + \\
&+ C_{13}^{[3]} C_{33}^{[3]} [k_4 + z(C'_{11} + C'_{12})] \}; \\
C_{11}^* + C_{12}^c &= \langle C_{11} \rangle + \langle C_{12} \rangle + \frac{c_1 c_2}{\Delta} * \\
&* \{ 4C_{13}^{[3]} (C_{11}^{[3]} + C_{12}^{[3]}) (k_1 - zC'_{13}) + \\
&+ (C_{11}^{[3]} + C_{12}^{[3]})^2 (k_3 + zC'_{33}) + \\
&+ 2C_{13}^{[3]2} [k_4 + z(C'_{11} + C'_{12})] \}; \\
C_{33}^{(c)} &= \langle C_{33} \rangle + \frac{c_1 c_2}{\Delta} \{ 4C_{13}^{[3]} C_{33}^{[3]} (k_1 - zC'_{13}) + \\
&+ 2C_{13}^{[3]2} (k_3 + zC'_{33}) + C_{33}^{[3]2} [k_4 + z(C'_{11} + C'_{12})] \}; \\
C_{44}^{(c)} &= \langle C_{44} \rangle + \frac{4c_1 c_2 C_{44}^{[3]} k_5}{1 - 4C'_{44} k_5}; \\
C_{66}^* &= \frac{1}{2} (C_{11}^* - C_{12}^c) = \frac{1}{2} (\langle C_{11} \rangle - \langle C_{12} \rangle) + \frac{c_1 c_2 (C_{11}^{[3]} - C_{12}^{[3]})^2 k_2}{1 - 2(C'_{11} - C'_{12}) k_2};
\end{aligned} \tag{3.196}$$

де

$$\begin{aligned}
\Delta &= 1 - 4k_1 C'_{13} - k_3 (C'_{11} + C'_{12}) - k_4 C'_{33} + \\
&+ z [2C_{13}^{\prime 2} - (C'_{11} + C'_{12}) C'_{33}];
\end{aligned} \tag{3.197}$$

$$C'_{ijmn} = c_1 C_{ijmn}^{[2]} + c_2 C_{ijmn}^{[1]} - C_{ijmn}^{(c)}; \tag{3.198}$$

$$C_{ijmn}^{[3]} = C_{ijmn}^{[1]} - C_{ijmn}^{[2]}. \tag{3.199}$$

Отже, геологічне середовище матричної структури з матрицею поперечно-ізотропної симетрії та включеннями сфероїдальної форми, які мають однонаправлену орієнтацію вздовж осі  $x_3$  і поперечно-ізотропну симетрію, характеризуються п'ятьма ефективними пружними постійними, тобто вони також задовольняють поперечно-ізотропно-пружну симетрію.

### 3.4. Статичні ефективні пружні постійні тріщинно-порового геологічного середовища

Реальне геологічне середовище пронизано пустотами різної форми і розмірів. Ефективні пружні постійні значною мірою залежать не лише від концентрації, але й від форми пустот. Розглянемо геологічне середовище, яке вміщує різні за формою пори і мікротріщини. Але ці пустоти задовольняють умови матричної моделі, тобто вони не перетинаються одна з одною і не дотикаються одна до одної. По суті при малих концентраціях ми маємо справу із закритими пустотами. Форма мікротріщин і пустот може змінюватися в довільних межах, але для спрощення задачі будемо розглядати тільки пустоти сфероїдальної форми. Зміною співвідношень півосей сфероїда можна отримати лінзоподібні пустоти з форматом  $\alpha \left( \alpha = \frac{c}{a} \right)$  від  $10^{-6}$  до 1 або голкоподібні з форматом від 1 до  $10^6$ . На концентрацію мікротріщин і пор не накладається жодних умов. Мінеральний скелет (матриця) геологічного середовища є ізотропним, а мікротріщини і пори орієнтовані у просторі довільним чином.

Розглянемо задачу визначення ефективних пружних постійних тріщинно-порового геологічного середовища, яке містить хаотично орієнтовані мікротріщини і пори сфероїдальної форми. Вважатимемо, що в будь-якій мікроточці такого середовища виконується закон Гука

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (3.200)$$

де  $C_{ijkl}$  – ізотропний тензор модулів пружності в мікроточці, який визначається співвідношенням

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (3.201)$$

$\lambda, \mu$  – параметри Ляме в мікроточці.

Оскільки середовище пронизане спектром мікротріщин і пустот різного формату, то здійснимо операцію статистичного усереднення співвідношення пружності (3.200), тоді одержимо

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = C_{ijkl}^{(1)} \sum_{n=1}^N \sum_{q=1}^Q \xi^{(nq)} \langle \varepsilon_{kl}^{1(nq)} \rangle + C_{ijkl}^{(2)} c_2 \langle \varepsilon_{kl}^2 \rangle, \quad (3.202)$$

де  $C_{ijkl}^{(1)}$  – тензор пружних постійних включень;  $C_{ijkl}^{(2)}$  – тензор пружних постійних матриці;  $\xi^{(nq)}$  – концентрація включень, які орієнтовані в  $n$ -напрямку і мають формат  $\alpha_q$ ;  $c_2$  – концентрація матриці;  $\langle \varepsilon_{kl}^{1(nq)} \rangle, \langle \varepsilon_{kl}^2 \rangle$  – умовні математичні очікування тензора деформацій включень і матриці.

Рівняння рівноваги стохастичного тріщинно-порового геологічного середовища в інтегральній формі має вигляд

$$\varepsilon_{kl}^{1(nq)} = \langle \varepsilon_{ij} \rangle + K_{ijkl} (x_i^{(1)} - x_i^{(2)}) * [C_{klpq}^{(2)} - \langle C_{klpq} \rangle], \quad (3.203)$$

де  $K_{ijkl}$  – інтегральний оператор, ядро якого виражається через похідні від функції Гріна рівнянь рівноваги з тензором коефіцієнтів головної частини  $\langle C_{klpq} \rangle$ .

Для зручності при подальших викладках доцільно перейти до символічного запису рівнянь

$$\varepsilon_{kl}^{1(nq)} = \langle \varepsilon \rangle + K * C', \quad (3.204)$$

де  $C' = C^{(2)} - \langle C \rangle$ .

Виконаємо усереднення виразу (3.204) з урахуванням умови, що мікроточка належить до об'єму, зайнятому включенням типу  $(n, q)$ , тобто у включенні, яке орієнтоване в  $n$ -напрямку і має формат  $\alpha_q$ . У результаті отримаємо

$$\langle \varepsilon^{1nq} \rangle = \langle \varepsilon \rangle + K \cdot \left[ C'_1 \sum_{i=1}^N \langle \varepsilon_1^{iq, nq} \rangle P_{ni} + C'_2 \langle \varepsilon_{2, nq} \rangle P_{n2} \right], \quad (3.205)$$

де  $C'_r = C_r - \langle C \rangle, (r=1, 2); P_{ni}, P_{n2}$  – умовні ймовірності переходу із включення типу  $(n, q)$  до включення типу  $(i, q)$  та в матрицю;  $\langle \varepsilon_1^{iq, nq} \rangle, \langle \varepsilon_{2, nq} \rangle$  – умовні математичні сподівання у включеннях, орієнтованих у  $n$ -напрямку, які мають формат  $\alpha_q$  у матриці.

Якщо припустити, що функції  $P_{ni}$  уздовж довільного напрямку розглядаються як умовні щільності переходу деякого марковського процесу, то, скориставшись властивостями незалежності марковського процесу від попереднього стану, після нескладних перетворень одержимо

$$(I - M_q C'_1) \langle \varepsilon_1^{nq} \rangle = (I - M_q C'_1) \langle \varepsilon \rangle + c_2 M_q C^{(3)} \langle \varepsilon_2 \rangle, \quad (3.206)$$

де  $M_q = (1 - \xi_{nq})^{-1} K * P_{nn}$ ;  $C^{(3)} = C^{(1)} - C^{(2)}$ .

Далі за допомогою алгебраїчного перетворення зведемо рівняння (3.206) до простого виразу

$$\langle \varepsilon_1^{nq} \rangle = \langle \varepsilon \rangle + h_q M_q C^{(3)} \langle \varepsilon_2 \rangle, \quad (3.207)$$

де  $h_q = (I - M_q C'_1)^{-1} M_q$ ,

в якому середні деформації у включеннях типу  $(n, q)$  виражаються через середні деформації матриці. Тобто задача зведена до стандартного вигляду. Для обчислення тензора  $M$  введемо нову систему координат  $y$ , вісь  $y_3$  якої збігається з  $n$ -напрямком орієнтації включень. Тоді одержимо складові поперечно-ізотропного тензора  $M_q$

$$\begin{aligned} k_M &= -[4\mu_L(\lambda_L + 2\mu_L)]^{-1} [\mu_L j_{2q} + (\lambda_L + \mu_L) j_{3q}]; \\ l_M &= [2\mu_L(\lambda_L + 2\mu_L)]^{-1} (\lambda_L + \mu_L) j_{3q}; \\ m_M &= -[8\mu_L(\lambda_L + 2\mu_L)]^{-1} * \\ &* [(\lambda_L + 3\mu_L) j_{2q} + (\lambda_L + \mu_L) j_{3q}]; \\ n_M &= -[\mu_L(\lambda_L + 2\mu_L)]^{-1} [\mu_L j_{2q} + (\lambda_L + \mu_L) j_{3q}]; \\ p_M &= -[8\mu_L(\lambda_L + 2\mu_L)]^{-1} * \\ &* [(\lambda_L + 2\mu_L)(1 + j_{2q}) - 4(\lambda_L + \mu_L) j_{3q}], \end{aligned} \quad (3.208)$$

де  $j_{1q} = \frac{1}{z}(1 - J_q)$ ;  $j_{2q} = (1 - j_{1q})$ ;  $j_{3q} = \frac{1}{2z^2} [(1 + \alpha_q^2) J_q - 3\alpha_q^2]$ ;

$$J_q = -\alpha_q |z|^{-1/2} \ln(\alpha_q - |z|^{1/2}), \quad \alpha_q > 1;$$

$$J_q = \alpha_q |z|^{-1/2} \arcsin |z|^{1/2}, \quad \alpha_q < 1;$$

$z = 1 - \alpha_q^2$ ;  $\alpha_q$  – формат  $q$ -ї пори, або мікротріщини;  $\lambda_L, \mu_L$  – постійні Ляме ізотропного тіла порівняння.

Усереднення рівняння (3.207) за ансамблем вірогідних відносних розмірів включень  $n$ -напрямку в результаті дає

$$\langle \varepsilon_{1,n} \rangle = \langle \varepsilon \rangle + h C^{(3)} \langle \varepsilon_2 \rangle, \quad (3.209)$$

де  $h = C_{1n}^{-1} \sum_{q=1}^0 \xi_{nq} h_q$ ,

$$\begin{aligned} k_{nq} &= -\frac{1}{4\Delta} \{(\lambda_1 + 2\mu_1)(\lambda_L + \mu_L) j_{3q} + \mu_L [(\lambda_L + 2\mu_L) j_{2q} + \\ &+ (\lambda'_1 + 2\mu'_1) j_{1q} j_{2q}] \}; \\ l_{nq} &= \frac{1}{2\Delta} [(\lambda_L + \mu_L)(\lambda_1 + 2\mu_L) j_{3q} + \lambda'_1 \mu_L j_{1q} j_{2q}]; \\ m_{nq} &= -\frac{1}{4} \{(\mu'_1 + 2\mu_L)(\lambda_L + 2\mu_L) [(\lambda_L + \mu_L) j_{3q} + \\ &+ (\lambda_L + 3\mu_L) j_{2q}]^{-1}\}^{-1}; \\ n_{nq} &= \frac{1}{\Delta} \{ \mu_L (\lambda'_1 + \mu'_1) j_{1q}^2 - (\lambda_1 + \mu_1 + \mu_L) [\mu_L j_{1q} + \\ &+ (\lambda_L + \mu_L) j_{3q}] \}; \\ p_{nq} &= -\frac{1}{4} \{ \mu'_1 + 2\mu_L (\lambda_L + 2\mu_L) [(\lambda_L + 2\mu_L)(1 + j_{1q}) - \\ &- 4(\lambda_L + \mu_L) j_{3q}]^{-1} \}^{-1}; \\ \Delta &= \mu_L (\lambda_L + 2\mu_L) (\lambda_1 + \mu_1 + \mu'_1 j_{1q}) + \\ &+ 3\mu'_1 [(\lambda_L + \mu_L) (\lambda_1 + 2\mu_L - \frac{2}{3}\mu'_1) j_{3q} + \mu_L k'_1 j_{1q} j_{2q}], \end{aligned} \quad (3.210)$$

де  $\lambda_L = \langle \lambda \rangle$ ,  $\mu_L = \langle \mu \rangle$ .

Перейдемо тепер до початкової системи координат  $x_i$  і проведемо усереднення за всіма вірогідними орієнтаціями включень. Результати запишемо у вигляді

$$\begin{aligned}\langle \varepsilon_1 \rangle &= \langle \varepsilon \rangle + HC^{(3)} \langle \varepsilon_2 \rangle, \\ H &= \langle h \rangle_w,\end{aligned}\quad (3.211)$$

де кутові дужки з індексом  $W$  означають операцію усереднення за орієнтаціями мікротріщин і пор.

Якщо мікротріщини і пори формату  $\alpha_q$  рівномірно розорієнтовані у просторі, то складові ізотропного тензора  $H$  розраховуються за формулами

$$K_H(\alpha_q) = \frac{1}{9}(4k_{hq} + 4l_{hq} + n_{hq}), \quad (3.212)$$

$$\mu_H(\alpha_q) = \frac{1}{15}(k_{hq} + n_{hq} + 6m_{hq} + 6p_{hq} - 2l_{hq}), \quad (3.213)$$

де  $K_H, \mu_H$  – складові ізотропного тензора  $H$  для сфероїдальних включень із форматом  $\alpha_q$  довільної орієнтації.

Тензорне рівняння (3.211) – це система алгебраїчних рівнянь відносно умовних математичних сподівань тензора деформацій. Розв'язки можна записати так:

$$\langle \varepsilon_2 \rangle = (I + c_1 HC^{(3)})^{-1} \langle \varepsilon \rangle. \quad (3.214)$$

Тоді із співвідношення (3.205) одержимо формулу для обчислення тензора ефективних пружних постійних тріщинно-порового геологічного середовища з рівномірно розорієнтованими порами і мікротріщинами різного формату

$$C^* = \langle C \rangle + c_1 c_2 C^{(3)} Q \cdot C^{(3)}, \quad (3.215)$$

де  $Q = (I + c_1 HC^{(3)} Q \cdot C^{(3)})^{-1} H$ .

Зокрема, для обчислення ефективного модуля об'ємного стискування  $K^*$  і зсуву  $\mu^*$  геологічного середовища, яке має дискретний спектр розподілу мікротріщин і пор формату  $\alpha_q$  та відповідні концентрації  $c_1(\alpha_q)$ , маємо формули

$$K^* = K_1 - K_3 \left[ 1 - \sum_{q=1}^Q c_1(\alpha_q) \right] \cdot \left[ 1 + 3K_3 \sum_{q=1}^Q c_1(\alpha_q) K_H(\alpha_q) \right]^{-1}; \quad (3.216)$$

$$\mu^* = \mu_1 - \mu_3 \left[ 1 - \sum_{q=1}^Q c_1(\alpha_q) \right] \cdot \left[ 1 + 4\mu_3 \sum_{q=1}^Q c_1(\alpha_q) \mu_H(\alpha_q) \right]^{-1}, \quad (3.217)$$

де  $K_3 = K_1 - K_2$ ;  $\mu_3 = \mu_1 - \mu_2$ ;  $q = 1, 2, \dots, Q$ ;  $K_1, \mu_1$  – модулі об'ємного стискування і зсуву включень;  $K_2, \mu_2$  – модулі об'ємного стискування і зсуву матриці;  $Q$  – кількість мікротріщин і пор формату  $q$ .

Таким чином, формули (3.216)–(3.217) дають змогу обчислити ефективні модулі пружності геологічного середовища, яке має хаотично орієнтовані пори або мікротріщини сфероїдальної форми. Формули справедливі для будь-якої концентрації включень, формати яких можуть бути різними.

Іноді для оцінки механічного пошкодження геологічного середовища вводиться параметр  $\epsilon$ , який називається параметром щільності тріщин і визначається із співвідношення

$$\epsilon = \frac{2\pi}{N} \left\langle \frac{A^2}{P} \right\rangle, \quad (3.218)$$

де  $N$  – кількість тріщин в одиниці об'єму;  $A = \pi a c$  – площа тріщини, а  $P$  – периметр тріщини, який визначається як  $4aE(\chi)$ . Тут  $E(\chi)$  – еліптичний інтеграл і

$$\chi = 1 - \frac{c^2}{a^2} = 1 - \alpha^2. \quad (3.219)$$

Для сферичних тріщин формула (3.219) має вигляд

$$\epsilon = N \langle a^3 \rangle. \quad (3.220)$$

Безрозмірний параметр зручний при розгляді статичного модуля пружності, оскільки результат стає незалежним від форми. Якщо мікротріщина має сфероїдальну форму з півосями  $a = b \neq c$ , то об'єм її дорівнює

$$V_c = \frac{4}{3} \pi \alpha^3 \frac{c}{a}. \quad (3.221)$$

Якщо в одиниці об'єму  $N$  тріщин, то коефіцієнт тріщинуватості  $K_T$  можна знайти з виразу

$$k_T = \frac{4}{3} N \pi \alpha^3 \frac{c}{a}. \quad (3.222)$$

Для сферичних мікротріщин ( $c = a$ ) маємо

$$k_T = \frac{4}{3} \pi \varepsilon. \quad (3.223)$$

Для дископодібних мікротріщин  $c \rightarrow 0$  можна одержати ефективні пружні постійні для механічно пошкодженого геологічного середовища, тобто середовища, яке має нерозкриті мікротріщини. Якщо дископодібні тріщини рівномірно розорієнтовані у просторі, то ефективні модулі пружності можна розрахувати з таких співвідношень:

$$K^* = K \left[ 1 + \frac{4\xi (1-\nu^2)}{3\pi (1-2\nu)} \right]^{-1}; \quad (3.224)$$

$$\mu^* = \mu \left[ 1 + \frac{8\xi (1-\nu)(5-\nu)}{15\pi (2-\nu)} \right]^{-1}, \quad (3.225)$$

де  $\xi = \frac{16}{9} \bar{N} a^3 = \frac{16}{3} \varepsilon$ .

Для випадку компланарних дископодібних мікротріщин радіуса  $a$ , розташованих у площині  $x_1 x_2$ , ефективні пружні постійні можна розрахувати за формулою

$$\begin{aligned} E_1^* &= E; \\ E_1^* &= E[1 + \xi(1-\nu)]^{-1}; \\ \nu_{12}^* &= \nu; \\ G_{12}^* &= G; \\ G_{12}^* &= G \left[ 1 + \frac{(1-\nu)}{(2-\nu)} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (3.226)$$

де  $E_1^*, E_3^*, \nu_{12}^*, \nu_{13}^*, G_{12}^*, G_{13}^*$  – технічні ефективні пружні модулі механічно пошкодженого середовища;  $E, \nu, G$  – модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона, модуль зсуву матриці. Для обчислення ефективних пружних постійних можна скористатися співвідношеннями

$$\begin{aligned}
C_{11}^* &= \frac{G_{12}^*(E_1^*E_3^* - \Delta)}{\Delta}; \\
C_{33}^* &= \frac{E_3^{*2}(4G_{12}^* - E_1^*)}{\Delta}; \\
C_{13}^* &= \frac{2E_1^*E_3^*v_{13}^*G_{12}^*}{\Delta}; \\
C_{44}^* &= G_{13}^*; C_{66}^* = G_{12}^*; \\
\Delta &= 4(E_3^* - E_1^*v_{13}^*)G_{12}^* - E_1^*E_3^*.
\end{aligned} \tag{3.227}$$

Якщо включення – це розкриті сфероїдальні пори або мікротріщини, то ефективні пружні постійні тріщинно-порового геологічного середовища з поперечно-ізоτροпним пружним скелетом і орієнтованими вздовж осі  $x_3$  мікротріщинами або порами, визначають за такими співвідношеннями:

$$\begin{aligned}
C_{13}^* &= (1 - C_1)C_{13} + \frac{C_1}{\Delta} \{ [2C_{13}^2 + (C_{11} + C_{12})C_{33}]K_1 + \\
&+ C_{13}(C_{11} + C_{12})K_3 + C_{13}C_{33}K_4 + \frac{1 - C_1}{1 - C_1} C_{13}hw \}; \\
C_{11}^* + C_{12}^* &= (1 - C_1)(C_{11} + C_{12}) + \frac{C_1}{\Delta} [4C_{13}(C_{11} + C_{12})K_1 + \\
&+ (C_{11} + C_{12})^2 K_3 + 2C_{13}^2 K_4 + \frac{1 - C_1}{1 - C_1} (C_{11} + C_{120})hw].
\end{aligned} \tag{3.228}$$

### 3.5. Узагальнений метод умовних моментних функцій

Узагальнений метод умовних моментних функцій дозволяє здійснювати розрахунки ефективних термопружних постійних анізотропних багатокомпонентних тріщинуватих гірських порід в умовах високих тисків і температур з довільною ФРО мінералів і мікротріщин і базується на використанні розрахункової схеми Морі–Тонака [52, 59–60].

Розглядатимемо гірську породу як деяке багатокомпонентне стохастичне геологічне середовище, структурними елементами якого є зерна породотвірних мінералів, пустоти і мікротріщини. Нехай зерна мінералів, пустоти і мікротріщини мають форму еліпсоїдів обертання з форматом  $\alpha = \frac{c}{a}$ , де  $c, a$  – відповідно півосі еліпсоїда, паралельні й перпендикулярні осі обертання. Припустимо, що макрооб'єм гірської породи перебуває в умовах однорідного зовнішнього навантаження й однорідного теплового нагрівання, а розподіл мінералів і мікротріщин у твердому скелеті (матриці) має статистично однорідний характер. Тоді поля напруг і деформацій, що виникають у макроскопічному об'ємі зразка гірської породи, будуть випадковими функціями координат і мають задовольняти умову ергодичності, що дозволяє операцію усереднення за мікрооб'ємом замінювати операцією статистичного усереднення за ансамблем реалізації. Розглянемо лінійне наближення, коли в будь-якій точці геологічного середовища виконується термопружне рівняння

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - \beta_{ij} \theta, \quad \beta_{ij} = C_{ijkl} \alpha_{kl}, \quad (3.229)$$

де  $C_{ijkl}$  – тензор пружних постійних;  $\sigma_{ij}, \varepsilon_{kl}$  – тензори напруг і деформацій;  $\beta_{ij}, \alpha_{kl}$  – тензори термонапруг і коефіцієнтів лінійного термічного розширення;  $\theta$  – приріст температури, викликаний зовнішнім нагріванням.

Для макроскопічних напруг  $\langle \sigma_{ij} \rangle$ , деформацій  $\langle \varepsilon_{kl} \rangle$  і приросту температури матиме місце таке термопружне рівняння:

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = C_{ijkl}^* \langle \varepsilon_{kl} \rangle - \beta_{ij}^* \theta, \quad \beta_{ij}^* = C_{ijkl}^* \alpha_{kl}^*, \quad (3.230)$$

де  $C_{ijkl}^*$  – ефективний тензор пружних постійних гірської породи;  $\sigma_{ij}, \varepsilon_{kl}$  – тензори напруг і деформацій;  $\beta_{ij}^*, \alpha_{kl}^*$  – ефективні тензори термонапруг і коефіцієнтів лінійного термічного розширення гірської породи.

Спочатку обмежимося двокомпонентним середовищем і виконаємо операцію статистичного усереднення лінійного термопружного рівняння (3.229)

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \sum_{v=1}^2 c_v (C_{ijkl}^* \langle \varepsilon_{kl} | v \rangle - \beta_{ij}^{(v)} \theta) \quad (3.231)$$

і візьмемо до уваги статистичне співвідношення для середніх деформацій в компонентах

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = \sum_{v=1}^2 c_v \langle \varepsilon_{kl} | v \rangle. \quad (3.232)$$

Тут прийнято такі позначення:  $\langle \varepsilon_{kl} | v \rangle = \langle \varepsilon_{kl}(x) | x \in V_v \rangle$  – одноточкові умовні моменти випадкових полів деформацій компонент, які визначають середні значення полів деформацій в мікрооб'ємах  $V_v$ , що займає  $v$ -компонента ( $v = 1, 2$ );  $C_{ijkl}^{(v)}, \beta_{ij}^{(v)}$  – пружні постійні й термопружні напруги  $v$ -компоненти;  $c_v$  – об'ємна концентрація  $v$ -компоненти. Візьмемо до уваги, що компонента під номером  $v = 1$  відповідає включенням, а під номером  $v = 2$  – твердому скелетові породи (матриці).

Після підстановки (3.232) у (3.231) одержимо

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = c_1 C_{ijkl}^{(3)} \langle \varepsilon_{kl} | 1 \rangle + C_{ijkl}^{(2)} \langle \varepsilon_{kl} \rangle - \langle \beta_{ij} \rangle, \quad (3.233)$$

де  $C_{ijkl}^{(3)} = C_{ijkl}^{(1)} - C_{ijkl}^{(2)}$ ;  $\langle \beta_{ij} \rangle = c_1 \beta_{ij}^{(1)} + c_2 \beta_{ij}^{(2)}$ .

Згідно з прийнятою в роботі [51] методики для визначення ефективних термопружних постійних геологічного середовища необхідно знайти лінійну залежність одноточкового умовного моменту включення  $\langle \varepsilon_{kl} | v \rangle$  від макроскопічних деформацій  $\langle \varepsilon_{kl} \rangle$  і приросту температури  $\theta$ .

Скористаємося підходом, прийнятим у теорії умовних моментних функцій [50–51, 60], згідно з яким після усереднення стохастичного інтегрального рівняння рівноваги за умови, що поточна координата міститься у сфероїдальній мікротріщині об'ємом  $V_{In}$ , орієнтованій в  $n$ -му напрямку, знайдемо залежність між деформаціями у включенні  $\langle \varepsilon_{ij}^{1n} \rangle$  і макродеформаціями  $\langle \varepsilon_{kl} \rangle$  та приростом температури

$$\langle \varepsilon_{ij}^{1n} \rangle = \langle \varepsilon_{ij} \rangle + c_2 Z_{ijpq} C_{pqkl}^{(3)} \langle \varepsilon_{ij}^{(2)} \rangle - c_2 Z_{ijpq} \beta_{pq}^{(3)} \theta, \quad (3.234)$$

$$\text{де} \quad Z_{ijpq} = (I_{ijpq} - M_{ijmn} C_{mnkl}^l)^{-1} M_{klpq}; \quad (3.235)$$

$$C_{mnkl}^l = C_{mnkl} - C_{mnkl}^c; \quad (3.236)$$

$$\beta_{pq}^{(3)} = \beta_{pq}^{(1)} - \beta_{pq}^{(2)}; \quad (3.237)$$

$$M_{ijmn} = (1 - c_1) \Gamma_{ijmn} * f_k^{(2)} \Big|_v^{(1)}; \quad (3.238)$$

$$f_k^{(2)} \Big|_v^{(1)} = c_k + (\delta_{vk} - c_k) \phi(x), \quad (k, v = 1, 2); \quad (3.239)$$

$$\phi(x) = \exp \left[ -\sqrt{n_1^2 (x_1^2 + x_2^2) + n_2^2 x_2^2} \right], \quad (3.240)$$

$n_1 = \beta/a$ ;  $n_2 = \beta/c$ ;  $\beta = 8/\pi^2 c_2$ ;  $a, c$  – розміри півосей сфероїдальних мінералів або мікротріщин уздовж і перпендикулярно осі обертання;  $C_{mnkl}^c$  – тензор пружних постійних тіла порівняння;  $I_{ijpq}$  – одиничний тензор четвертого рангу.

Тут  $\Gamma_{ijmn}$  – інтегральний оператор типу згортки, ядром якого є похідні від тензорної функції Гріна  $G(\bar{x})$ , що задовольняє рівняння

$$C_{ijkl}^c G_{kl,j}(\bar{x}) = -\delta(\bar{x}) \delta_{ci} \quad (3.241)$$

і граничні умови для переміщень

$$u_k(x) \Big|_{x \rightarrow 0} = 0.$$

Для випадку довільної просторової орієнтації мінералів або мікротріщин після усереднення за всіма їхніми ймовірними орієнтаціями маємо

$$\langle \varepsilon_{ij}^{(1)} \rangle = \langle \varepsilon_{ij} \rangle + c_2 \bar{Z}_{ijmn} C_{mnpq}^{(3)} \langle \varepsilon_{pq}^{(2)} \rangle - c_2 \bar{Z}_{ijmn} \beta_{mn}^{(3)} \theta, \quad (3.242)$$

де  $\bar{Z}_{ijmn} = \langle Z_{ijmn} \rangle_{\Omega}$ ,  $Z_{ijmn} = (I_{ijmn} - M_{ijkl}^l C_{klpq}^l)^{-1} M_{pqmn}^l$ .

Тут кутові дужки  $\langle \rangle_{\Omega}$  означають операцію усереднення за всіма ймовірними орієнтаціями мінералів або мікротріщин.

Якщо функція розподілу орієнтацій задана, то усереднення компонент тензора  $Z_{ijmn}$  здійснюється за формулою

$$\bar{Z}_{ijpq} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} a_{im} a_{jn} a_{ps} a_{qt} Z_{mnst} f(\varphi_1, \theta, \varphi_2) d\varphi_1 \sin \theta d\theta d\varphi_2,$$

де  $a_{im}$  – матриця напрямних косинусів між координатними базами включення (мінералу чи мікротріщини) і зразка.

Після підстановки (3.242) в рівняння (3.231) знаходимо загальний вираз для ефективних термопружних модулів двокомпонентного геологічного середовища

$$C_{ijkl}^* = C_{ijkl}^{(1)} - c_2 C_{ijmn}^{(3)} (I_{mnkl} + c_1 \bar{Z}_{mnpq} c_{pqkl}^{(3)})^{-1}. \quad (3.243)$$

Одержані результати можна узагальнити на випадок багатоконпонентного геологічного середовища, скориставшись розрахунковою схемою Морі–Танака [59, 60]. Згідно з цією схемою, якщо відомий точний розв'язок, для спрощення викладок результати можна подати в символічній формі

$$\langle \varepsilon_i \rangle = G_i \langle \varepsilon \rangle_m. \quad (3.244)$$

Тензори  $A_i$  і  $A_m$  визначаються із співвідношень

$$A_i = G_i A_m; \quad A_m = (c_m I + \sum_{i=1}^N c_i G_i)^{-1}, \quad (3.245)$$

де  $i$  – номер включення з термодинамічним потенціалом  $\psi_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ );  $m$  – індекс матриці твердого скелета гірської породи з термодинамічним потенціалом  $\psi_m$  ( $m = N + 1$ ).

Найближчий розв'язок можна побудувати шляхом заміни невідомого тензора  $G_i$  відомим тензором  $T_i$ , який зв'яже середні деформації включень, позначені  $i$ -номером, і середні деформації макроскопічного об'єму, тобто

$$\langle \varepsilon_i \rangle = T_i \langle \varepsilon \rangle. \quad (3.246)$$

Тоді для тензорів  $A_i, A_m$  одержимо такі співвідношення:

$$A_i = T_i A_m; \quad A_m = (c_m I + \sum_{i=1}^N c_i T_i)^{-1}. \quad (3.247)$$

У нашому випадку тензор  $G_i$  визначимо з розв'язку, одержаного методом умовних статистичних моментних функцій, тобто

$$G_i = T_i = I + \bar{Z}_i d_i, \quad (3.248)$$

де  $d_i = C_i - C_m$ ,  $\bar{Z}_i$  – алгебраїчна матриця, одержана в результаті аналізу напружено-деформованого стану в  $i$ -му включенні.

Тоді для визначення тензорів  $A_i$ ,  $A_m$ ,  $\alpha_{A_i}$ ,  $\alpha_{A_m}$  можна записати такі формули:

$$A_i = A_m(I + \bar{Z}_i d_i); \quad A_m = (I + \sum_{i=1}^N c_i \bar{Z}_i d_i)^{-1}; \quad (3.249)$$

$$\alpha_{A_i} = r_\beta A_i - \bar{Z}_i \beta_i; \quad \alpha_{A_m} = r_m A_m; \quad (3.250)$$

$$r_\beta = \sum_{i=1}^N c_i \bar{Z}_i \beta_i; \quad r_m = \sum_{i=1}^N c_i \bar{Z}_i d_i; \quad (3.251)$$

$$\beta_i = \beta_i - \beta_m; \quad d_i = c_i - c_m. \quad (3.252)$$

Загальні вирази для ефективних термопружних постійних багатокомпонентного геологічного середовища мають такий вигляд:

$$C^* = \sum_{r=1}^{N+1} c_r C_r A_r; \quad (3.253)$$

$$\beta^* = \sum_{r=1}^{N+1} c_r C_r \alpha_{A_r}. \quad (3.254)$$

Легко переконатися, що вираз (3.253) збігається з формулою (3.243) для випадку двокомпонентного геологічного середовища.

## 4. ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА АКУСТИЧНОГО МЕТОДУ ТЕКСТУРНОГО АНАЛІЗУ ГІРСЬКИХ ПОРІД

---

Обернена задача акустичного методу текстурного аналізу гірських порід зводиться до визначення функції розподілу орієнтації мінералів і мікротріщин шляхом інверсії азимутальної залежності регулярних складових акустичного і пружного тензорів [3, 29].

Для однозначного розв'язку оберненої задачі насамперед необхідно розрізнити регулярну і флуктуаційну складові експериментальних значень ефективної фазової швидкості; максимально згладити флуктуаційну складову швидкості та визначити стандартну акустичну систему координат.

### 4.1. Розв'язок оберненої задачі методом лінійної системи рівнянь

Наближений розв'язок оберненої задачі акустичного методу текстурного аналізу гірських порід можна здійснити, якщо скористатися азимутальною анізотропією акустичного або пружного тензорів і схемою усереднення Фойгта.

Зокрема, оскільки акустичні й пружні властивості описуються тензорами другого і четвертого рангу, то залежність їхньої азимутальної анізотропії при розвиненні обмежується лише коефіцієнтами розвинення ФРО, які мають значення  $l = 2$  і  $l = 4$  відповідно.

Для інверсії даних азимутальної залежності акустичного тензора необхідно знайти аналітичну залежність між коефіцієнтами розвинення в ряд за сферичними функціями величини  $\langle \mu(\varphi, \theta) \rangle$  гірської породи від коефіцієнтів розвинення ФРО мінералів і мікротріщин  $W_{lmn}$  [29, 61, 62].

Азимутальну залежність  $\mu(\varphi, \theta)$  зерна кристала породотвірного мінералу, кристалографічні осі якого збігаються з орієнтацією базису стандартної акустичної системи координат зразка гірської породи  $X_i$ , можна розвинути в ряд за нормованими на одиничній кулі сферичними функціями

$$\mu(\varphi, \theta) = \sum_{l=0}^2 \sum_{m=-l}^l a_{ln} Y_{ln}(\varphi, \theta), \quad (4.1)$$

де

$$a_{ln} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \mu(\varphi, \theta) Y_{ln}(\varphi, \theta) \sin \theta d\theta d\varphi; \quad (4.2)$$

$$\mu(\varphi, \theta) = \mu_{11} \cos^2 \varphi \sin^2 \theta + \mu_{22} \sin^2 \varphi \sin^2 \theta + \mu_{33} \cos^2 \theta; \quad (4.3)$$

$$a_{00} = \sqrt{\pi} \frac{2}{3} (\mu_{11} + \mu_{22} + \mu_{33}); \quad (4.4)$$

$$a_{20} = \sqrt{\pi} \frac{\sqrt{5}}{15} (2\mu_{33} - \mu_{11} - \mu_{22}); \quad (4.5)$$

$$a_{22} = \sqrt{\pi} \frac{\sqrt{30}}{15} (\mu_{11} - \mu_{22}), \quad (4.6)$$

$\mu_{11}, \mu_{22}, \mu_{33}$  – власні значення акустичного тензора породотвірного мінералу і  $a_{ln}$  – коефіцієнти розвинення азимутальної залежності акустичного тензора породотвірного мінералу в ряд за сферичними функціями;  $\varphi, \theta$  – кути сферичної системи координат. Для мінерального зерна довільної орієнтації відносно осей розвинення азимутальна залежність акустичного тензора в ряд за сферичними функціями матиме аналогічний вигляд, але із заміною аргументу  $(\varphi, \theta)$  на  $(\varphi', \theta')$ . Сферична функція в повернутій сис-

темі координат  $Y_{lm}(\varphi', \theta')$  зв'язана зі сферичною функцією у вихідній системі координат  $Y_{ln}(\varphi, \theta)$  співвідношенням [21, 26]

$$Y_{lm}(\varphi', \theta') = \sum_{n=-l}^l T_{lmn}(g) Y_{ln}(\varphi, \theta). \quad (4.7)$$

Тоді для зерна породотвірного мінералу довільної орієнтації азимутальну залежність акустичного тензора  $\mu(\varphi, \theta, g)$  можна також розкласти в ряд за сферичними функціями

$$\mu(\varphi, \theta, g) = \sum_{l=0}^2 \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-l}^l a_{lmn} T_{lmn}(g) Y_{ln}(\varphi, \theta). \quad (4.8)$$

Якщо відома ФРО мінералів  $P(g)$ , то азимутальну залежність усередненого акустичного тензора можна обчислити із співвідношення

$$\langle \mu(\varphi, \theta) \rangle = \int p(g) \mu(\varphi, \theta, g) dg. \quad (4.9)$$

Інтегруючи (4.9), з урахуванням (4.8) одержимо

$$\langle \mu(\varphi, \theta) \rangle = \sum_{l=0}^2 \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-l}^l b_{lmn} Y_{ln}(\varphi, \theta), \quad (4.10)$$

де 
$$b_{lmn} = a_{ln} \int p(g) T_{lmn}(g) dg. \quad (4.11)$$

Беручи до уваги (4.11), знаходимо залежність між коефіцієнтами  $b_{lmn}$   $W_{lmn}$

$$W_{lmn} = \frac{(2l+1)}{16\pi^2} \frac{b_{lmn}}{a_{ln}}. \quad (4.12)$$

З іншого боку, азимутальну залежність регулярної складової акустичного тензора гірської породи також можна розвинути в ряд за сферичними функціями в стандартній акустичній системі координат

$$\langle \mu(\varphi, \theta) \rangle = \sum_{l=0}^2 \sum_{n=-l}^l a_{lm}^* Y_{ln}(\varphi, \theta), \quad (4.13)$$

де  $a_{lm}^*$  – коефіцієнти розвинення в ряд сферичних функцій азимутальної залежності регулярної складової акустичного тензора гірської породи.

Порівнюючи (4.10) і (4.13), знаходимо залежність між коефіцієнтами  $b_{lm}$   $a_{lm}^*$

$$a_{lm}^* = \sum_{m=-l}^l b_{lm} = 16\pi^2 \sum_{m=-l}^l \frac{1}{(2l+1)} a_{ln} W_{lmn}. \quad (4.14)$$

Проте практичне застосування рівняння (4.14) наштовхується на деякі труднощі, оскільки в його правій частині присутні моменти розвинення ФРО у вигляді лінійної комбінації. Тому, якщо відомі коефіцієнти  $a_{lm}^*$ , знайти коефіцієнти  $W_{lmn}$  дуже важко, за винятком випадків, коли деякі з них вироджуються до нуля, наприклад у випадку поперечно-ізотропної симетрії текстури гірської породи.

Розв'язати незамкнену систему рівнянь (4.14) можна шляхом утворення формальної згортки регулярної складової тензора пружних постійних  $\langle C_{ijkl} \rangle$  за правою парою індексів, тобто ввести деякий формальний тензор другого рангу  $\langle v_{ij} \rangle$ , який не має реального фізичного змісту [3]

$$\langle v_{ij} \rangle = \langle C_{ijkl} \rangle. \quad (4.15)$$

Аналогічним чином азимутальну залежність тензора  $\langle v_{ij} \rangle$  можна розвинути в ряд за сферичними функціями й одержати зв'язок між коефіцієнтами розвинення цієї залежності для гірської породи (мінералу), тобто додаткову систему рівнянь

$$d_{lm}^* = 16\pi^2 \sum_{n=-l}^l d_{ln} W_{lmn} / (2l+1). \quad (4.16)$$

Із розв'язку сумісної системи рівнянь (4.14) і (4.16) знаходимо коефіцієнти розвинення ФРО мінералу гірської породи  $W_{200}, W_{202}, W_{220}, W_{222}$ . Для побудови стереопроєкції полюсної діаграми функції орієнтації кристалографічних осей мінералів можна скористатися формулами [3, 61, 23]

$$q(\varphi, \theta) = \sum_{l=0}^2 \sum_{m=-l}^l \Omega_{lm} P_l^m(\cos \theta) e^{-im\varphi}, \quad (4.17)$$

$$\Omega_{lm} = 2\pi \left( \frac{2}{2l+1} \right)^{1/2} \sum_{n=-l}^l P_l^n(\cos \eta) e^{in\Phi}, \quad (4.18)$$

де  $P_l^m(\cos\theta)$   $P_l^m(\cos\eta)$  – нормалізований приєднаний поліном Лежандра;  $\eta, \varphi$  – полярний і азимутальний кути сферичної системи координат у кристалографічній системі координат.

У цьому методі для визначення ФРО мікротріщин вводиться поняття орієнтаційного домену. Орієнтаційним доменом називають область елементарного об'єму гірської породи, в якій присутня певна кількість однонаправлено орієнтованих мікротріщин. Для спрощення вважатимемо, що мікротріщини мають "дископодібну" форму і їхня нормаль орієнтована в напрямку осі  $x_3$ , перпендикулярно до площини обертання мікротріщини.

Ефективні анізотропні пружні модулі орієнтаційного домену з однонаправленою орієнтацією компланарних дископодібних мікротріщин з параметром щільності мікротріщин  $\xi = \bar{N}a$  ( $\bar{N}$  – кількість мікротріщин в одиниці об'єму,  $a$  – радіус мікротріщини), які задовольняють поперечно-ізотропну симетрію, можна обчислити з таких співвідношень:

$$\begin{aligned} E_1^* &= E; & E_3^* &= E[1 + \xi(1 - \nu)]^{-1}; \\ \nu_{12}^* &= \nu; & \nu_{13}^* &= \nu_{23}^* = \nu[1 + \xi(1 - \nu^2)]^{-1}; \\ G_{12}^* &= G; & G_{13}^* &= G_{23}^* = G \left[ 1 + \xi \frac{(1 - \nu)}{(2 - \nu)} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

де  $E, G, \nu$  – модулі Юнга, зсуву і коефіцієнт Пуассона мінерального скелета домену гірської породи;  $E_1^*, E_3^*, \nu_{12}^*, \nu_{13}^*, G_{12}^*, G_{13}^*$  – анізотропні ефективні модулі Юнга, коефіцієнти Пуассона і модулі зсуву орієнтаційного домену.

Якщо відомі ефективні модулі пружності, то легко знайти й ефективні пружні постійні орієнтаційного домену

$$\begin{aligned} C_{11}^* &= \frac{G_{12}^*(E_1^*E_3^* + \Delta)}{\Delta}; & C_{33}^* &= \frac{E_3^*(4G_{12}^* - E_1^*)}{\Delta}; \\ C_{12}^* &= \frac{G_{12}^*(E_1^*E_3^* - \Delta)}{\Delta}; & G_{13}^* &= \frac{2E_1^*E_3^*\nu_{13}^*G_{12}^*}{\Delta}; \\ C_{44}^* &= G_{13}^*; & C_{66}^* &= (C_{11}^* - C_{12}^*)/2; & \Delta &= 4(E_3^* - E_1^*\nu_{13}^{*2})G_{12}^* - E_1^*E_3^*. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Для визначення ефективних пружних постійних орієнтаційного домену необхідно знайти параметр щільності мікротріщин.

Скористаємося таким припущенням: вважатимемо, що в макроскопічному об'ємі гірської породи присутні лише мікротріщини, орієнтовані довільним чином. Тоді ефективні пружні постійні такої гірської породи задовольнятимуть умову ізотропії, тобто її можна охарактеризувати лише двома модулями пружності  $K^*$  і  $G^*$ .

Вони зв'язані зі щільністю довільно орієнтованих дископодібних мікротріщин співвідношенням

$$K^* = K \left[ 1 + \frac{4 \xi (1 - \nu^2)}{3 \pi (1 - 2\nu)} \right]^{-1}; \quad (4.21)$$

$$G^* = G \left[ 1 + \frac{8 \xi (1 - \nu)(5 - \nu)}{15 \pi (1 - 2\nu)} \right]^{-1},$$

де  $K$  і  $G$  – модулі об'ємного стиснення і зсуву твердого скелета гірської породи.

Для визначення  $K^*$  і  $G^*$  утворимо згортку регулярної складової акустичного тензора  $\langle \mu_{ii} \rangle$

$$\mu_{ii}^* = \mu_{11}^* + \mu_{22}^* + \mu_{33}^* \quad (4.22)$$

і, враховуючи очевидну тотожність

$$\frac{1}{3} \langle \mu_{ii} \rangle = \langle \lambda \rangle + 4 \langle \mu \rangle, \quad (4.23)$$

де

$$\langle \lambda \rangle = K^* - \frac{2}{3} G^*, \quad \langle \mu \rangle = G^*,$$

з рівняння (4.21) знаходимо невідому щільність мікротріщин орієнтаційного домену.

Якщо відома щільність мікротріщин домену, то можна обчислити із формул (4.19) і (4.20) його пружні постійні, які позначимо  $\bar{C}_{11}$ ,  $\bar{C}_{33}$ ,  $\bar{C}_{22}$ ,  $\bar{C}_{44}$ ,  $\bar{C}_{12}$ ,  $\bar{C}_{13}$ . Беручи до уваги поперечно-ізотропну пружну симетрію домену, коефіцієнти розвинення його азимутальної залежності в ряд за сферичними функціями будуть такими:

$$\begin{aligned}
a_{00} &= \sqrt{\pi} \frac{2}{3} (\bar{\mu}_{11} + \bar{\mu}_{22} + \bar{\mu}_{33}); \\
a_{20} &= \sqrt{\pi} \frac{4\sqrt{5}}{15} (\bar{\mu}_{33} - \bar{\mu}_{11}); \\
a_{22} &= 0,
\end{aligned} \tag{4.24}$$

де  $\rho \bar{\mu}_{il} = \bar{C}_{ijil}$ .

Для визначення моментів розвинення ФРО мінералів і мікротріщин можна скористатися розвиненням азимутальної залежності тензора пружних постійних у ряд за сферичними гармоніками  $\gamma_{\sigma}^{lm\emptyset}$  [34, 63–70] (тут  $l$  – порядок сферичної гармоніки, який набуває значення  $l = 0, 2, 4$ ;  $0 \leq m \leq l$ ,  $\emptyset$  – символ, який приймає позначення "с" – косинуса або "s" – синуса;  $\sigma$  – символ, який позначається "S" у випадку симетричної компоненти, або "A" – у випадку антисиметричної компоненти).

У явній формі залежність гармоніки  $\gamma_{\sigma}^{lm\emptyset}$  від регулярної складової тензора пружних постійних гірської породи можна записати в такому вигляді:

$$\begin{aligned}
63\gamma_S^{20C} &= 4\langle C_{11} \rangle - 3\langle C_{33} \rangle - \langle C_{13} \rangle - 2\langle C_{44} \rangle, \\
9\gamma_A^{20C} &= 3\langle C_{12} \rangle - 2\langle C_{13} \rangle - \langle C_{11} \rangle + 2\langle C_{44} \rangle, \\
35\gamma_C^{40C} &= \langle C_{11} \rangle + \langle C_{33} \rangle - 2\langle C_{13} \rangle - 4\langle C_{44} \rangle.
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Залежність гармонік  $\gamma_{\sigma}^{lm\emptyset}$  від коефіцієнтів розвинення мікротріщин у гірській породі  $W_{200}, W_{202}, W_{400}$  і параметрами розвинення азимутальної залежності пружних постійних орієнтаційного домену  $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$  визначаються співвідношеннями

$$\begin{aligned}
\gamma_S^{20C} &= \frac{4\sqrt{10}}{315} \pi^2 a_3 W_{200}; \\
\gamma_A^{20C} &= -\frac{4\sqrt{10}}{45} \pi^2 a_2 W_{200}; \\
\gamma_S^{40C} &= -\frac{4\sqrt{2}}{105} \pi^2 a_1 W_{400},
\end{aligned} \tag{4.26}$$

де

$$\begin{aligned} a_1 &= \bar{C}_{11} + \bar{C}_{33} - 2\bar{C}_{13} - 4\bar{C}_{44}; \\ a_2 &= \bar{C}_{11} - 3\bar{C}_{12} + 2\bar{C}_{13} - 2\bar{C}_{44}; \\ a_3 &= 4\bar{C}_{11} - 3\bar{C}_{33} - \bar{C}_{13} - 2\bar{C}_{44}. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Таким чином, із (4.26) знаходимо  $W_{200}, W_{202}, W_{400}$  і будемо полюсну діаграму орієнтації мікротріщин.

## 4.2. Розв'язок оберненої задачі акустичного методу текстурного аналізу методом інверсії азимутальної залежності швидкостей пружних хвиль

Для застосування акустичного методу до багатокомпонентних тріщинуватих текстур гірських порід і подолання невизначеності у виборі методів усереднення при визначенні наближених величин ефективних пружних постійних текстур гірських порід і для врахування зміни форматів зерен мінералів і мікротріщин для розв'язку оберненої задачі застосовується метод інверсії азимутальної залежності швидкостей пружних хвиль. Його переваги полягають у тому, що ефективні пружні постійні текстур гірських порід обчислюються узагальненим методом умовних моментних функцій із застосуванням розрахункової схеми Морі–Танака. У цьому методі усереднення компоненти тензора  $Z_{ijpq}$  за всіма можливими орієнтаціями здійснюється за допомогою довільної ФРО мінералів і мікротріщин

$$\bar{Z}_{ijpq} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} a_{im} a_{jn} a_{ps} a_{qt} Z_{mnst} f(\varphi_1, \theta, \varphi_2) d\varphi_1 \sin \theta d\theta d\varphi_2, \quad (4.28)$$

де

$$f(\varphi_1, \theta, \varphi_2) = \sum_{l=0}^4 \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-l}^l W_{lmn} P_{lmn}(\varphi_1, \theta, \varphi_2). \quad (4.29)$$

З іншого боку, азимутальну залежність тензора  $Z'_{ijpq}$  можна також розвинути в ряд за узагальненими сферичними функціями  $P_{lmn}(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$

$$Z'(\varphi_1, \theta, \varphi_2) = \sum_{l'=0}^4 \sum_{m'=-l'}^l \sum_{n'=-l'}^l H_{l'm'n'} P_{l'm'n'}(\varphi_1, \theta, \varphi_2), \quad (4.30)$$

де 
$$Z'(\varphi_1, \theta, \varphi_2) = a_{im} a_{jn} a_{ps} a_{qt} Z_{mnst}, \quad (4.31)$$

$$H_{l'm'n'} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} Z'(\varphi_1, \theta, \varphi_2) P_{l'm'n'}(\varphi_1, \theta, \varphi_2) d\varphi_1 \sin \theta d\theta d\varphi_2. \quad (4.32)$$

Тоді після підстановки (4.29) і (4.30) у формулу (4.28) маємо

$$\bar{Z}_{ijpq} = \sum_{l=0}^4 \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-l}^l \sum_{l'=0}^4 \sum_{m'=-l'}^l \sum_{n'=-l'}^l W_{lmn} H_{l'm'n'} \int P_{lmn}(g) P_{l'm'n'}(g) dg. \quad (4.33)$$

Беручи до уваги умову ортогональності узагальнених сферичних функцій [22, 26], знаходимо, що

$$\int P_{lmn}(g) P_{l'm'n'}(g) dg = \frac{2}{2l+1} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{nn'}, \quad (4.34)$$

тобто значення інтеграла (4.34) дорівнюватимуть нулю в усіх випадках, за винятком випадку, коли  $l = l'$ ,  $m = m'$ ,  $n = n'$ .

Тоді формулу (4.33) можна переписати так:

$$\bar{Z} = \sum_{l=0}^4 \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-l}^l \frac{2}{2l+1} W_{lmn} H_{lmn}, \quad (4.35)$$

де величини моментів розвинення  $Z'(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$  знаходять за формулою (4.32).

Ефективні пружні властивості багатокомпонентної тріщинуватої деформаційної текстури гірської породи знаходимо за формулою

$$C_{ijkl}^* = \sum_{r=1}^{N+1} c^{(r)} C_{ijpq}^{(r)} A_{pqkl}^{(r)}, \quad (4.36)$$

де компоненти тензора  $\bar{Z}_{ijpq}^{(r)}$  для  $r$ -го включення (мінералу або включення) обчислюються за формулою (4.35)

$$\bar{Z}^{(r)} = \sum_{l=0}^4 \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-l}^l \frac{2}{2l+1} H_{lmn}^{(r)} W_{lmn}^{(r)}, \quad (4.37)$$

а  $W_{lmn}^{(r)}$  – моменти розвинення ФРО  $r$ -го включення.

### 4.3. Задача інверсії

Задача інверсії сформульована таким чином: знайти розподіл вмісту породотвірних мінералів і мікротріщин та їхніх моментів розвинення ФРО текстури гірської породи за даними інверсії азимутальної залежності швидкостей пружних хвиль повздовжньої й поперечної поляризації. Для її вирішення використовувався нелінійний метод найменших квадратів [59, 60]. Цільова функція  $\Phi(\vec{x})$  має такий вигляд:

$$\Phi(\vec{x}) = \sum_{m=1}^M \left[ V_{p,s}^{(e)}(\varphi, \theta) - V_{p,s}^{(r)}(\varphi, \theta) \right]^2, \quad (4.38)$$

де  $V_{p,s}^{(e)}(\varphi, \theta), V_{p,s}^{(r)}(\varphi, \theta)$  – виміряні та обчислені з ефективних пружних постійних текстури гірської породи за узагальненим методом умовних моментних функцій на  $g$ -му кроці ітерації значення фазових швидкостей пружних хвиль повздовжньої й поперечної поляризації в напрямку хвильової нормалі, які задані сферичними кутами  $(\varphi, \theta)$ ;  $\vec{x}$  – вектор шуканих параметрів розмірності  $N$ , що включає об'ємні концентрації породотвірних мінералів і мікротріщин  $C^{(q)}$  та їхні формати і невідомі моменти розвинення  $W_{lmn}^i$  ФРО породотвірних мінералів і мікротріщин.

Мінімізація цільової функції (4.38) здійснюється з урахуванням обмежень, що накладаються на шукані параметри, виходячи з вимог петрології й фізичного змісту одержуваних результатів. Зокрема, об'ємні концентрації породотвірних мінералів і мікротріщин мають задовольняти умову

$$\sum_{q=1}^Q C_1^{(q)} = 1. \quad (4.39)$$

Фазові швидкості пружних хвиль різної поляризації знаходять чисельно шляхом розв'язку рівняння Гріна–Крістоффеля модифікаційним методом Якобі

$$\begin{aligned} (\tilde{A}_{il} - \rho^* V^* \delta_{il}) U_l &= 0; \\ \tilde{A}_{il} &= C_{ijkl}^* n_j n_k, \end{aligned} \quad (4.40)$$

де  $C_{ijkl}^*$ ,  $\rho^*$  – ефективні пружні постійні та щільність, обчислені із знайденої концентрації мінералів і мікротріщин та їхніх форматів і моментів розвинення  $W_{lmn}^{(r)}$ .

З урахуванням прийнятих обмежень необхідно мінімізувати функціонал

$$R(\bar{x}, \theta) = \sum_{i=1}^M [V(\bar{x}, \theta) - V_i]^2 + \theta \sum_{q=1}^Q (C_1^{(q)} - 1), \quad (4.41)$$

де  $\theta$  – штрафна функція.

Алгоритм ітераційного методу пошуку рішення включає зовнішній і внутрішній цикли.

При цьому збіжність ітераційного процесу лінійна. Для прискорення збіжності використовується квазіньютонівський метод. Тому ітераційний процес пошуку рішення має такий вигляд:

$$x_{k+1} = \Pi [x_k + \lambda_k H_k P_k], \quad (4.42)$$

де  $H_k$  – додатно визначена матриця, що оновлюється в процесі обчислень;  $P_k$  – напрямок спуску, що збігається з напрямком антиградієнта.

Спочатку як нульове наближення  $H_0$  вибирають одиничну матрицю. Отже, перший крок здійснюють у напрямку швидкого спуску. Після обчислення матриці  $H_k$  здійснюють крок довжиною  $\lambda_k = 1$  в напрямку  $a_k = H_k P_k$ . Якщо при цьому  $R(x_k + \lambda_k a_k) < R(x_k)$ , то переходять до наступної ітерації. У противному випадку здійснюють дроблення довжини кроку відповідно до алгоритму кубічної інтерполяції, що завершується тільки у випадку, якщо визначено таку довжину кроку  $\lambda_k$ , що забезпечує виконання умови

$$R(x_k + \lambda_k a_k) < R(x_k). \quad (4.43)$$

Процедуру мінімізації завершують, якщо виконується умова  $\|\nabla R(x_k)\| < \varepsilon$ , чи  $\|\lambda_k d_k\| < \delta$ . Умова  $\|\nabla R(x_k)\| < \varepsilon$  свідчить про досягнення локального мінімуму функції  $R(x_k)$  суворо в сере-

дині області, що визначається умовами задачі. Умова  $\|\lambda_k d_k\| < \delta$  свідчить про те, що точка  $x_k$  розташована поблизу межі області й указує про неможливість здійснення кроку необхідної довжини в напрямку зменшення функції, що не приводило б до порушення обмежень. Якщо визначено точку локального мінімуму  $x^*$  функції  $R(x)$ , то збільшують штрафний множник  $\theta$ . Після цього повторно здійснюється мінімізація функції  $R(x_k)$ , а за початкову точку береться точка  $x^*$ .

Збіжність ітераційного процесу до глобального мінімуму залежить від опуклості функціонала. У нашому випадку нульове наближення вибиралося як найближче до моделі, що задовольняє петрологічні дані.

## 5. МЕТОДИКА ТА АПАРАТУРА АКУСТИЧНОГО МЕТОДУ ТЕКСТУРНОГО АНАЛІЗУ ГІРСЬКИХ ПОРІД

---

---

Більшість текстур гірських порід можна розглядати як деяке неоднорідне геологічне середовище з упорядкованістю різної фізичної природи. Регулярна впорядкованість спричиняє анізотропію швидкостей пружних хвиль, яка може ускладнюватися недосконалістю будови текстури та широкими варіаціями пружних властивостей структурних елементів текстури гірської породи. Для розрізнення ефектів упорядкованості й неоднорідності необхідно брати до уваги жорсткі методичні обмеження при визначенні азимутальних параметрів акустичної й пружної анізотропії та дотримуватися певних обмежень на співвідношення між довжиною пружної хвилі й характерним розміром структурних неоднорідностей текстури гірської породи.

### 5.1. Принцип квазіоднорідності

Упорядкованість текстур гірських порід має широкий спектр характерних розмірів структурних елементів. Щоб при розповсюдженні пружної хвилі цей об'єм можна було вважати квазіоднорідним і безмежним, необхідно і достатньо, щоб він задовольняв умови принципу квазіоднорідності [111, 122–126], а саме:

- макроскопічний об'єм зразка гірської породи має бути набагато більшим найбільшого характерного розміру її структурної неоднорідності, тобто  $\Delta V \gg L^3$ ;

- довжина пружної хвилі має бути набагато більшою, ніж характерний розмір найбільшого характерного розміру структурної неоднорідності гірської породи, тобто  $\lambda \gg L$  ;

- розмір зразка гірської породи ( $l$ ) має бути більшим за довжину хвилі, що розповсюджується в цьому макроскопічному об'ємі, тобто  $l > \lambda$  .

Якщо виконується принцип квазіоднорідності, то гірську породу можна вважати квазіоднорідним акустичним середовищем. Макроскопічні пружні постійні, які визначаються в обмеженому макроскопічному об'ємі зразка, є ефективними пружними постійними  $C^*_{ijkl}$  . Його компоненти можна розвинути на регулярну  $\langle C_{ijkl} \rangle$  і флуктуаційну  $\tilde{C}_{ijkl}$  складові

$$C^*_{ijkl} = \langle C_{ijkl} \rangle + \tilde{C}_{ijkl} . \quad (5.1)$$

Регулярна складова тензора  $\langle C_{ijkl} \rangle$  обумовлена закономірністю просторового розташування структурних елементів текстури гірської породи (кристалографічною орієнтацією осей мінералів, просторовою впорядкованістю зерен мінералів залежно від їхньої форми, кристалізаційною й осадовою шаруватістю, упорядкованістю пор і мікротріщин сухих і насичених флюїдами). Тобто регулярна складова відображає ступінь просторової впорядкованості структурних елементів текстури гірської породи. Вона носить статистичний характер. Флуктуаційна складова ефективного тензора пружних постійних характеризує відхилення від регулярності структурних елементів, упорядкованість яких та їхні пружні властивості обумовлені недосконалістю будови текстури і гетерогенністю пружних властивостей.

Розповсюдження плоских монохроматичних хвиль у гірських породах за умови виконання принципу квазіоднорідності описується узагальненим рівнянням Гріна–Крістоффеля [111, 122]

$$(C^*_{ijkl} n_j n_k - \rho^* v^* \delta_{il}) \langle U_l \rangle = 0 , \quad (5.2)$$

де  $v^* = \langle v \rangle + \tilde{v}$  – ефективна фазова швидкість, яку також можна розвинути на регулярну  $\langle v \rangle$  і флуктуаційну складові;  $\langle U_l \rangle$  – усереднений вектор пружних переміщень.

Рівняння (5.2) відрізняється від класичного рівняння Гріна–Крістоффеля тим, що до цього рівняння входять ефективні пружні постійні й фазові швидкості, які визначаються в обмеженому макроскопічному об'ємі гірської породи, що задовольняє принцип квазіоднорідності. Отримані експериментальні значення фазових швидкостей обтяжені не лише похибками вимірювань, але й флуктуаційною складовою ефективного тензора пружних постійних, обумовленою недосконалістю текстури гірської породи.

Групи симетрії й кількість незалежних компонент регулярної складової  $\langle C_{ijkl} \rangle$  текстури гірської породи не завжди адекватні класичним групам пружної симетрії, що є однією з важливих особливостей квазіоднорідного середовища.

## 5.2. Визначення регулярних складових ефективного акустичного і пружного тензорів

З метою визначення регулярної складової фазової швидкості гірської породи для будь-якого напрямку хвильової нормалі застосовується узагальнене рівняння Гріна–Крістоффеля

$$\left( \langle \Lambda_{il} \rangle - \delta_{il} \langle v \rangle^2 \right) \langle U_l \rangle = 0, \quad (5.3)$$

де  $\langle \Lambda_{il} \rangle = \langle C_{ijkl} \rangle n_j n_k / \rho^*$  – приведений тензор Крістоффеля;  $\langle \rangle$  – кутові дужки тут означають регулярну складову, а не усереднення за деяким макроскопічним об'ємом.

Для обчислення  $\langle v \rangle$  застосовують метод Федорова або модифікаційний метод Якобі.

Для визначення зворотної задачі акустичного аналізу текстур гірських порід необхідно оцінити регулярну і флуктуаційну складові ефективного тензора пружних постійних та ефективного акустичного тензора і визначити стандартну акустичну систему координат.

Однозначно розв'язати цю задачу можна, насамперед, шляхом експериментального визначення регулярної складової ефек-

тивної фазової швидкості й застосування ефективних алгоритмів максимального згладжування флюктуаційної складової фазової швидкості.

Для розв'язання цієї задачі застосовується інваріантно-поляризаційний метод. Він ґрунтується на вимірюванні фазових швидкостей – квазіповздовжньої, "швидкої" й "повільної" квазі-поперечних у декількох наборах із трьох ортогональних напрямків хвильових нормалей з використанням при обчисленнях єдиним чином визначених компонент акустичного тензора та його згортки. Власні вектори акустичного тензора є базисом стандартної акустичної системи координат.

Для забезпечення необхідного ступеня усереднення і згладжування флюктуаційної складової ефективної фазової швидкості вимірювання фазових швидкостей ізонормально поляризованих хвиль  $v_p^{*(q)}$  ( $p = 1, 2, 3$ ;  $q = 1, 2, \dots, 9$ ) здійснюються вздовж дев'яти напрямків зразка, який має форму куборомбододекаедра (вісімнадцятигранника – куб зі зрізаними ребрами) [111, 122]. Це забезпечує визначення компонент ефективного акустичного тензора  $\mu_{il}^*$ , який також можна розвинути на регулярну  $\langle \mu_{il} \rangle$  і флюктуаційну  $\tilde{\mu}_{il}$  складові. Характеристичною поверхнею регулярної складової  $\langle \mu_{il} \rangle$  є тривісний еліпсоїд, орієнтація його головних осей невідома. Для визначення систем координат здійснюється стандартне маркування напрямків, прийняте в кристалофізиці (табл. 5.1).

**Таблиця 5.1.** Маркування фазових швидкостей пружних хвиль для різних кристалографічних напрямків куборомбододекаедра

Номери ортогональних напрямків куборомбододекаедра, $Q$	Напрямок вектора хвильової нормалі, $\vec{n}^{(q)}$	Кристалофізичні символи напрямків куборомбододекаедра	Маркування фазових швидкостей ізонормальних хвиль, $v_p^{*(q)}$
1	$\vec{n}^{(1)}$	100	$v_1^{*(1)}, v_2^{*(1)}, v_3^{*(1)}$
2	$\vec{n}^{(2)}$	010	$v_1^{*(2)}, v_2^{*(2)}, v_3^{*(2)}$
3	$\vec{n}^{(3)}$	001	$v_1^{*(3)}, v_2^{*(3)}, v_3^{*(3)}$

Номери ортогональних напрямків куборомбодекаедра, $Q$	Напрямок вектора хвильової нормалі, $\vec{n}^{(q)}$	Кристалοфізичні символи напрямків куборомбодекаедра	Маркування фазових швидкостей ізонормальних хвиль, $v_p^{*(q)}$
4	$\vec{n}^{(4)}$	110	$v_1^{*(4)}, v_2^{*(4)}, v_3^{*(4)}$
5	$\vec{n}^{(5)}$	101	$v_1^{*(5)}, v_2^{*(5)}, v_3^{*(5)}$
6	$\vec{n}^{(6)}$	011	$v_1^{*(6)}, v_2^{*(6)}, v_3^{*(6)}$
7	$\vec{n}^{(7)}$	$0\bar{1}1$	$v_1^{*(7)}, v_2^{*(7)}, v_3^{*(7)}$
8	$\vec{n}^{(8)}$	$1\bar{1}0$	$v_1^{*(8)}, v_2^{*(8)}, v_3^{*(8)}$
9	$\vec{n}^{(9)}$	$\bar{1}01$	$v_1^{*(9)}, v_2^{*(9)}, v_3^{*(9)}$

Якщо  $x'_i$  – робоча система координат, базис якої збігається з напрямками  $x'_1 \parallel [100]$ ,  $x'_2 \parallel [010]$ ,  $x'_3 \parallel [001]$ , то допоміжні системи координат легко одержати за допомогою поворотів навколо осей робочої системи координат на кут  $45^\circ$ :

- $x''_i$  – шляхом повороту навколо осі  $x'_3$  ;
- $x'''_i$  – шляхом повороту навколо осі  $x'_1$  ;
- $x''''_i$  – шляхом повороту навколо осі  $x'_2$  .

Це дозволяє обчислити інваріанти ефективного акустичного тензора  $\mu'_{ii}$ ,  $\mu''_{ii}$ ,  $\mu'''_{ii}$ ,  $\mu''''_{ii}$  для напрямків, які збігаються з базисами робочої й допоміжних систем координат

$$\begin{aligned}
 \mu'_{ii} &= \mu^*(\vec{n}^{(1)}) + \mu^*(\vec{n}^{(2)}) + \mu^*(\vec{n}^{(3)}); \\
 \mu''_{ii} &= \mu^*(\vec{n}^{(3)}) + \mu^*(\vec{n}^{(4)}) + \mu^*(\vec{n}^{(8)}); \\
 \mu'''_{ii} &= \mu^*(\vec{n}^{(1)}) + \mu^*(\vec{n}^{(6)}) + \mu^*(\vec{n}^{(7)}); \\
 \mu''''_{ii} &= \mu^*(\vec{n}^{(2)}) + \mu^*(\vec{n}^{(5)}) + \mu^*(\vec{n}^{(9)}),
 \end{aligned}
 \tag{5.4}$$

де  $\mu^*(\vec{n}^{(q)}) = \sum_{p=1}^Q [v_p^{*(q)}]^2$ ,  $Q = 1, 2, \dots, 9$ ;  $v_p^{*(q)}$  – фазові швидкості квазіповздовжньої ( $p = 1$ ), квазіпоперечних "швидкої" ( $p = 2$ ) і "повільної" ( $p = 3$ ).

Із (5.4) знаходимо середнє значення інваріанта  $\bar{\mu}_{ii}$

$$\bar{\mu}_{ii} = (\mu'_{ii} + \mu''_{ii} + \mu'''_{ii} + \mu''''_{ii})/4, \quad (5.5)$$

а також величини неув'язок  $\Delta', \Delta'', \Delta''', \Delta''''$  для базисів робочої й допоміжних систем координат

$$\begin{aligned} \Delta' &= \mu'_{ii} - \bar{\mu}_{ii}; & \Delta'' &= \mu''_{ii} - \bar{\mu}_{ii}; \\ \Delta''' &= \mu'''_{ii} - \bar{\mu}_{ii}; & \Delta'''' &= \mu''''_{ii} - \bar{\mu}_{ii}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Неув'язки розподіляються між експериментальними значеннями фазових швидкостей пропорційно їхній величині й одержують урівноваженні значення фазових швидкостей пружних хвиль  $\bar{\nu}_p^{(q)}$ .

Для визначення регулярної й флуктуаційної складових компонент акустичного тензора в робочій системі координат необхідно розв'язати систему рівнянь

$$\ddot{\mu}(\vec{n}^{(q)}) = \langle \mu'_{il} \rangle n_i^{(q)} n_l^{(q)} + \mu(n^{(q)}), \quad (5.7)$$

де  $\ddot{\mu}(\vec{n}^{(q)})$  – значення акустичного тензора в напрямку хвильової нормалі ( $\vec{n}^{(q)}$ ), обчислене з урівноважених фазових швидкостей пружних хвиль;  $\langle \mu'_{il} \rangle$  – компоненти регулярної складової акустичного тензора в робочій системі координат;  $\tilde{\mu}(\vec{n}^{(q)})$  – флуктуаційна складова, яка характеризує відхилення  $\ddot{\mu}(\vec{n}^{(q)})$  від характеристичної поверхні регулярної складової акустичного тензора.

Система рівнянь (5.7) є перевизначеною, тому оцінки шуканих величин  $\langle \mu'_{il} \rangle$  і  $\tilde{\mu}(\vec{n}^{(q)})$  обчислюють методом найменших квадратів. Її можна записати в матричній формі

$$Y = X\mu + \tilde{\mu}, \quad (5.8)$$

$$\text{де } Y = \begin{bmatrix} \bar{\mu}(\vec{n}^{(1)}) \\ \bar{\mu}(\vec{n}^{(2)}) \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bar{\mu}(\vec{n}^{(9)}) \end{bmatrix}; \quad \mu = \begin{bmatrix} \mu'_{11} \\ \mu'_{22} \\ \mu'_{33} \\ \mu'_{23} \\ \mu'_{13} \\ \mu'_{12} \end{bmatrix}; \quad \tilde{\mu} = \begin{bmatrix} \tilde{\mu}(\vec{n}^{(1)}) \\ \tilde{\mu}(\vec{n}^{(2)}) \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \tilde{\mu}(\vec{n}^{(9)}) \end{bmatrix};$$

$$X = \begin{pmatrix} n_1^{(1)2} & n_2^{(1)2} & n_3^{(1)2} & 2n_2^{(1)}n_3^{(1)} & 2n_1^{(1)}n_3^{(1)} & 2n_1^{(1)}n_2^{(1)} \\ n_1^{(2)2} & n_2^{(2)2} & n_3^{(2)2} & 2n_2^{(2)}n_3^{(2)} & 2n_1^{(2)}n_3^{(2)} & 2n_1^{(2)}n_2^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_1^{(q)2} & n_2^{(q)2} & n_3^{(q)2} & 2n_2^{(q)}n_3^{(q)} & 2n_1^{(q)}n_3^{(q)} & 2n_1^{(q)}n_2^{(q)} \end{pmatrix}.$$

Рівняння (5.8) має єдиний розв'язок, а оцінку регулярної складової компонент акустичного тензора в робочій системі координат знаходимо із системи рівнянь

$$\mu = (X^T X)^{-1} X^T Y,$$

де індекс  $T$  – означає транспоновану матрицю. Відповідно оцінку флуктуаційної складової цього тензора знаходять із системи рівнянь

$$\tilde{\mu} = [X(X^T X)^{-1} X^T - I] Y, \quad (5.9)$$

де  $I$  – одинична матриця.

Власні значення і власні вектори регулярної складової акустичного тензора  $\langle \mu'_{il} \rangle$  знаходять із характеристичного рівняння

$$\left( \langle \mu'_{il} \rangle - \lambda \delta_{il} \right) x_l = 0, \quad (5.10)$$

де  $\lambda$  – скаляр.

До узагальненого рівняння Гріна–Крістоффеля (5.3) поряд із фазовими швидкостями входять і компоненти усередненого вектора пружних переміщень  $\langle U_i \rangle$ , експериментальне визначення якого ускладнює методику експерименту.

Щоб уникнути це ускладнення, для обчислення початкового наближення векторів пружних переміщень можна скористатися початковими значеннями регулярної складової пружних постійних. Тоді можна побудувати стійку ітераційну систему рівнянь для розв'язку поставленої задачі. Зокрема, для визначення початкового наближення пружних постійних можна скористатися такою системою рівнянь:

$$\begin{aligned} \langle C'_{ijkl} \rangle &= \rho \langle \mu'_{il} \rangle; \\ \langle C''_{ijkl} \rangle &= \rho \langle \mu'_{il} \rangle; \\ \langle C'''_{ijkl} \rangle &= a'_{im} a'_{jn} a'_{kp} a'_{lq} \langle C^{(0)}_{mnpq} \rangle; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle C_{ijkl}''' \rangle &= a_{im}'' a_{jn}'' a_{kp}'' a_{lq}'' \langle C_{mnpq}'^{(0)} \rangle; \\ \langle C_{ijkl}'''' \rangle &= a_{im}''' a_{jn}''' a_{kp}''' a_{lq}''' \langle C_{mnpq}'^{(0)} \rangle,\end{aligned}\quad (5.11)$$

де  $\langle C_{ijkl}'^{(0)} \rangle$  – початкові наближення пружних постійних у робочій системі координат;  $\langle C_{ijkl}'' \rangle, \langle C_{ijkl}''' \rangle, \langle C_{ijkl}'''' \rangle$  – пружні постійні в допоміжних системах координат, які відповідно повернуті на кут  $45^\circ$  навколо осей  $x'_3, x'_2, x'_1$  робочої системи координат;  $a_{im}', a_{im}'', a_{im}'''$  – напрямні косинуси допоміжних систем координат відносно робочої системи координат.

Підстановка знайдених початкових наближень пружних постійних  $\langle C_{mn}' \rangle$  у рівняння (5.3) дає початкові наближення  $\langle U_l \rangle$ .

Якщо відомі  $\langle C_{ijkl}'^{(0)} \rangle$  і  $\langle U_l^0 \rangle$ , то можна скласти ітераційну лінійну систему рівнянь

$$\begin{aligned}\langle C_{ijkl}' \rangle \langle u_{i(p)}^{(q)} \rangle n_j^{(q)} n_k^{(q)} \langle u_{l(p)}^{(q)} \rangle &= \rho^* [\bar{v}_{(p)}^{(q)}]^2; \\ \langle C_{ijil}' \rangle &= \rho^* \langle \mu'_{il} \rangle; \\ \langle C_{ijji}' \rangle &= \rho^* \langle \mu'_{ii} \rangle,\end{aligned}\quad (5.12)$$

де  $\bar{v}_{(p)}^{(q)}$  – урівноважені фазові швидкості ізонормальних хвиль, що розповсюджуються в  $\bar{n}^{(q)}$ -му напрямку хвильової нормалі;  $\langle u_{i(p)}^{(q)} \rangle$  – наближені значення векторів пружних зміщень цих хвиль.

Ітераційний процес продовжується до тих пір, поки не буде виконуватися умова

$$\sum_{q=1}^Q (\langle \mu_{(q)}^{(e)} \rangle - \langle \mu_{(q)}^{(r)} \rangle)^2 = \min, \quad (5.13)$$

де  $\langle \mu_{(q)}^{(e)} \rangle$  – значення акустичного тензора, обчислене з урівноважених експериментальних значень фазової швидкості в  $q$ -му напрямку;  $\langle \mu_{(q)}^{(r)} \rangle$  – значення акустичного тензора в тому ж напрямку, обчислене з фазових швидкостей, вирахованих із пружних по-

стійних  $r$ -го наближення. Ітераційний процес швидко збігається навіть при дуже грубих початкових оцінках векторів пружних зміщень. Для знаходження пружних постійних у стандартній акустичній системі координат можна скористатися формулою

$$\langle C_{ijkl} \rangle = a_{im} a_{jn} a_{kp} a_{lq} \langle C'_{mnpq} \rangle, \quad (5.14)$$

де  $a_{im}$  – напрямні косинуси між робочою і стандартною системами координат, базисом якої є власні вектори акустичного тензора  $\langle \mu'_{il} \rangle$ .

### 5.3. Методика ультразвукових вимірювань фазових швидкостей пружних хвиль гірських порід

Методика ультразвукових вимірювань пружних постійних гірських порід має задовольняти жорсткі вимоги, які впливають з умов квазіоднорідності геологічного середовища [71–73, 78]:

- методика має бути пристосована до довільної орієнтації робочої (лабораторної) системи координат, оскільки ні симетрія текстури гірської породи, ні просторова орієнтація її елементів симетрії задалегідь невідомі;
- число незалежних напрямків вимірювань швидкості має визначатися, з одного боку, числом незалежних компонент тензора (акустичного, пружного), який описує властивості гірської породи, а з іншого – забезпечувати необхідний ступінь згладжування для кількісної оцінки регулярної й флуктуаційної складової ефективних пружних постійних;
- база вимірювань має вибиратися з урахуванням характерних розмірів структурних елементів текстури, а довжина ультразвукової хвилі – з урахуванням геометричної дисперсії, зумовленою обмеженням розміром зразка (для забезпечення умови нескінченності середовища) і просторової дисперсії, викликаній розсіюванням хвилі на структурних неоднорідностях текстури гірської породи;
- методика має враховувати можливу наявність анізотропії пружних хвиль, забезпечувати розрізнення ефектів анізотропії

неоднорідності, поляризаційні та дифракційні ефекти при розповсюдженні хвиль, кут зносу пружної енергії, різницю між груповими (променевими) і фазовими швидкостями;

- методика має забезпечувати однозначний вибір стандартної акустичної системи координат, на основі якої визначається пружна симетрія текстури гірської породи.

Розглянемо детальніше, як забезпечити згадані вище умови.

Дійсно, пружні постійні гірських порід можна однозначно зіставляти лише у випадку, коли вони віднесені до однієї системи координат, вибраної стандартним чином. Вимірювання пружних постійних без урахування цієї вимоги мають обмежену цінність. Цю задачу відносно просто розв'язати, якщо заздалегідь відома симетрія текстури гірської породи і просторове положення її елементів симетрії. У цьому випадку можна скористатися правилами стандарту вимірювання пружних властивостей кристалів, які встановлюють однозначний зв'язок між кристалографічною і кристалофізичною системами координат.

При дослідженні гірських порід з макроскопічними ознаками шаруватості, смугастості, сланцюватості й лінійності користуються структурною системою координат. Вона визначається в польових умовах при відборі зразків таким чином: осі  $a$  і  $b$  структурної системи координат лежать у площині сланцюватості й смугастості, а вісь  $c$  – перпендикулярна площині  $ab$ . За наявності видимих ознак лінійності вісь  $b$  вибирають паралельно лінійності. Практично в більшості випадків виявляється однозначним лише вибір осі  $c$ . Навіть за наявності видимих текстурних ознак цю проблему без урахування тріщинно-порового простору гірської породи розв'язати неможливо.

При вивченні впливу напруженого стану і температури на пружні постійні в процесі експерименту окремі структурні елементи можуть змінювати свою орієнтацію, деякі мікротріщини можуть закриватися, а інші відкриватися, можуть виникнути нові мікротріщини. Тому доцільно ввести поняття стандартної акустичної системи координат, базис якої збігається з напрямками власних векторів регулярної складової акустичного тензора.

З урахуванням згаданого вище під симетрією тензора пружних постійних і акустичного тензора або просто під акустичною

і пружною симетрією розуміють симетрію регулярної складової цих тензорів у стандартній системі координат у конкретних умовах експерименту.

Для забезпечення не лише достатнього рівня згладжування флуктуаційної складової акустичного і пружного тензорів, але й визначення всіх компонент цих тензорів, необхідно вимірювати фазові швидкості пружних хвиль не менш, ніж у дев'яти напрямках. Крім того, для забезпечення рівномірного розподілу у просторі з метою достатнього просторового усереднення та врахування складності механічного виготовлення зразків вони мають бути з таким числом граней, що зразок матиме форму куборомбодекаедра.

При виборі розміру необхідно задовольнити умову квазіоднорідності, згідно з якою макроскопічний об'єм ( $V$ ) зразка має не лише бути значно більшим найбільшого характерного розміру ( $V \gg L_u$ ) структурного елемента текстури, а довжина хвилі  $\lambda \gg L$ ,  $\lambda \ll d$  ( $d$  – розмір зразка), але й ураховувати флуктуаційну складову фазової швидкості  $\tilde{v}$ , зумовлену анізотропією пружних властивостей породотвірних мінералів. Її можна оцінити за формулою

$$\frac{\tilde{v}}{\langle v \rangle} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\delta \Psi^2}, \quad (5.15)$$

$$\text{де} \quad \sqrt{\delta \Psi^2} = \omega \bar{D} \langle v^{-1} \rangle \sqrt{\delta \tilde{v}^2}, \quad (5.16)$$

тут  $\tilde{v}$  – флуктуаційна складова фазової швидкості в напрямку хвильової нормалі;  $\bar{D}$  – середній характерний розмір зерна мінералу  $\sqrt{\delta \Psi^2}$ ,  $\sqrt{\delta \tilde{v}^2}$  – середньоквадратичні фази і кутова варіація фазової швидкості всередині зерна породотвірного мінералу. Для переважної більшості гірських порід із зернами 0,1–0,5 см оптимальним розміром можна вважати зразок, якщо  $d = 2,5 \div 4,5$  см.

Для дослідження гірських порід найчастіше застосовують імпульсно-фазові ультразвукові методи вимірювання фазових швидкостей пружних хвиль. Вони забезпечують досить високу точність вимірювань швидкості, але щоб досягти цієї точності

при дослідженні гірських порід, необхідно виконати деякі суперечні вимоги. З одного боку, для забезпечення високої точності необхідно здійснювати вимірювання на максимально можливій частоті, а з іншого – високочастотні ультразвукові коливання затухають у гірських породах сильніше і супроводжується спотворенням імпульсу, що взагалі ставить під сумнів доцільність застосування методу для вимірювання фазових швидкостей. Розповсюдження ультразвукових хвиль у гірських породах супроводжується їхнім розсіюванням і поглинанням. Особливо велике спотворення мають акустичні імпульси внаслідок скінченної ширини їхнього частотного спектра. Як показує аналіз Фур'є, при розповсюдженні імпульсу гауссової форми в середовищі із затуханням його ефективна частота заповнення гармоніками  $\omega_e$ , яка відповідає максимуму спектра, не залишається постійною, а зміщується в бік низьких частот

$$\omega_e \approx \omega_0(1 - 4\alpha_0 x \delta_0^2 / \omega_0), \quad (5.17)$$

де  $\omega_0$  – основна несуча частота імпульсу;  $\delta_0$  – параметр, який визначає форму огинаючого імпульсу, і зв'язаний з його тривалістю  $\tau$  ( $\tau = 1,67\delta_0$ );  $\alpha$  – коефіцієнт затухання на основній частоті, який залежить від частоти.

Згідно з числовими розрахунками спотворення прямокутних імпульсів із заповненням (хвильового пакета) тим менше, чим більше їхня тривалість.

При розповсюдженні хвильового пакета в гірській породі можна виділити стаціонарну фазу і затухаючий в часі перехідний процес. Тому зондувальний імпульс повинен мати добре виражений максимум спектральної щільності на несучій частоті, а його тривалість має бути такою, щоб забезпечити наявність стаціонарної фази, за якою і здійснюють синфазне зіставлення імпульсів.

Для досягнення високої точності визначення швидкості необхідно частоту заповнення і тривалість імпульсу вибирати з урахуванням структури гірської породи. Тому ультразвукова апаратура для вимірювання швидкості має забезпечувати формування достатньо широкого набору спектрів заповнення і тривалості акустичних імпульсів. Діапазон частот заповнення

має бути від 0,15 до 2 мГц, що забезпечить можливість дослідження на зразках практично майже всіх генетичних типів гірських порід.

При ультразвукових вимірюваннях на частотах менше 10 мГц необхідно брати до уваги дифракційні ефекти, обумовлені скінченними розмірами випромінювача і приймача, а також анізотропією гірської породи. Її величина зменшується при збільшенні розмірів п'єзоперетворювачів, відстані між ними і частоти коливань.

При застосуванні довгих імпульсів при вимірюванні хвиль поперечної поляризації необхідно враховувати інтерференційні явища, обумовлені розщепленням поперечних хвиль в анізотропних гірських породах, оскільки існують тільки два дозволені напрямки поляризації цих хвиль. Для визначення напрямків поляризації "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних хвиль зразок гірської породи має бути закріпленим в теодолітному пристрої, який забезпечує співвісне обертання зразка відносно фіксованих взаємно паралельних площин поляризації випромінювача і приймача хвиль поперечної поляризації. Для реалізації цих вимог Г. Т. Продайвода [71, 73, 74, 75] розробив ультразвукову імпульсно-фазову установку, яка забезпечує вимірювання швидкості квазіповздовжніх і квазіпоперечних хвиль у широкому діапазоні частот.

## **5.4. Вибір стандартної акустичної системи координат**

Вибір стандартної акустичної системи координат здійснювався з метою однозначного зіставлення тензорних матриць акустичних і пружних постійних гірських порід і визначення точкової групи симетрії акустичного тензора текстури гірської породи. Оскільки симетрія текстур гірських порід і просторове положення її елементів симетрії було заздалегідь невідомо, то при виборі робочої системи було неможливо використовувати стандартні правила вибору робочої системи координат, які встановлюють однозначний зв'язок між просторовою орієнтацією елементів симетрії

текстури, тому що вони заздалегідь невідомі, і напрямками вимірювань швидкостей хвиль різної поляризації. Ці правила добре відомі й застосовуються при дослідженні анізотропії швидкості пружних хвиль у кристалах, у яких добре відомі точкові просторові групи симетрії структури та орієнтація елементів симетрії. Вони забезпечують однозначний вибір напрямків вимірювань, а саме однозначний взаємозв'язок між кристалографічною і кристалофізичною системами координат [29, 76–78].

За наявності в зразках гірських порід макроскопічних ознак просторової впорядкованості текстур (шаруватості, смугастості, сланцюватості й лінійності) не завжди можна забезпечити однозначний вибір осей робочої системи координат, оскільки залишається відкритим питання просторової орієнтації тріщинно-порового простору текстури гірської породи.

У зв'язку із цим при дослідженнях акустичних і пружних постійних гірських порід, при розрахунках компонент тензорних матриць акустичних і пружних постійних у процесі вимірювань використовувалася стандартна акустична система координат, базис якої збігався з напрямками власних векторів регулярної складової акустичного тензора. Тобто при виборі напрямків координатних осей враховувалася власна симетрія акустичного тензора [77–79, 80].

Робоча система координат при дослідженнях керна свердловин вибиралася таким чином: вісь  $x'_3$  – паралельно осі свердловини, а осі  $x'_1$  і  $x'_2$  – у площині сланцюватості або кристалізаційної смугастості.

## 5.5. Вибір розміру зразка

Вибір розміру зразка здійснювався відповідно до умови квазіоднорідності  $V \gg L_n^3$  (де  $L_n$  – характерний розмір структурних неоднорідностей гірської породи) і  $\lambda \gg L_n$  ( $\lambda$  – довжина хвилі), згідно з якою макроскопічний об'єм зразка гірської породи має в багато разів перевищувати характерні розміри її структурних неоднорідностей [29, 54, 77–81]. Правильний вибір роз-

міру зразка в поєднанні з операцією усереднення ефективних фазових швидкостей обраних напрямків хвильової нормалі забезпечував надійні оцінки детермінованої та флуктуаційної складових фазових швидкостей. Беручи до уваги, що флуктуація фазової швидкості зменшується пропорційно  $\sqrt{N}$  і зміні кутової варіації фазових швидкостей в породотвірних мінералах, оптимальним для переважної більшості текстур гірських порід був обраний розмір зразка 3,0–4,5 см.

З метою забезпечення необхідного ступеня усереднення при експериментальних дослідженнях фазових швидкостей пружних хвиль у текстурах гірських порід виготовлялися зразки, що мали форму кубобомбододекаедра, який дав можливість вимірювати фазові швидкості вздовж дев'яти нееквівалентних напрямків хвильової нормалі й базою вимірювань від 2,8 см до 4,1 см. Крім того, такий розмір кубобомбододекаедрів задовольняв умову безмежного середовища ( $d / \lambda \gg 1$ ), що виключало вплив ефекту геометричної дисперсії.

## 5.6. Апаратура ультразвукових вимірювань фазових швидкостей пружних хвиль

Вимірювання фазових швидкостей пружних хвиль зразків Криворізької надглибокої свердловини та її полігону здійснювалося за допомогою спеціальної азимутальної поляризаційної ультразвукової установки вимірювання фазових швидкостей різної поляризації [61, 82, 29, 77–78, 81, 83–85], яка забезпечувала не лише визначення фазових швидкостей повздовжніх і поперечних хвиль з необхідною точністю, але й реєстрацію напрямку векторів поляризації пружних хвиль.

Для вимірювання фазових швидкостей гірських порід застосовувався імпульсно-фазовий ультразвуковий метод [29, 86, 77–78, 81, 83–85]. Для реалізації високої точності, що забезпечується імпульсними методами, особлива увага приділялася врахуванню похибок, обумовлених правильним вибором параметрів імпульсів [29, 78].

Для досягнення високої точності при вимірюваннях фазових швидкостей ультразвукових хвиль у зразках гірських порід необхідно було враховувати умови, що взаємно виключають одна одну. З одного боку, для досягнення високої точності вимірювання часу розповсюдження хвилі у зразку доцільно було б проводити вимірювання його на максимально можливій частоті, але, з іншого боку, високочастотні коливання швидше затухають, що спричиняє спотворення частотного спектра і форми імпульсу, і також проявляється частотна дисперсія швидкості.

При дослідженнях зразків з відчутними ефектами поглинання акустичний зондувальний імпульс повинен мати добре виражений максимум спектральної щільності на несучій частоті й задовольняти умову монохроматичності стаціонарного спектра. Його тривалість має бути такою, щоб забезпечити стаціонарний режим коливань в акустичному імпульсі, який розповсюджується у зразку гірської породи. Синфазне зіставлення сигналів здійснювалося в стаціонарній області імпульсного сигналу.

Ультразвукова апаратура для вимірювань швидкостей пружних хвиль забезпечила формування достатньо широкого набору частот заповнення і тривалості акустичних імпульсів, що використовувалися при акустичних дослідженнях. Діапазон частот заповнення імпульсів змінювався від 0,3 до 1 МГц.

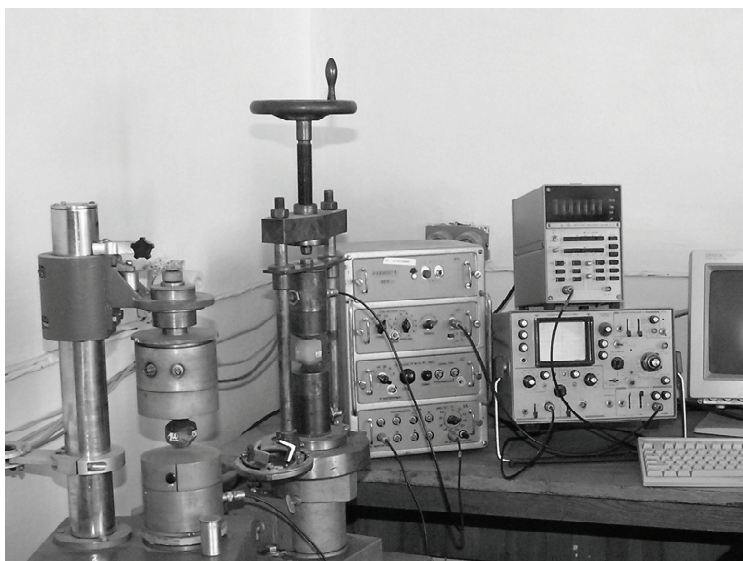
При проведенні ультразвукових вимірювань фазових швидкостей також враховувалися дифракційні ефекти, обумовлені розмірами п'єзоелектричних випромінювачів і приймачів ультразвукових хвиль та анізотропією гірських порід.

Завдяки оптимальному вибору розмірів п'єзоперетворювачів та відстані між випромінювачем і приймачем величина дифракційної поправки до швидкості не перевищувала 0,15 %.

При ультразвукових вимірюваннях фазових швидкостей пружних хвиль у гірських породах спостерігаються інтенсивні ефекти акустичного двопроменевого заломлення. Для вимірювання "швидкої" й "повільної" хвиль поперечної поляризації та визначення напрямків їхньої поляризації спочатку використовувалися імпульси малої тривалості. Це забезпечувало уникнення інтенсивної інтерференції між цими хвилями при збудженні п'єзоперетворювачів тривалими імпульсами. Для роздільної реєст-

рації "швидкої" й "повільної" поперечних мод утримувач зразка оснащений теодолітним пристроєм. Він забезпечував співвісне обертання і надійну реєстрацію кутів повороту зразка відносно фіксованих, взаємно ортогональних площин поляризації випромінювача і приймача. Похибка визначення швидкості квазіповздовжньої хвилі становила 0,3 %, а квазіпоперечних хвиль – 0,7 %. Похибка визначення кутів орієнтації напрямків хвильової нормалі не перевищувала  $\pm 4^\circ$ .

Загальний вигляд установки наведено на рис. 5.1. Вона складається із синхрогенератора, блока управління, зондувального генератора, вимірювальної лінії, підсилювача, осцилографа і частотоміра. Блок управління містить схему виділення парних імпульсів, які проходять з тактовою частотою, що задається тактовим генератором, схему формування еталонних і вимірювальних імпульсів і схему синхронізації розгортки осцилографа. Діапазон частот – від 0,3 до 5 МГц.



**Рис. 5.1. Ультразвукова азимутально-поляризаційна установка для вимірювання швидкостей пружних хвиль зразків гірських порід**

Ефективна фазова швидкість поширення пружної хвилі  $v^*$  в процесі експерименту обчислювалася за формулою

$$v^* = \frac{l}{2(t - t_0)}, \quad (5.18)$$

де  $l$  – довжина зразка;  $t_0$  – час поширення ультразвукової хвилі в затримках;  $t$  – час поширення ультразвукової хвилі за наявності між затримками зразка.

## 5.7. Оцінка точності вимірювання фазових швидкостей на зразках гірських порід

Основні похибки при вимірюваннях фазових швидкостей пружних хвиль ультразвуковим імпульсно-фазовим методом обумовлені:

- точністю вимірювання часу частотоміром;
- точністю вимірювання товщини і паралельності граней зразків;
- ідентифікацією хвилі й вибором фази хвилі при суміщенні імпульсів;
- неоднорідністю досліджуваних зразків.

Аналіз показав, що похибки вимірювання часу електронним вимірювачем частоти та нестабільність частоти синхрогенератора можна не враховувати, оскільки вони були на декілька порядків менше за інші складові.

Вимірювання товщини зразків здійснювалися за допомогою мікрометра з точністю  $\pm 0,02$  мм. Паралельність граней за технологією досліджень має бути не гірше  $\pm 0,03$  мм. Ця вимога суворо дотримувалася під час виготовлення зразків і не перевищувала  $\pm 0,024$  мм.

Усі виготовлені зразки задовольняли умови ортогональності й просторової орієнтації ребер куборомбододекаедра.

Під час вимірювань просторове положення зразків фіксувалося теодолітним пристроєм, що забезпечило суворий контроль орієнтації векторів пружних зміщень хвиль поперечної поляризації.

Систематична похибка, що оцінювалася за результатами спостережень атестованого стандарту-еталона (сталь 3), становила для повздовжніх хвиль  $\pm 16$  м/с, а для поперечних –  $\pm 26$  м/с (рис. 5.2).

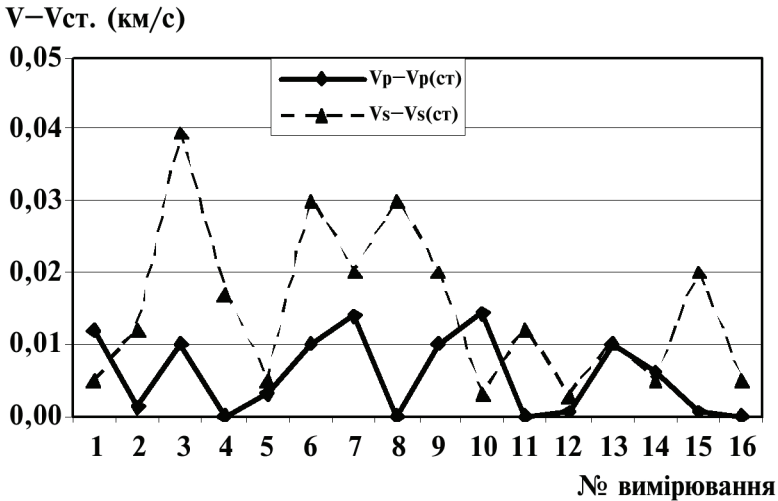


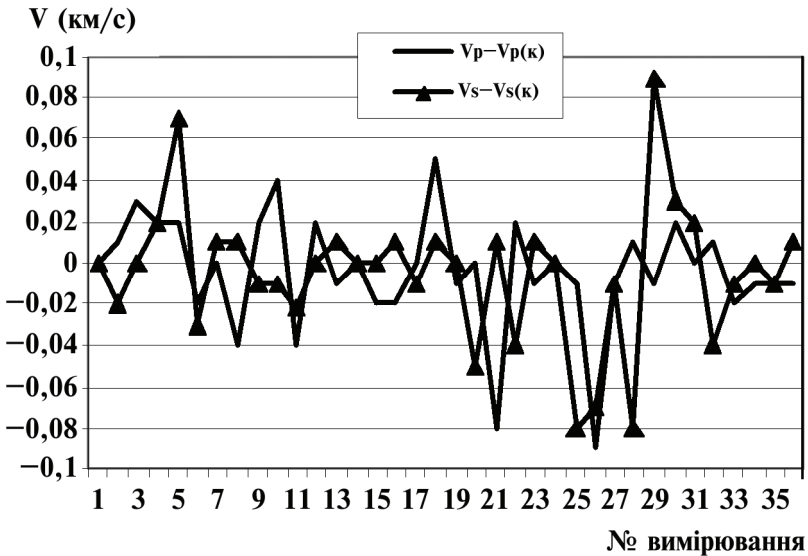
Рис. 5.2. Результати контрольних вимірювань швидкості стандарту-еталона

Оцінка випадкових похибок здійснювалася шляхом повторних вимірювань зразків. Загалом ця оцінка була отримана за результатами обстежень 44 зразків із 177 виміряних, що становило 24,86 % від усієї кількості досліджених зразків. Так, для квазіповздовжніх хвиль оцінка випадкової похибки коливалася в межах 0,23 до 2,41 %, для квазіпоперечних – від 0,18 до 2,32 %.

Середньоквадратична похибка вимірювання фазових швидкостей пружних хвиль різної поляризації на зразках становила 0,4 % для квазіповздовжніх хвиль і 0,7 % для квазіпоперечних.

Визначення систематичної похибки швидкості стандарту подано на рис. 5.2. Як видно з нього, максимальні розбіжності у вимірюванні швидкостей квазіповздовжніх хвиль стандарту-еталона становить близько 15 м/с, а квазіпоперечної – близько 40 м/с.

Результати точності вимірювання швидкостей пружних хвиль подано на прикладі 36 зразків метаморфічних порід КНГС та її полігону (рис. 5.3). Лише для незначної кількості відібраних зразків ці різниці становили величину порядку 90 м/с як для квазіповздовжніх, так і квазіпоперечних хвиль.



**Рис. 5.3. Результати прямих і контрольних вимірювань швидкостей пружних хвиль зразків гірських порід Криворізької надглибокої свердловини та її полігону**

Усі згадані вище похибки знаходять своє відображення у флукуаційних складових ефективної фазової швидкості, власних значеннях акустичного тензора і тензора ефективних пружних постійних. Експериментальні прямі та контрольні вимірювання фазових швидкостей пружних хвиль представлені для двох зразків № 10401/2 (кварцит) і № 20540 (амфіболіт) із КНГС та зразка № 19-90 (залістий кварцит) із св. 22350"Супутник-2" (табл. 5.2).

**Таблиця 5.2.** Експериментальні прямі та контрольні значення вимірів фазових швидкостей пружних хвиль зразків гірських порід Криворізької надглибокої свердловини і свердловини 22350 "Супутник-2"

Символіка надрямків	Прямі виміри швидкостей (км/с)			Контрольні виміри швидкостей (км/с)			Абсолютне відхилення швидкостей (км/с)		
	10401/2(3)	20540 (29)	19-90	10401/2(3)	20540 (29)	19-90	10401/2(3)	20540 (29)	19-90
100	5,98	6,10	6,21	5,99	6,12	6,21	0,01	0,02	0,00
	3,22	3,3	3,4	3,23	3,28	3,42	0,01	0,02	0,02
	3,60	3,41	3,85	3,57	3,4	3,81	0,03	0,01	0,04
010	5,60	6,14	6,2	5,60	6,15	6,21	0,00	0,01	0,01
	4,00	3,3	3,36	4,01	3,33	3,38	0,01	0,03	0,02
	3,72	3,37	3,89	3,75	3,39	3,9	0,03	0,02	0,01
001	5,55	6,18	4,73	5,56	6,17	4,71	0,01	0,01	0,02
	3,69	3,36	3,25	3,70	3,35	3,22	0,01	0,01	0,03
	3,35	3,45	3,28	3,38	3,43	3,25	0,03	0,02	0,03
110	5,98	5,96	6,2	6,00	5,98	6,21	0,02	0,02	0,01
	3,28	3,43	3,37	3,3	3,46	3,36	0,02	0,03	0,01
	3,70	3,27	3,83	3,74	3,30	3,82	0,04	0,03	0,01
101	5,62	6,12	5,55	5,62	6,12	5,54	0,00	0,00	0,01
	3,35	3,36	3,4	3,35	3,35	3,41	0,00	0,01	0,01
	3,69	3,47	3,62	3,70	3,46	3,63	0,01	0,01	0,01
011	6,05	6,00	5,34	6,06	5,98	5,33	0,01	0,02	0,01
	3,69	3,45	3,38	3,70	3,45	3,39	0,01	0,00	0,01
	3,83	3,28	3,51	3,86	3,29	3,49	0,03	0,01	0,02

Закінчення табл. 5.2

Символіка напрямоків	Прямі виміри швидкостей (км/с)			Контрольні виміри швидкостей (км/с)			Абсолютне відхилення швидкостей (км/с)		
	10401/2(3)	20540 (29)	19-90	10401/2(3)	20540 (29)	19-90	10401/2(3)	20540 (29)	19-90
011	5,40	6,04	5,40	5,40	6,03	5,42	0,00	0,01	0,02
	3,21	3,35	3,45	3,21	3,32	3,47	0,00	0,03	0,02
	3,64	3,42	3,69	3,65	3,40	3,67	0,01	0,02	0,02
110	5,57	5,89	6,09	5,59	5,88	6,07	0,02	0,01	0,02
	3,63	3,45	3,32	3,65	3,43	3,34	0,02	0,02	0,02
	3,57	3,23	3,86	3,60	3,22	3,84	0,03	0,01	0,02
101	6,24	6,23	5,18	6,22	6,22	5,19	0,02	0,01	0,01
	3,36	3,38	2,95	3,33	3,37	2,97	0,03	0,01	0,02
	3,72	3,44	3,5	3,68	3,44	3,51	0,04	0,00	0,01

**Таблиця 5.3.** Власні значення та їхні довірчі межі при 5 %-му рівні значущості (у  $10^6 \text{ м}^2 \text{ с}^{-2}$ ) – у чисельнику та їхні власні напрямки – у знаменнику детермінованої складової акустичного тензора зразків гірських порід (прямі й контрольні виміри)

Номери зразків	$\frac{\langle \mu_{11} \rangle > \pm \Delta}{l^{(1)}, m^{(1)}, n^{(1)}}$	$\frac{\langle \mu_{22} \rangle > \pm \Delta}{l^{(2)}, m^{(2)}, n^{(2)}}$	$\frac{\langle \mu_{33} \rangle > \pm \Delta}{l^{(3)}, m^{(3)}, n^{(3)}}$	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$
10401/2(3)	$\frac{61,57 \pm 0,11}{-0,885; -0,372; 0,280}$	$\frac{64,88 \pm 0,12}{-0,173; 0,821; 0,544}$	$\frac{51,58 \pm 0,12}{0,432; -0,433; 0,791}$	9,48	1,05	1,19
19-90	$\frac{65,04 \pm 0,00}{0,843; 0,521; 0,137}$	$\frac{63,32 \pm 0,00}{-0,507; 0,853; -0,125}$	$\frac{42,19 \pm 0,00}{-0,182; 0,036; 0,983}$	18,0	1,03	1,40
20540(29)	$\frac{59,83 \pm 0,18}{0,897; -0,437; -0,057}$	$\frac{58,86 \pm 0,20}{0,396; 0,743; 0,540}$	$\frac{62,50 \pm 0,19}{-0,194; -0,507; 0,840}$	2,56	1,04	1,02
10401/2(3)к	$\frac{61,28 \pm 0,08}{-0,904; -0,305; 0,300}$	$\frac{65,42 \pm 0,08}{-0,101; 0,834; 0,542}$	$\frac{51,72 \pm 0,08}{0,415; -0,460; 0,785}$	9,6	1,07	1,18
19-90к	$\frac{65,2 \pm 0,01}{-0,741; 0,664; -0,095}$	$\frac{63,60 \pm 0,01}{-0,649; 0,746; -0,152}$	$\frac{41,77 \pm 0,01}{-0,172; 0,051; 0,984}$	18,47	1,03	1,52
20540(29)	$\frac{59,63 \pm 0,20}{0,945; -0,317; -0,078}$	$\frac{59,24 \pm 0,22}{0,193; 0,737; 0,647}$	$\frac{62,50 \pm 0,19}{-0,263; -0,597; 0,758}$	2,38	1,05	1,01

З аналізу даних видно, що максимальна різниця швидкостей у деяких напрямках досягає величини 40 м/с, переважно становлячи 10–20 м/с, а саме не більше 1 % похибки. Проте навіть такі незначні розбіжності в експериментально виміряних швидкостях можуть спричинити істотні досить суттєві коливання як власних значень акустичного тензора, так і значень складових тензора ефективних пружних постійних.

Якщо для власних значень акустичного тензора різниця між прямими і контрольними спостереженнями не перевищувала 1,2 % (зразок 19-90 із св. 22350), в основному становлячи 0,5–1 % (табл. 5.3), то для коефіцієнта інтегральної акустичної анізотропії ця похибка вже становить 2,8 % для зразка 19-90 і близько 1,4 % для зразка 10401/2.

Найбільш відчутно відображаються відзначені похибки в значеннях тензора ефективних пружних постійних (табл. 5.4). Для зразка 19-90 залізного кварциту із св. 22350 "Супутник-2" похибки при вимірюванні фазових швидкостей пружних хвиль спричиняють відмінності для деяких пружних постійних 6–7 %.

**Таблиця 5.4. Числові значення детермінованої складової ефективного тензора пружних постійних  $\langle C_{mn} \rangle$  (ГПа) та їхні довірчі межі при 5 %-му рівні значущості зразків гірських порід, отриманих за результатами прямих і контрольних вимірювань фазових швидкостей пружних хвиль**

Матричні ін-декси, $C_{mn}$	Номери зразків					
	10401/2(3)	20540(29)	19-90	10401/2(3)к	20540(29)к	19-90к
$C_{11}$	105±8,2	100±0,5	106±1,1	107±6,4	100±0,5	113±1,1
$C_{22}$	101±6,4	99,1±0,3	108±1,4	106±2,8	97,1±0,3	112±1,0
$C_{33}$	80,1±5,1	104±0,4	49,2±1,1	81,5±7,4	107±0,4	52,8±1,3
$C_{44}$	35,8±3,2	31,9±0,5	29,2±0,7	34,5±2,8	32,3±0,3	30,7±0,6
$C_{55}$	24,2±3,2	33,0±0,2	35,9±0,8	24,2±6,0	29,4±0,4	34,3±0,9

Матричні ін-декси, $C_{mn}$	Номери зразків					
	10401/2(3)	20540(29)	19-90	10401/2(3)к	20540(29)к	19-90к
$C_{66}$	38,1±7,0	28,5±0,3	33,7±1,4	35,5±2,5	31,6±0,4	36,2±0,8
$C_{12}$	23,4±7,2	36,9±0,5	16,5±2,1	21,8±7,1	35,0±0,6	19,8±3,0
$C_{13}$	30,5±6,6	41,1±0,4	8,8±1,7	31,7±6,9	45,7±0,6	8,3±2,3
$C_{23}$	11,8±10,8	39,5±0,2	8,4±1,7	13,3±10,6	37,7±0,5	8,0±2,1
$C_{14}$	5,3±5,9	-0,8±0,3	-2,1±1,9	6,2±5,5	-0,5±0,5	0,4±1,1
$C_{15}$	0,9±4,8	-0,4±0,5	-8,1±1,3	1,3±4,0	-0,4±0,5	-8,0±1,0
$C_{16}$	1,3±3,4	1,1±0,3	-2,5±1,1	1,5±3,5	0,6±0,3	-4,1±1,1
$C_{24}$	0,2±5,6	0,7±0,3	-5,1±1,0	0,4±5,1	-0,3±0,3	-1,9±1,4
$C_{25}$	-0,6±5,6	2,6±0,3	9,0±2,2	-0,8±5,4	1,3±0,4	-3,1±2,3
$C_{26}$	3,9±4,4	0,6±0,3	3,7±1,1	6,1±3,2	-0,4±0,3	5,6±1,2
$C_{34}$	3,1±3,4	0,1±0,2	-0,1±0,7	2,8±4,2	0,3±0,3	-3,8±0,8
$C_{35}$	1,1±4,2	-0,2±0,3	6,4±0,9	4,8±2,5	-1,6±0,3	3,5±0,8
$C_{36}$	1,5±7,0	2,1±0,4	-4,4±1,0	8,7±6,2	0,7±0,4	-0,1±1,1
$C_{45}$	-3,4±3,0	-1,6±0,5	-1,7±0,6	-7,5±4,6	-0,3±0,3	-2,0±0,6
$C_{46}$	-1,4±1,8	0,5±0,2	1,8±1,7	-6,7±2,4	1,8±0,3	4,6±0,8
$C_{56}$	-2,8±7,1	0,9±0,3	5,3±0,8	-2,5±3,4	0,2±0,3	5,4±1,6

Для зразків із КНГС максимальні відхилення у визначенні пружних постійних становлять близько 3 %. Наведені розрахунки підтверджують, що навіть незначні похибки, які виникають при експериментальних ультразвукових дослідженнях швидкостей пружних хвиль, призводять до досить відчутних змін у значеннях флукуаційних складових ефективних фазових швидкостей та ефективних акустичних і пружних постійних зразків гірських порід.

## 5.8. Обробка даних експериментальних вимірювань фазових швидкостей пружних хвиль

Результати вимірювань фазових швидкостей розповсюдження квазіповздовжніх і квазіпоперечних хвиль зразків метаморфічних гірських порід Криворізької надглибокої свердловини та свердловин полігону оброблялися за спеціальною методикою. Спеціалізована методика являє собою автоматизовану комп'ютерну систему числової обробки результатів вимірювання фазових швидкостей ультразвуковим інваріантно-поляризаційним методом, яка забезпечила числові розрахунки:

- урівноважених фазових швидкостей квазіповздовжніх і квазіпоперечних хвиль;
- компонент акустичного тензора в робочій системі координат;
- власних значень та їхніх довірчих меж і власних напрямків детермінованої складової акустичного тензора зразків порід;
- детермінованої й флуктуаційної складових ефективних пружних постійних гірських порід;
- параметрів акустичного еліпсоїда: акустичної лінійності та сланцюватості (шаруватості) текстур гірських порід;
- параметрів азимутальної анізотропії пружних хвиль, зображених стереопроєкціями ізоліній фазових швидкостей квазіповздовжньої хвилі, різницею між "швидкою" і "повільною" квазіпоперечними хвилями, кутів відхилення вектора пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі та диференціальним коефіцієнтом пружної анізотропії.

Коефіцієнт диференціальної відносної середньоквадратичної пружної анізотропії визначався за формулою

$$A_{(d)} = \sqrt{F_{\min} / (\Lambda^2)_c} \cdot 100\%, \quad (5.19)$$

де

$$F_{\min} = (\Lambda^2)_c - (\Lambda^{02})_c, \\ (\Lambda^2)_c = \Lambda_{11}^2 + \Lambda_{22}^2 + \Lambda_{33}^2 + 2(\Lambda_{12}^2 + \Lambda_{13}^2 + \Lambda_{23}^2).$$

Інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії обчислювався за формулою

$$A_{\mu} = \sqrt{\frac{F_{\min}^{(\mu)}}{(\mu_{ii}^2)}} \cdot 100 \% , \quad (5.20)$$

де  $(\mu_{ii}^2) = \mu_{11}^2 + \mu_{22}^2 + \mu_{33}^2$ ;  $\mu_{11}^2, \mu_{22}^2, \mu_{33}^2$  – власні значення акустичного тензора.

Параметри акустичного еліпсоїда (акустична лінійність  $L_a$  і сланцюватість  $S_a$ ) обчислюються із власних значень акустичного тензора

$$L_a = \frac{\mu_q}{\mu_m}; S_a = \frac{\mu_m}{\mu_p}, \quad (5.21)$$

де  $\mu_q, \mu_m, \mu_p$  – найбільше, проміжне і найменше значення акустичного тензора відповідно [29, 61, 82, 77, 85].

Обчислення врівноважених швидкостей об'ємних пружних хвиль, значень акустичного тензора в робочій системі координат, власних значень та їхніх довірчих меж і власних напрямків детермінованої складової акустичного тензора зразків порід КНГС і свердловин полігону, початкових наближень для пружних постійних здійснено за програмою розрахунків акустичних констант "Akust 10", яка для розрахунків зазначених вище параметрів використовує дані експериментальних вимірювань фазових швидкостей квазіповздовжньої та "повільної" й "швидкої" квазіпоперечних хвиль і густину зразка, що вимірюється. За результатами розрахунків було визначено параметри акустичної лінійності  $L_a$  і сланцюватості  $S_a$ , а також тип симетрії текстури акустичного тензора.

Розрахунок пружних постійних метаморфічних порід Кривоїр'я було проведено з використанням програми "Uprv 16". У ній як вихідні дані використовувалися файли врівноважених швидкостей квазіповздовжньої й квазіпоперечних хвиль, акустичних констант і початкових наближень пружних постійних, розрахованих за програмою "Akust 10". За результатами обчислень для кожного зразка було сформовано матрицю пружних постійних з урахуванням флуктуаційної складової й здійснено перевірку гіпотези значимості відхилення пружних постійних від нуля.

Визначення параметрів анізотропії об'ємних пружних хвиль зразків метаморфічних порід КНГС та її полігону включало розрахунок і побудову стереопроєкцій вказівних поверхонь фазової швидкості квазіповздовжньої хвилі, різниці між "швидкою" і "повільною" квазіпоперечними хвилями, диференціального коефіцієнта пружної анізотропії й кута відхилення вектора пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі [29, 61, 77, 82, 87–89, 84–85, 90]. Для обчислень використовувалися дані про пружні постійні відповідних зразків, отриманих за програмою "Urgv 16" та їхня густина.

Задача обчислення значень фазових швидкостей і векторів пружних зміщень, якщо відомий усереднений тензор пружних постійних, зводиться до знаходження власних векторів і власних значень тензора Крістоффеля  $\Gamma_{ij}$ . Тобто необхідно знайти таку систему координат, в якій тензорна матриця діагональна. Вишукувалась ортогональна матриця, яка здійснює перехід від деякої довільної робочої системи координат, в якій задаються пружні модулі  $\langle C_{ijkl} \rangle$  гірської породи, до власної системи координат приведенного тензора Крістоффеля. Для цього вводять допоміжну повернуту систему координат  $x_i$ , вісь  $x_3$  якої збігається з напрямком вектора хвильової нормалі  $n$ . Орієнтація двох інших осей не має принципового значення. Формула перетворення, що забезпечує перехід від робочої системи координат  $x_j$  до власної системи координат  $x_i$ , має вигляд

$$x_i = N_{ij} x_j', \quad (5.22)$$

де матриця перетворення  $N_{ij}$  виражається через тригонометричні функції кутів сферичної системи координат

$$N_{ij} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \theta & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \sin \varphi \cos \theta & \sin \varphi \sin \theta & \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad (5.23)$$

де  $\theta$  – азимутальний кут,  $\varphi$  – полярний кут сферичної системи координат.

Тоді формулу перетворення приведенного тензора Крістоффеля до допоміжної системи координат можна подати в такому вигляді:

$$\Gamma_{ij} = N_{ip} N_{jq} L_{pq}. \quad (5.24)$$

У подальшому вишуковують матрицю  $A$ , яка приведе тензорну матрицю  $\Gamma_{ij}$  до діагонального вигляду

$$\Gamma'_{ij} = A_{ip} A_{jq} \Gamma_{pq} = d_{ij} I(w). \quad (5.25)$$

Це дозволяє знайти перше наближення для фазових швидкостей

$$\langle v_{qp} \rangle^2 = g^2 \Gamma_{11} + h^2 \Gamma_{22} + \Gamma_{33} + 2gh \Gamma_{12} + 2g \Gamma_{13} + 2h \Gamma_{23} \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned} \langle v_{qs}^{(1)} \rangle^2 &= (\Gamma_{11} - 2g \Gamma_{13} + g^2 \Gamma_{33}) \cos^2 \varphi + \\ &+ (\Gamma_{22} - 2h \Gamma_{23} + h^2 \Gamma_{33}) \sin^2 \varphi + \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$+ (h \Gamma_{13} + g \Gamma_{23} - gh \Gamma_{33} - \Gamma_{12}) \sin 2\varphi$$

$$\begin{aligned} \langle v_{qs}^2 \rangle^2 &= (\Gamma_{22} - 2h \Gamma_{23} + h^2 \Gamma_{33}) \cos^2 \phi + \\ &+ (\Gamma_{11} - 2g \Gamma_{13} + g^2 \Gamma_{33}) \sin^2 \phi + \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$+ (h \Gamma_{13} + g \Gamma_{23} - gh \Gamma_{33} - \Gamma_{12}) \sin 2\phi,$$

де

$$g = (\Gamma_{23} \Gamma_{12} - \Gamma_{13} (\Gamma_{22} - \Gamma_{33})) / \Gamma_0,$$

$$h = (\Gamma_{13} \Gamma_{12} - \Gamma_{23} (\Gamma_{11} - \Gamma_{33})) / \Gamma_0,$$

$$\Gamma_0 = (\Gamma_{11} - \Gamma_{33})(\Gamma_{22} - \Gamma_{33}) - \Gamma_{12}^2.$$

Величина кута  $\varphi$  визначається на кожному кроці ітерації залежно від того, навколо якої осі координат здійснюється обертання системи координат. Якщо, наприклад, максимальним є діагональна компонента матриці  $\Gamma_{12}$ , то здійснюють обертання навколо осі  $x_3$  за допомогою матриці

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.29)$$

де  $\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\Gamma_{12}}{\Gamma_{22} - \Gamma_{11}}$ .

Пружні зміщення в допоміжній системі координат  $\langle U_i^{(v)} \rangle \geq A_{vp}$ , а в робочій системі координат

$$\langle U_i^v \rangle = A_{vp} N_{pi}. \quad (5.30)$$

Якщо точність першого наближення недостатня, ітераційний процес продовжується. Обертання здійснюється, виходячи з компонент одержаної матриці  $\Gamma'_{ij}$ .

Для обчислення величин кута відхилення вектора пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі використовувалося співвідношення

$$\cos \delta = n_i \langle U_i \rangle. \quad (5.31)$$

Якщо відома фазова швидкість і вектор пружних зміщень, то компоненти вектора променевої швидкості  $v_j^{(e)}$  знаходили із співвідношення

$$\langle v_j^{(e)} \rangle = \frac{C_{ijkl} U_j U_l n_k}{\rho v}, \quad (5.32)$$

де  $\rho$  – густина.

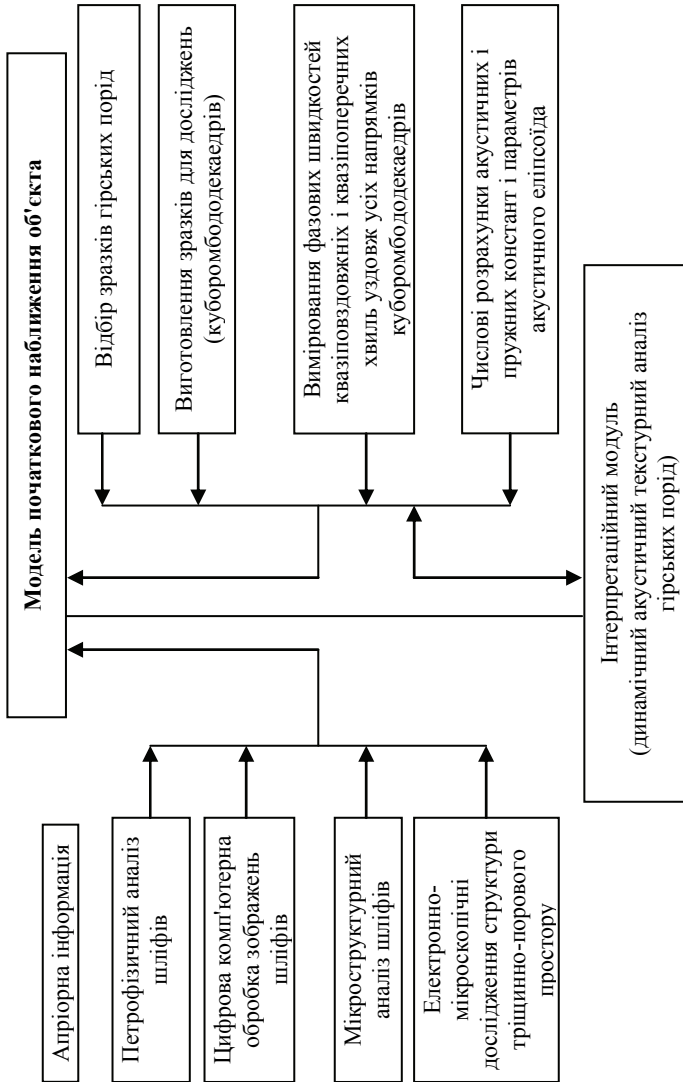
Диференціальний коефіцієнт пружної анізотропії  $A_d$  обчислювався за формулою

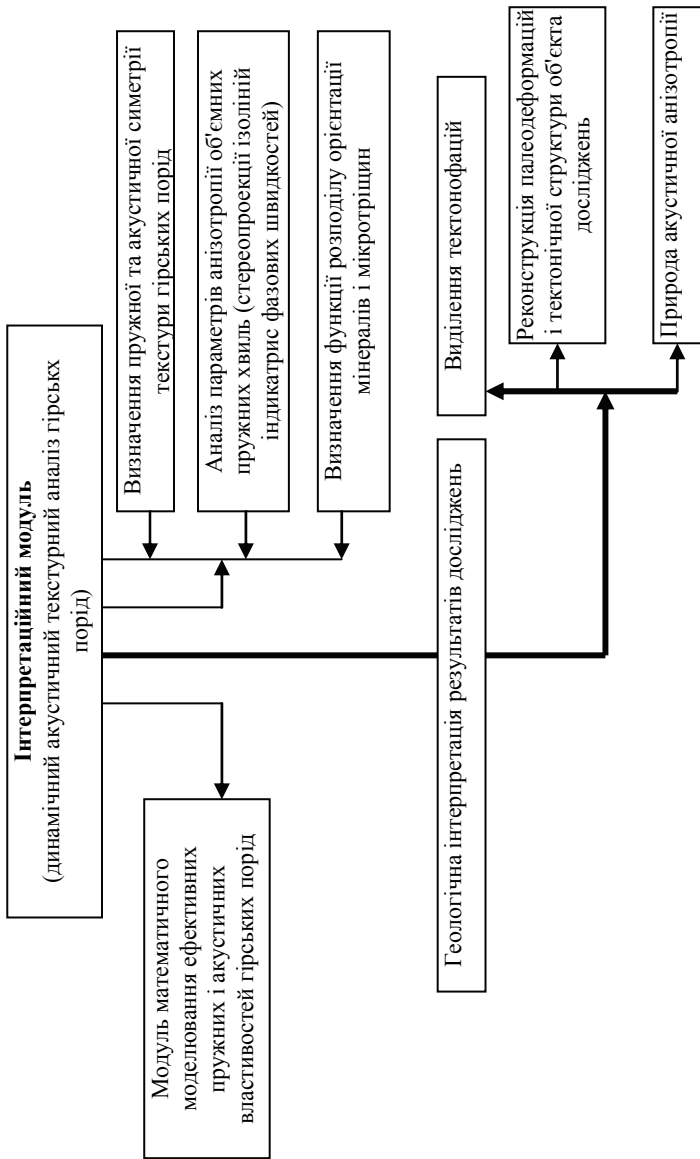
$$A_d = \sqrt{\frac{(\Lambda^2)_c - (\Lambda_m^2)_c}{(\Lambda_m^2)}} \cdot 100\%, \quad (5.33)$$

де  $(\Lambda^2)_c = \langle \Lambda_{11} \rangle^2 + \langle \Lambda_{22} \rangle^2 + \langle \Lambda_{33} \rangle^2 + 2(\langle \Lambda_{12} \rangle^2 + \langle \Lambda_{13} \rangle^2 + \langle \Lambda_{23} \rangle^2)$ ,

$(\Lambda_m^2)_c = \langle \Lambda_{m11} \rangle^2 + \langle \Lambda_{m22} \rangle^2 + \langle \Lambda_{m33} \rangle^2 + 2(\langle \Lambda_{m12} \rangle^2 + \langle \Lambda_{m13} \rangle^2 + \langle \Lambda_{m23} \rangle^2)$ ,

$\langle \Lambda \rangle_c = \langle \Lambda_{11} \rangle + \langle \Lambda_{22} \rangle + \langle \Lambda_{33} \rangle$ .





**Рис. 5.4. Інтерпретаційна комп'ютерна технологія дослідження пружної анізотропії порід для вирішення задач тектонофаціального аналізу**

## 5.9. Автоматизована система акустичного аналізу тектонофацій дислокаційних структур

Для практичної реалізації акустичного текстурного аналізу тектонофацій гірських порід розроблено автоматизовану систему, яка забезпечує реалізацію методики акустичного текстурного аналізу тектонофацій дислокаційних структур [77, 82]. Блок-схема алгоритму автоматизованої системи подана на рис. 5.4. Як видно з наведених даних, її можна зобразити схематично у вигляді двох модулів: вимірювально-розрахункового та інтерпретаційного.

Перший модуль складається із блоків:

- аналіз апріорної інформації;
- геолого-петрографічні дослідження порід і шліфів;
- вимірювання фазових швидкостей квазіповздовжніх і квазіпоперечних хвиль за методикою інваріантно-поляризаційного методу;
- розрахунок параметрів пружної та акустичної анізотропії.

При інтерпретації всієї отриманої інформації та сумісному аналізі з результатами математичного моделювання ефективних пружних і акустичних властивостей порід можуть бути вирішені задачі текстурного аналізу деформацій і ступенів дислокаційних перетворень гірських порід.

На основі результатів визначення пружної та акустичної симетрії текстур порід, аналізу параметрів анізотропії об'ємних пружних хвиль, інверсії квазіповздовжніх і квазіпоперечних хвиль у функцію розподілу орієнтацій мікротріщин і мінералів проводиться геологічна інтерпретація з метою:

- виділення тектонофацій на основі вивчення природи акустичної анізотропії;
- палеореконструкції деформацій і тектонічної структури порід.

# **6. СТРУКТУРНО-ТЕКТОНІЧНА ХАРАКТЕРИСТИКА РАЙОНУ КРИВОРІЗЬКОЇ НАДГЛИБОКОЇ СВЕРДЛОВИНИ ТА ЇЇ ПОЛІГОНУ**

---

Першу в Україні надглибоку свердловину було закладено в Криворізькому залізорудному басейні з метою вивчення геологічного розрізу і глибини залягання залізорудної формації й вивчення структури Кривбасу і геологічної інтерпретації результатів глибинних геофізичних досліджень. Район досліджень приурочений до Центрально-Криворізької підзони Кривбасу.

## **6.1. Центрально-Криворізька структура Кривбасу**

Ділянка досліджень належить до Центрально-Криворізької структури Кривбасу [55–60]. За даними сейсмічних досліджень (метод спільної глибинної точки – МСГТ і вертикального сейсмічного профілювання – ВСП) [61] та результатів буріння Криворізької надглибокої свердловини і свердловини "Супутник-2" (св. 22350) ділянка досліджень входить до єдиного складнопобудованого Криворізького синклінорію, який зоною Центральнокриворізького (Тарапаківського) насуву поділяється на дві частини – східну і західну [40, 73, 90–93].

Східна зона включає відносно слабометаморфізовану Саксаганську синкліналь і прилегли до неї ділянки, а західна – Аннівську синкліналь, насунуту на породи східної частини [40, 73, 90].

Аннівська синкліналь за результатами комплексної інтерпретації геолого-геофізичних досліджень – це складно побудована,

асиметрична складка з крутим (70–75°) падінням на захід. Водночас вона розбита численними розривними порушеннями на блоки, що зазнали тектонічних зміщень відносно один одного. Синкліналь представлена породами новокриворізької, скелюватської, саксаганської, гданцівської та глеєватської світ.

Саксаганські синкліналь і антикліналь представлені породами середнього і верхнього архею та криворізькою, скелюватською, саксаганською і гданцівською світами нижнього протерозою. Саксаганська антикліналь являє собою нижню частину Саксаганської синкліналі, що трохи піднята і насунута на Саксаганську синкліналь. У напрямку на північ зона зчленування Саксаганських антикліналі й синкліналі, що проходить східною гілкою Саксаганського насуву, поступово занурюється [73, 90, 94–95].

Первомайська синкліналь посідає особливе місце серед складчастих структур ділянки, оскільки розташована майже під прямим кутом до основного простягання структур Кривбасу. Вона має складну блоково-складчасту будову. За результатами сейсмічних досліджень передбачається, що формування синкліналі, можливо, зумовлено проникненням порід криворізької серії у вузький коридор, що утворився внаслідок стику двох великих гранітоїдних масивів – Саксаганського і Демуринаського – по локальному насуву [96–98].

Девладівський давній субширотний розлом вважається провідником гранітоїдних мас протерозойського віку. Він є нечіткою межею, що поділяє ділянку робіт на дві половини, які різняться між собою простяганням основних структур, ступенем метаморфізму і ступенем гранітизації, особливо східної частини.

До ділянки досліджень належить Терновська синклінальна структура, обмежена на південному заході й північному сході тектонічними порушеннями. Вісь синкліналі орієнтована в північно-західному напрямку. Терновська синкліналь складена товщею гранітизованих метабазитів з ультрабазитовими пластивими тілами, які розташовані на її крилах і підкреслюють її синклінальний характер [73, 97].

Девладівська ділянка ультрабазитів розташована на схід від Терновської синклінальної структури і складається із двох тіл – Варенського і Девладівського, що витягнуті в субширотному

напрямку та залягають серед гранітоїдів і амфібол-біотитових гнейсів.

Варенське тіло ультрабазитів у своїй західній частині з неузгодженням залягає серед метабазито-ультрабазитової товщі Терновської синклінальної структури, а в східній частині воно субузгоджено розташоване серед сірих плагіогранітів саксаганьського типу.

## **6.2. Мінералого-петрографічна характеристика зразків гірських порід**

Криворізька надглибока свердловина пробурена в західній частині Аннівської синкліналі (глибина забою свердловини – 5432 м) і представлена породами новокриворізької, скелеватської, саксаганської, гданцівської та глеєватської світ.

У геологічному розрізі КНГС виділяються такі основні різновиди порід: гнейси (біотитові, гранат-біотитові з амфіболом, силіманітом, ставролітом, мусковітом), метабазити (амфіболіти з біотитом, гранатом, клінопіроксеном), метаультрабазити (хлорит-тремоліт-карбонатні породи з тальком, пентландитом, шпінеллю, флогопітом), залізисті породи (магнетитові кварцити з кумінгтонітом, гіперстеном, сидеритом), гранат-біотитові сланці (із кумінгтонітом, кварцом, магнетитом). Нерідко зустрічаються мусковітові сланці й кварцити (з біотитом, андалузитом, силіманітом, кіанітом, ставролітом, гранатом), а іноді мармури, тремолітові й карбонат-силікатні породи – скарноїди (із діопсидом, тремолітом, кварцом, кальцитом, доломітом, мікрокліном, плагіоклазом, сфеном, рутилом, гранатом, кліноцоїзитом, епідотом, флогопітом, хлоритом, сульфідами). Більша частина з них є ізофаціальними метаморфічними породами – переважно епідот-амфіболітової, а іноді зеленосланцевої фацій, сланцюватими із субгоризонтальною лінійністю [73, 90, 97].

Для проведення петрографічних і сейсмоакустичних досліджень було відібрано 73 зразки, які досить повно характеризують основні петрографічні типи порід свердловини. Зразки гір-

ських порід відібрані від глибини 971 м майже до забою свердловини (5337 м) рівномірно. Сейсмоакустичні вимірювання зразків гірських порід з наявною інтенсивною тріщинуватістю були ускладнені, а іноді й не дали результатів у зв'язку з порушеннями зразків при накладанні додаткової напруги та незворотних змінах у тріщинно-поровому просторі зразків при їхньому виносі на денну поверхню.

Петрографічні дослідження зразків гірських порід КНГС проводилися з метою визначення текстурно-структурних характеристик зразків, їхнього якісного та кількісного мінералогічного складу. Крім того, для оцінки впливу тріщинуватості на акустичні й пружні постійні відібраних зразків оцінювалася щільність тріщинуватості, яка визначалася кількістю тріщин на  $1 \text{ см}^2$ .

Узагальнений аналіз результатів петрографічних і тектонофаціальних досліджень зразків гірських порід Криворізької надглибокої свердловини наведено в табл. 6.1.

Усього було відібрано понад 100 зразків, які характеризують найбільш розповсюджені петрографічні типи порід полігону КНГС.

Свердловина 22350 "Супутник-2" приурочена до центральної частини Аннівської синкліналі й представлена породами новокриворізької, скелеватської, саксаганської, гданцівської та глеєватської світ.

У геологічному розрізі св. 22350 "Супутник-2" присутні потужні пачки гнейсів і сланців біотитових, амфібол-біотитових, діопсид-біотитових, графітових і графіт-біотитових, менш потужні прошарки залізистих кварцитів і силікатних сланців, а також кварцити, кварцито-пісковики андалузит-мусковітові, ставроліт-андалузит-мусковітові, амфіболіти та невеликі за розмірами тіла мікроклін-плагіоклазових гранітів та альбітизованих і мікроклінізованих плагіогранітів багатократно катаклазованих (по архейських плагіогранітоїдах) [73, 94, 95].

Свердловина 20500 "Супутник-1" пробурена поруч із КНГС і належить до Західноаннівської смуги (Аннівська синкліналь). У геологічному відношенні це породи виключно глеєватської світи, представлені на 90 % метапісковиками, конгломератами та кристалічними сланцями [94].

**Таблиця 6.1. Геолого-петрографічна характеристика зразків керн розрізу Криворізької надглибокої свердловини**

Номери зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура	Рівень тектонофацій
5028	971	сланець амфібол-біотитовий	біотит – 30–50 %, кварц – 40–50 %, олігоклаз-10–15 %, амфібол – 2–10 %	сланцювата, надзвичайно неоднорідна	лепідогранобластова	9–10 НМЗ
5063	978	сланець біотитовий	біотит – 40 %, кварц – 40–50 %, олігоклаз – 10 %	шарувата, неоднорідна	лепідогранобластова	9–10 НМЗ
5077	978	сланець амфібол-епідотовий	епідот – 40 %, амфібол – 20 %, кварц – 30–35 %, мусковіт – 5–10 %	шарувата	гранобластова	9–10 НМЗ
5168/1	978	сланець біотитовий	кварц – 30–40 %, біотит – 40–50 %, олігоклаз – 10–20 %	сланцювата, неоднорідна	гранолепідобластова	9–10 НМЗ
5190	1027	сланець біотитовий	кварц 30–40 %, біотит-40–50 %, олігоклаз – 10–20 %	сланцювата, неоднорідна	гранолепідобластова	9–10 НМЗ
5192	1035	сланець біотитовий	кварц – 30–40 %, біотит – 40–50 %, олігоклаз – 10–20 %	сланцювата, неоднорідна	гранолепідобластова	9–10 НМЗ

Продовження табл. 6.1

Номери зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура	Рівень тектонофації
7287/2	1440,8–1447,7	сланець біотит-амфіболовий	кварц – 50 %, амфібол – 35–40 %, біотит – 5–10 %, біотит – 30–50 %, кварц – 50–60 %, амфібол – 2–10 %	шарувата, трюхи неоднорідна	лєтїдо-нематогранобластова	6–7 НМЗ
7292/2	1440,8–1447,7	сланець амфібол-біотитовий	біотит – 40–50 %, кварц – 25–30 %, олігоклаз – 20 %, гранат – 5–7 %	сланцювата, надзвичайно неоднорідна	лєтїдогранобластова	6–7 НМЗ
7753	1509,4–1608,5	сланець гранат-біотитовий	кварц – 40–50 %, біотит – 25–30 %, олігоклаз – 20 %, гранат – 5–7 %	сланцювата	порфіробластова з гранолєтїдобластовою	7–8 НМЗ
7755	1509,4–1608,5	сланець гранат-біотитовий	біотит – 40–50 %, кварц – 25–30 %, олігоклаз – 20 %, гранат – 2–3 %	сланцювата	порфіробластова з гранолєтїдобластовою	7–8 НМЗ
7757/1	1509,4–1608,5	сланець гранат-біотитовий	біотит – 40–50 %, кварц – 25–30 %, олігоклаз – 20 %, гранат – 5–7 %	сланцювата	порфіробластова з гранолєтїдобластовою	7–8 НМЗ
8839/1	1851	сланець хлорит-амфіболовий	кварц – 40–50 %, амфібол – 10–20 %, хлорит – 15–20 %	мїкрошарувата	лєтїдобластова	7–8 НМЗ

Продовження табл. б.1

Номери зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура	Рівень тектонофацій
8844/1	1855,2	сланець гранат-кунінгтонітовий	гранат – 15–20 %, кварц – 40–50 % кунінгтоніт – 20–25%	орієнтована, мікрошарувата	лепідонематогранобластова	7–8 НМЗ
8921/1	1874,4	сланець гранат-біотитовий	біотит – 40–50 %, кварц – 30 %, гранат – 10–15 %	сланцювата, ділянками шарувата	порфіробластова, гранолепідобластова	7–8 НМЗ
8955/1	1882	сланець гранат-хлоритовий	гранат – 15–20 %, хлорит – 65–70 %, амфібол (кунінгтоніт) – 10–15 %	смугаста	порфіробластова, гранолепідобластова	9–10 НМЗ
9076/4	1908	кварцит	кварц – 90 %, біотит – 10 %	масивна	гранобластова, мозаїчна	9–10 НМЗ
9096	1917,3	кварцит	кварц – 85 %, біотит – 15 %	масивна	гранобластова	9–10 НМЗ
9133/2	1928	сланець хлорит-актинолітовий	актиноліт – 70–75 %, хлорит – 25–30 %	мікрошарувата, неоднорідна	фібробластова	7–8 НМЗ
9134	1931	сланець хлорит-амфіболовий	хлорит – 50 %, грюнерит – 50 %	орієнтована, мікросланцювата	лепідофібробластова	7–8 НМЗ

Продовження табл. 6.1

Номери зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура	Рівень тектонофації
9170	1939	сланець кварц-актинолітовий	кварц – 70 %, мусковіт – 10 %, актиноліт – 20 %	смугаста, мікрошарувата	лепідобластова і гранобластова	9–10 НМЗ
9206/1	1957	сланець актиноліт-магнетиткварцовий	магнетит – 35–40 %, хлорит – 20–25 %, кварц – 25–30 %, плагіоклаз – 5–10 %	такситова, брекчієста-діона	гранолепідобластова	8 НМЗ
9226	1962,6	залізистий кварцит	кварц – 50 %, магнетит – 30–35 %, амфібол – 20 %	смугаста, сланцювата	нематобластова (мозайчна)	8 НМЗ
9516/1	2061–2065	сланець мусковітовий	мусковіт – 70 %, кварц – 25–30 %, рудні – 3 %	тонко-сланцювата, тонко-смугаста	лепідобластова	9 НМЗ
9561	2080	сланець амфіболовий	амфібол – 60–65 %, кварц – 25 %, олігоклаз – 15 %	сланцювата, нерівномірна	нематобластова	9 НМЗ
9593/4	2096	сланець амфіболовий	амфібол – 60–85 %, кварц – 25 %, олігоклаз – 15 %	сланцювата, нерівномірна	нематобластова	9 НМЗ

Продовження табл. 6.1

Номери зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура	Рівень тектонофазії
9845	2186,5	сланець біотит-актинолітовий	біотит – 15–20%, актиноліт – 65–70 %, плагіоклаз – 10 %	орієнтована, сланцювата	лєпідобластова	8 НМЗ
9883	2199	сланець кварц-амфіболовий	амфібол – 80–85 %, кварц – 15–20 %	орієнтована	гранолєпі-добластова	8 НМЗ
10013/4	2245	сланець біотит-амфіболовий	амфібол – 30 %, біотит – 20–25 %, кварц- 10–15 %, карбонат – 10 %	сланцювата	гранолєпі-добластова	8 НМЗ
10045	2255	сланець кварц-біотитовий	біотит – 50–55 %, кварц- 35–40 %, амфібол – 5–10 %	сланцювата, орієнтована	гранолєпі-добластова	8 НМЗ
10158	2287	кварцит мусковітовий	кварц – 90–95 %, мусковіт – 5–7 %	орієнтована, чітко сланцювата	гранолєпі-добластова, зубчаста	8 НМЗ
10184/1	2293	сланець серицит-кварцовий	кварц – 70–75 %, серицит – 25–30 %	мікрощарувата, плейчаста	гранолєпі-добластова	8 НМЗ
10283/1	2316	сланець ставроліт-мусковіт-кварцовий	кварц – 70 %, мусковіт – 10 %, ставроліт – 20 %	смугаста, орієнтована	гранолєпі-добластова	7 НМЗ

Продовження табл. 6.1

Номери зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура	Рівень тектонофації
10313/1	2325	сланець ставроліт-мусковіт-кварцовий	кварц – 50–55 %, мусковіт – 20–25 %, ставроліт – 15–20 %	сланцювата, мікрошарувата	граноліт-дობластова	7 НМЗ
10331	2334	кварцит слюдистий	кварц – 90–95 %, мусковіт – 5–10 %	сланцювата	гранобластова	8–9 НМЗ
10401/2 (3)	2349,2–2356,5	кварцит слюдистий з андалузитом	кварц – 91 %, біютит – 9 %	сланцювата	лепідотранобластова	8–9 НМЗ
10418	2350	кварцит слюдистий	кварц – 65–70 %, слюда – 30–35 %	смугаста, шарувата	граноліт-дობластова	8–9 НМЗ
10421/4	2362	кварцит слюдистий	кварц – 85–90 %, біютит + мусковіт – 10–15 %	сланцювата, мікрошарувата	граноліт-дობластова	8–9 НМЗ
10434/3 (1)	2366–2377	сланець серицитокварцовий	кварц – 65–70 %, серицит – 30–35 %	смугаста	граноліт-дობластова	8–9 НМЗ
10624/4	2436,5	катаклазовааний гнейс	кварц – 50–55 %, плагіоклаз – 25–30 %, слюда + хлорит – 10–15 %	смугаста	бластопорфірова, гранобластова	7 НМЗ

Продовження табл. 6.1

Номери зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура	Рівень тектонофацій
10624/5	2436–2440	катаклазит по плагіомігматиту	кварц – 40–45 %, плагіоклаз – 35–40 %, слюда + хлорит – 10–15 %	сланцювата, катаклас-тична	гранобластова, бластомілітонова	7 НМЗ
108 18/1Н (2)	2522,3–2529,9	сланець серицитокварцовий	кварц – 20 %, плагіоклаз – 74 %, слюди – 6 %	сланцювата, свілевата	лепідогранобластова, катаклас-тична	8 НМЗ
11033	2632	катаклазит по плагіомігматиту	кварц – 55–60 %, плагіоклаз – 25–30 %, біоліт – 10 %	орієнтована, петельчаста	бластокатаклас-тична	8 НМЗ
11036	2634	катаклазовааний плагіогнейс	кварц – 40 %, плагіоклаз – 30 %, слюда – 20 %	смуриста з елементами очкової побудови	катаклас-тична	8 НМЗ
11055	2638	бластомілініт граніта	кварц – 55–60 %, плагіоклаз – 25–30 %, слюда – 10–15 %	сланцювата, очкова	бластомілітонова, лепідогранобластова	8 НМЗ
11586 (4)	2794,2–2800,5	сланець серицитокварцовий	кварц – 92 %, слюда – 8 %	сланцювата, тонкоплой-часта	лепідогранобластова, лепідокатаклас-тична	9 НМЗ

Продовження табл. 6.1

Номери зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура	Рівень тектонофацій
11768 (5)	2825,4– 2831,0	тектоносланець серцит- хлоритовий	кварц + плагіоклаз – 42 %, мусковіт – 8 %, плагіоклаз – 28 %, кварц – 22 %	сланцювата	цвілева	8–9 НМЗ
12505/3 (7)	3028,7– 3030,6	сланець окварцьований	кварц + плагіоклаз – 40 %, слюда – 12 %, кварц – 45 %, плагіоклаз – 30 %, біотит – 15 %, хлорит – 10 %	сланцювата	лепідограно- бластова, очкова	8–9 НМЗ
12729 (8)	3085,3– 3092,9	сланець слюдистий	кварц – 28 %, плагіоклаз – 70 %, біотит – 2 %	сланцювата, очкова	лінзокластична, лепідограно- бластова	8 НМЗ
12969 (10)	3164,7– 3171,2	плагіомігматит катаклазований	кварц – 41 %, плагіоклаз – 47 %, біотит – 12 %	тонкосму- гаста	гетеробластична, складна	8–9 НМЗ
13313 (12)	3260,7– 3268,1	плагіомігматит катаклазований	кварц – 16 %, плагіоклаз – 79 %, біотит – 5 %	тонкосму- гаста	лепідограно- бластова з реліктовою гранулітовою	9 НМЗ
14019 (15)	3409,5– 3415,6	плагіомігматит		смугаста, нечітко виражена	гранобластова, тектонобластова	9 НМЗ

Продовження табл. 6.1

Номери зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура	Рівень тектонофацій
14357 (18)	3477,6– 3484,3	амфіболіт	біотит + амфібол – 50 %, кварц + плагіоклаз – 50 %	лінійна, слабосму-гаста	гранома-тобластова, тоноклазерна	9–10 НМЗ
14532 (19)	3508,6– 3516,3	плагіомігматит	кварц – 30 %, плагіоклаз – 50 %, біотит + хлорит – 20 %	тонкосму-гаста, очкова	метатекто-нокластична, гранолепо-бластова	9 НМЗ
16337 (24)	3738	плагіомігматит	кварц – 45–50 %, плагіоклаз – 35–40 %, слюда – 10–15 %	реліктова, смугаста	гетерогра-нобластова, тектонокластова	6–7 НМЗ
16484/2 (25)	3759	плагіо-мігматит окварцьований, альбітизований	кварц – 55–60 %, плагіоклаз – 30–35 %, слюда – 5–10 %	смугаста, нечітко виражена	какіртова, метатектоно-кластична, лінзо подібна-очкова	8 НМЗ
16572/Н (26)	3766–3782	амфіболіт	амфібол – 70 %, кварц – 20 %, плагіоклаз – 5–10 %, магнетит + кальцит – 3–5 %	лінійна, слабосму-гаста	нематобластова	9 НМЗ

Продовження табл. 6.1

Номери зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура	Рівень тектонофації
17054/1 (40)	4038,55– 4057,6	плагіограніт катаклазований	кварц – 25–27 %, плагіоклаз – 68 %, біотит – до 5 %, сфен + магнетит + піроксен – 1–2 %	смугаста, нечітко виражена	лепідограно- бластова	9 НМЗ
17683 (41)	4339	метабазит амфіболовий	рогова обманка – 51 %, кварц + польовий шпат – 49 %	сланцювата	лепідограно- бластова	9 НМЗ
19843/1 (32)	5063,25	плагіограніт альбітизований	кварц – 26 %, плагіоклаз – 60 %, біотит + хлорит – 11 %, магнетит – 3 %	тонкосму- гаста	лепідограно- бластова, тектонокластич- на з лінізацією	8 НМЗ
20149/2 (27)	5125	плагіомігматит	кварц – 30 %, плагіоклаз – 65 %, біотит + хлорит – 5 %	лінійна, гнейсувата	гетерограно- бластова, текто- нокластична	9–10 НМЗ + кліваж
20266 (28)	5158	плагіомігматит	кварц – 31 %, плагіоклаз – 55 %, біотит – 14 %	тонкосму- гаста	лепідограно- бластова, текто- нопластична	7–8 НМЗ

Закінчення табл.б.1

Номери зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура	Рівень тектонофації
20540 (29)	5232–5246	плагіомігматит	плагіоклаз – 80 %, кварц – 16 %, хлорит + біотит – 4 %	смугаста	кагакластична, гранобластова	9–10 НМЗ
20618 (30)	5274,7– 5283,5	плагіомігматит	плагіоклаз – 78 %, кварц – 22 %	смугаста	Флазерна	9–10 НМЗ
20739/2 (31)	5337	плагіограніт хлоритизований, альбітизований	плагіоклаз – 60 %, кварц – 30 %, хлорит + біотит – 10 %	сланцювата	класична до міліонітової із фрагментами тектоно- класичної	9–10 НМЗ

Породи св. 16879 полігону КНГС представлені відкладеннями гданцівської світи переважно кварцитами і кристалічними сланцями, лише частково мілонітами та бластомілонітами. Вона приурочена до зони глибинного розлому, який відділяє східну частину Аннівської синкліналі від Далекозахідної антикліналі.

Свердловини 16883, 16887 і 16888 приурочені до зони Девладівського глибинного розлому (Терновська синклінальна структура). В їхніх розрізах переважно виділяються сланці кристалічні, що істотно різняться за своїм мінералогічним складом, плагіограніти і мігматити.

Свердловина 16883 перетнула потужну пачку сланців різного мінералогічного складу переважно амфібол-кварцових.

Верхню частину розрізу св. 16887 становлять сланці переважно кварц-біотит-амфіболового складу, а нижню – плагіограніти і мігматити, що за своїм мінералогічним складом подібні до сланців.

Метаморфічні породи св. 16888 представлені сланцями кристалічними і мігматитами, які досить істотно різняться за своїм мінералогічним складом.

Свердловина 16903 пробурена в осьовій частині Центрально-Криворізького насуву в інтервалі глибин 92–291 м і в своєму розрізі представлена переважно гнейсами біотитовими слюдистими, яким притаманна орієнтована текстура, та катаклазитами і плагіогранітами. Мінералогічний склад гнейсів по стволу свердловини приблизно однаковий.

Породи св. 16906, що приурочена до зони зчленування Західного розлому та Західноаннівської смуги, представлені катаклазитами по плагіограніту і катаклазованими гранітами. Структурно-текстурні ознаки порід досить близькі, лише невеликі відмінності спостерігаються в мінералогічному складі.

Гірські породи св. 16912 – це сланці та мікросланці хлорит-карбонатні, біотит-хлоритові, з якими пов'язані шаруваті, плейчасті та сланцюваті текстури. Мінералогічний склад порід змінюється у відсотковому відношенні досить істотно.

Узагальнений аналіз результатів петрографічних досліджень із свердловин полігону КНГС наведено в табл. 6.2.

**Таблиця 6.2.** Геолого-петрографічна характеристика зразків керна розрізу свердловин полігону Криворізької надглибокої свердловини

Номери свердловин/зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура
16883/28	122	сланець біотит-хлорит-кварцовий	кварц – 60 %, хлорит – 20–25 %, біотит – 10–15 %	неоднорідна, брекчеподібна	гранолепідо-бластова
16883/61	124,6	сланець кварц-біотит-хлоритовий	кварц – 60 %, хлорит – 5–10 %, біотит – 30–35 %	орієнтована, смугаста	дрібнозерниста, гранолепідо-бластова
16883/63	125,3	сланець кварц-амфіболовий	кварц – 60 %, біотит – 5–10 %, актиноліт – 15 %	орієнтована, смугаста	дрібнозерниста, гранолепідо-бластова
16883/64	125,6	сланець кварц-біотит-амфіболовий	кварц – 60 %, біотит – 30 %, актиноліт – 10 %	орієнтована, смугаста	дрібнозерниста, гранолепідо-бластова
16883/65	125,7	сланець біотит-амфібол-кварцовий	кварц – 60 %, біотит – 25 %, актиноліт – 15 %	орієнтована, смугаста	дрібнозерниста, гранолепідо-бластова
16883/66	125,9	сланець біотит-амфіболовий-кварцовий	кварц – 60 %, біотит – 25–30 %, актиноліт – 10–15 %	орієнтована, смугаста	дрібнозерниста, гранолепідо-бластова

Продовження табл. 6.2

Номери свердловин/зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура
16883/67	126,4	сланець біотит-амфібол-кварцовий	кварц – 60–65 %, біотит – 30–35 %, актиноліт – 5–10 %	орієнтована, смугаста	дрібнозерниста, гранолепідо-бластова
16883/90	147,3	сланець амфібол-біотит-кварцовий	кварц – 50–55 %, біотит – 40–45 %, амфібол – 10–12 %	неоднорідна, очкова	гранолепідо-бластова
16883/128	192	сланець біотит-амфібол-кварцовий	кварц – 35–40 %, біотит – 30 %, амфібол – 30–35 %	орієнтована з елементами мікрошаруватості	порфіробластична
16883/138	201,8	сланець біотит-амфібол-кварцовий	кварц – 70–80 %, біотит – 10 %, амфібол – 15 %	орієнтована з елементами мікрошаруватості	гранолепідо-бластова
16883/141	204,6	сланець біотит-амфібол-кварцовий	кварц – 55–60 %, біотит – 5–10 %, амфібол – 30–35 %	орієнтована, сланцювата	гранобластова, лепідобластова
16883/146	209,0	сланець біотит-кварцовий	кварц – 65–70 %, біотит – 25–30 %	неоднорідна, брекчіподібна	гранолепідо-бластова

Номери свердловин/зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура
16883/154	217,4	сланець хлорит-кварц-амфіболовий	кварц – 45–50 %, амфібол – 25–30 %, хлорит – 15–20 %	сланцювата	гранолепідо-бластова
16883/155	218,4	сланець біотит-кварц-амфіболовий	кварц – 60 %, біотит – 15–20 %, амфібол – 20–25 %	брєкчєподібна	гранолепідо-бластова
16883/158	221,2	сланець амфібол-кварцовий	кварц – 50–55 %, біотит – 1–2 %, амфібол – 35–40 %	сланцювата	гранолепідо-бластова
16883/177	231,0	сланець біотит-амфібол-кварцовий	кварц – 50–60 %, біотит – 5–10 %, амфібол – 30–35 %	сланцювата	гранолепідо-бластова
16883/181	245,7	сланець біотит-амфібол-кварцовий	кварц – 40–45 %, біотит – 10 %, амфібол – 40 %	неорєнтована, масивна	гранолепідо-бластова
16883/189	246	сланець біотит-амфібол-кварцовий	кварц – 40–45 %, біотит – 10 %, амфібол – 40 %	неорєнтована, масивна	гранолепідо-бластова
16879/12	196,4	кварцит кумінгтонітовий	кварц – 80–85 %, амфібол – 15 %	такситова	гранобластова (мозаїчна)

Продовження табл. 6.2

Номери свердловин/зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура
16879/16	280	сланець біотит-карбонатний	карбонати – 80–85 %, біотит – 10–15 %, мусковіт – 5 %	неоднорідна	гетерограно-бластова
16879/20	351,1	кварцит	кварц – 90–95 %, кумінгтоніт – 5–10 %	шарувата	гетерограно-бластова
16879/21	366,5	сланець кварц-піроксеновий	кварц – 40–50 %, піроксен – 30 %, карбонати – 5–10 %, гідро слюди – 10 %	неоднорідна, слабшарувата	гетерограно-бластова
16879/31	466,9	сланець гідро-слюдистий кварц-польовошпатевий	кварц – 40–50 %, плагіоклаз – 35 %, гідро слюди – 15 %	шарувата	прихована кристалічна мікрозерниста
16879/38	552,6	сланець хлорит-слюдистий	хлорит + біотит – 30–70 %, кварц – 30 %	орієнтована	мікрозерниста, лепідобластова
16879/42	582,8	бластомілоніт (по карбонат-магнетитовому сланцю)	магнетит – 70 %, карбонати – 20–25 %, амфібол – 5–10 %	такситова, неоднорідна	бластомілонітова

Номери свердловин/зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура
16912/6		сланець хлорит-карбонатний	хлорит – 30–35 %, вуглецева речовина – 20–25 %, карбонат – 40–45 %	шарувата, брекчеподібна	гранолепідо-бластова
16912/14		сланець карбонат-біютит-хлоритовий	карбонат – 40–45 %, біютит + хлорит – 30 %, кварц – 30 %, магнетит – 1 %	шарувата, плейчаста, плямиста	гранолепідо-бластова
16912/20		сланець карбонат-біютит-хлоритовий	карбонат – 40–45 %, біютит + хлорит – 30 %, кварц – 30 %	шарувата, плейчаста, плямиста	гранолепідо-бластова
16912/22		сланець карбонат-біютит-хлоритовий	карбонат – 40–45 %, біютит + хлорит – 30 %, кварц – 30 %	шарувата, плейчаста, плямиста	гранолепідо-бластова
16912/27		сланець слюдисто-карбонатний	кальцит – 90 %, флогопіт + серицит – 5–8 %, магнетит – 1–2 %, кварц – 1 %	шарувата, плейчаста	лепідограно-бластова

Продовження табл. 6.2

Номери свердловин/зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура
16912/30		сланець слюдисто-карбонатний	кальцит – 45–50 %, флогопіт – 35–40 %, кварц – 5–8 %, рудні – 1–3 %	мікрошарувата, сланцювата	гранолепідо-бластова
16912/42		мікросланець слюдисто-карбонатний	кальцит – 80–85 %, флогопіт – 10–15 %	шарувата, плейчаста	мікрограно-лепідобластова
16887/5	53,5	сланець біотит-амфіболовий	кварц – 40–45 %, плагіоклаз – 20 %, біотит – 10–15 %, амфібол – 20 %	орієнтована, шарувата	гранолепідо-бластова
16887/38	158,4	плагіограніт біотит-роговообманковий (мігматит)	кварц – 55–60 %, плагіоклаз-олігоклаз – 20 %, біотит – 10–15 %, амфібол – 10–15 %	масивна	алотріоморфно-зерниста, нерівномірнозерниста
16888/24	173,3	сланець амфіболовий	амфібол – 85–90 %, кварц – 10–15 %, біотит – 1–3 %	орієнтована	граномагісто-бластова

Номери свердловин/зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура
16888/25	173,3	сланець біотит-амфібол-хлоритовий	кварц – 40–45 %, амфібол – 20–25 %, біотит – 20–25 %, хлорит – 5 %	смугаста, брекчеподібна	гранолепідо-бластина
16888/38	201,7	плагіограніт біотитовий	плагіоклаз – 35–40 %, кварц – 35 %, біотит – 10 %	масивна	гранітна
16888/46	216,3	сланець дрібнозернистий біотит-амфіболовий	кварц – 40–45 %, амфібол – 40–45 %, біотит – 10–15 %	орієнтовна смугаста	гранолепідо-бластина
16888/47	219	сланець біотит-амфіболовий, кристалічний	кварц – 20–25 %, плагіоклаз – 25–30 %, амфібол – 25–30 %, біотит – 15–30 %	євтакситова	гранолепідо-бластина
16888/79	285,3	мігматит біотит-роговообманковий	кварц – 40–45 %, плагіоклаз – 30–35 %, біотит – 5–10 %	смугаста гнейсоподібна	лепідограно-бластина
16903/5	92,0	гнейс, що переходить у слюдястий сланець	кварц – 35–40 %, польовий шпат – 25 %, біотит – 30–35 %	сланцювата, орієнтована	гранолепідо-бластина

Продовження табл. 6.2

Номери свердловин/зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура
16903/8	123,0	плагіограніт	кварц – 50 %, польовий шпат – 40–45 %, біотит – 5–10 %	масивна	порфірбластова, гранолепідо-бластова
16903/16	196,0	гнейс біотитовий слюдістий	кварц – 40–45 %, польовий шпат – 20 %, біотит – 30–35 %	орієнтована	гранобластова
16903/18	215,9	гнейс біотитовий слюдістий	кварц – 40–45 %, польовий шпат – 20 %, біотит – 30–35 %	орієнтована	гранобластова
16903/23	244,2	гнейс біотитовий слюдістий	кварц – 40–45 %, польовий шпат – 20 %, біотит – 30–35 %	орієнтована	гранобластова
16903/27	263,6	гнейс, що переходить у слюдістий сланець	кварц – 35–40 %, польовий шпат – 25 %, біотит – 30–35 %	сланцювата, орієнтована	гранолепідо-бластова
16903/31	290,5	катаклазит по плагіограніту	польовий шпат – 70 %, кварц – 2,5–30 %, епідот + кальцит – 30–35 %	орієнтована, очкова	катакластична
16906/14	207,1	граніт катаклазований мілонітизований	польовий шпат – 65–70 %, кварц – 30–35 %, слюда – до 5 %	орієнтована, очкова	катакластична

Номери свердловин/зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура
16906/16	212,0	катаклазит по плагіограніту	плагіоклаз – 45–50 %, кварц – 35–40 %, біотит – 30–35 %	орієнтована, очкова	катакластична
16906/18	217,4	катаклазит по плагіограніту	плагіоклаз – 45–50 %, кварц – 35–40 %, біотит – 30–35 %	орієнтована, очкова	катакластична
16906/23	227,4	катаклазит по плагіограніту	плагіоклаз – 45–50 %, кварц – 35–40 %, біотит – 30–35 %	орієнтована, очкова	катакластична
16906/25	234,7	катаклазит по плагіограніту	плагіоклаз – 25–30 %, кварц – 65–70 %, мусковіт – 5–10 %	орієнтована, очкова	катакластична
16906/39	261,0	граніт катаклазований, мілонізований	польовий шпат – 65–70 %, кварц – 30–35 %, слюда – до 5 %	сланцювата, очкова	гранобластова
16906/45	277,3	катаклазит по плагіограніту	плагіоклаз – 25–30 %, кварц – 65–70 %	орієнтована, очкова	катакластична
16906/48	318,5	катаклазит по лейкократовому граніту	польовий шпат – 55–60 %, кварц – 25–30 %, слюда – 5–10 %	сланцювата	гранобластова, катакластична

Номери свердловин/зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура
20500/293	190,5–196	сланець хлорит-кварц-біотитовий	кварц – 15 %, біотит – 65 %, хлорит – 15 %, плагіоклаз – 5 %	шарувата	немаюграно-бластова
20500/415	212–219,2	сланець	кварц – 15 %, біотит – 65 %, плагіоклаз – 20 %	шарувата	немаюграно-бластова
20500/500	232–238	сланець хлорит-кварц-біотитовий	кварц – 25 %, біотит – 40 %, плагіоклаз – 10 %, хлорит – 16 %, кальцит – 3 %, рудні – 1 %	шарувата	немаюграно-бластова
20500/1329	388,8–405,5	метапісковик	кварц – 75 %, кальцит – 20 %, плагіоклаз + кпш – 5 %	невпорядковано зерниста	бластопсамітова
20500/1501	436–439	сланець біотит-кварцовий	кварц – 60 %, біотит – 20–25 %, плагіоклаз – 10 %, мусковіт – 2,5 %, кальцит – 1,5 %	шарувата	немаюграно-бластова

Закінчення табл. 6.2

Номери свердловин/зразків	Глибина, м	Петрографічний тип породи	Мінералогічний склад, %	Текстура	Структура
20500/ 1754	484–486	сланець біотит-амфіболовий-кристалічний	кварц – 20–25 %, плагіоклаз – 25–30 %, амфібол – 25–30 %, біотит – 15–30 %, рудні – 1–2 %	евтакситова	граноліто-бластова
20500/ 2483	627–628	катаклазит по метаконгломерату	кварц – 60 %, польовий шпат – 10 %, кальцит – 10 %, хлорит – 20 %	брекчіподібна	катакластична, бластомілітова
20500/ 3737	885–886	метатісковик	польовий шпат + плагіоклаз – 65 %, кварц – 35 %	невпорядкована-зерниста	бластопамітова

### 6.3. Дослідження структури тріщинно-порового простору зразків гірських порід

Для вивчення структури тріщинного простору зразків гірських порід Криворізької надглибокої свердловини були проведені електронно-мікроскопічні дослідження, результати яких використано при аналізі та інтерпретації результатів сейсмоакустичних досліджень із застосуванням акустичного методу текстурного аналізу гірських порід і при моделюванні тектонофацій.

Для вивчення структури пустотного простору гірських порід використовуються сучасні методи обробки графічної інформації [69–75].

Обробка графічної інформації здійснювалася за допомогою програмно-апаратного комплексу РІР [12, 61–63], який дає можливість вивчати графічні об'єкти, починаючи із введення зображення і до отримання результатів інтерпретації.

Оптимальний алгоритм обробки графічної інформації такий:

- виготовлення аншліфів і шліфів із зразків гірських порід;
- отримання зображень пустотного простору в трьох ортогональних напрямках (по декілька зображень, вибраних випадково за кожним із напрямків);
- бінаризація зображень; визначення за допомогою спеціальних функцій Region Detect коефіцієнта пористості, шейп-параметра, периметра, формату, орієнтації кожної окремої пороти;
- усереднення отриманих результатів за окремими напрямками та для зразка загалом;
- порівняльний аналіз із даними петрографічних і мінералогічних досліджень з метою встановлення природи виявлених порот;
- порівняльний аналіз з даними сейсмоакустичних досліджень для оцінки впливу структури пустотного простору на акустичні та пружні постійні окремих петрографічних типів, окремих комплексів і розрізу загалом.

Результати досліджень структури пустотного простору деяких зразків гірських порід КНГС на основі програмно-апаратного комплексу РІР подані на рис. 6.1–6.6, а–д і відображають її складний характер. Аналіз тріщинуватості здійснювався на основі вивчення поведінки таких параметрів:

- площі, яку займають тріщини;
- мінімального, максимального та середнього значення площі;
- дисперсії площі, шейп-фактора, периметра і фактора форми тріщин.

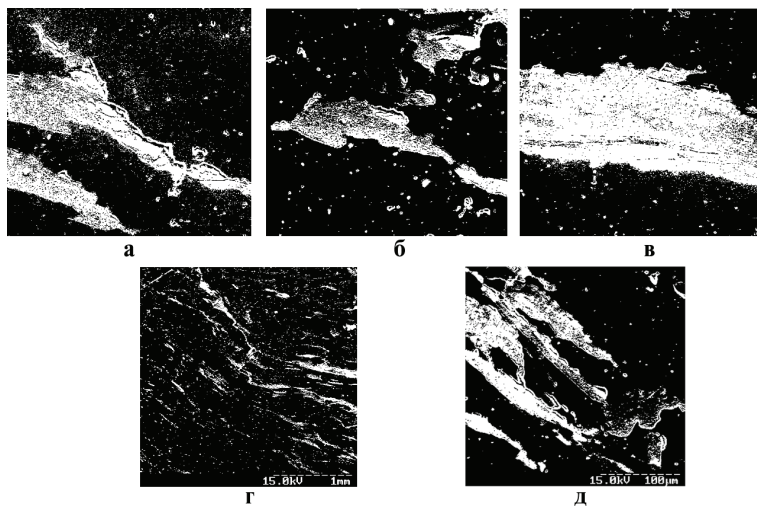
Результати інтерпретації показали, що мікротріщинуватість присутня практично в усіх зразках у вигляді мікротріщин, які оконтурюють окремі зерна мінералів.

Мікротріщини займають для зразка кварциту № 10401/2 (рис. 6.1, а–д) від 0,27 до 1,84 % об'єму породи; для зразка катаклазованого плагіомігматиту № 12969 (рис. 6.2, а–д) – від 0,2 до 1,56 % об'єму породи; для зразка катаклазованого плагіомігматиту № 13313 (рис. 6.3, а–д) – від 0,16 до 0,75 %; для зразка амфіболіту № 14357 (рис. 6.4, а–д) – від 0,28 до 1,34 %; для зразка плагіомігматиту № 20540 (рис. 6.5, а–д) – від 0,13 до 1,46 %; для зразка плагіограніту № 20739 (рис. 6.6, а–д) – від 0,28 до 1,7 %. Усереднені значення для зразків загалом становлять 0,92 % (№ 10401/2), 0,77 % (№ 12969), 0,48 % (№ 13313), 0,86 % (№ 14357), 0,93 % (20540), 0,98 % (№ 20739).

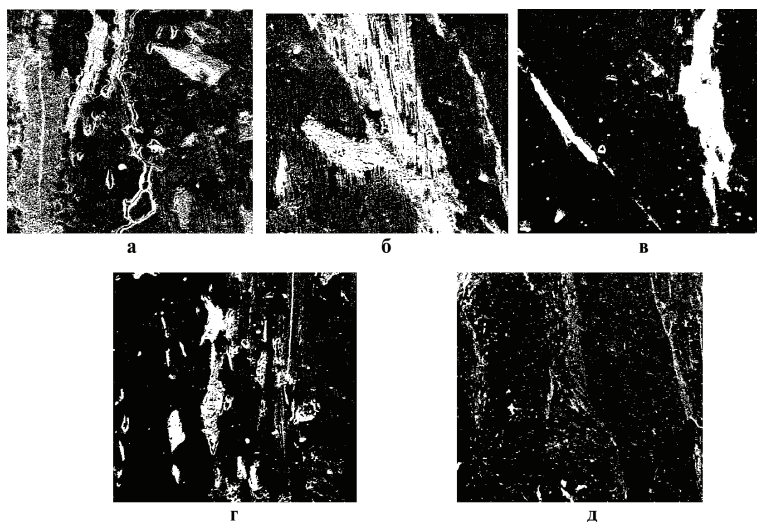
Наявність такого об'єму тріщин значно ускладнювала визначення пружних характеристик при експериментальних ультразвукових дослідженнях. Формати пустот для зразка № 10401/2 змінюються від 0,003 до 0,84; для зразка № 12969 – від 0,002 до 0,89, для зразка № 13313 – від 0,001 до 0,83, для зразка № 14357 – від 0,007 до 0,89, для зразка № 20540 – від 0,016 до 0,89, для зразка № 20739 – від 0,012 до 0,89. Значні розбіжності визначених параметрів свідчать про складні деформаційні процеси, що відбувалися з досліджуваними зразками порід.

Дослідження орієнтації пустот на площині практично всіх зразків показало наявність двох майже ортогональних систем мікротріщин, до яких належить до 90 % усіх пустот, що добре узгоджується з даними аналізу шліфів розглянутих зразків.

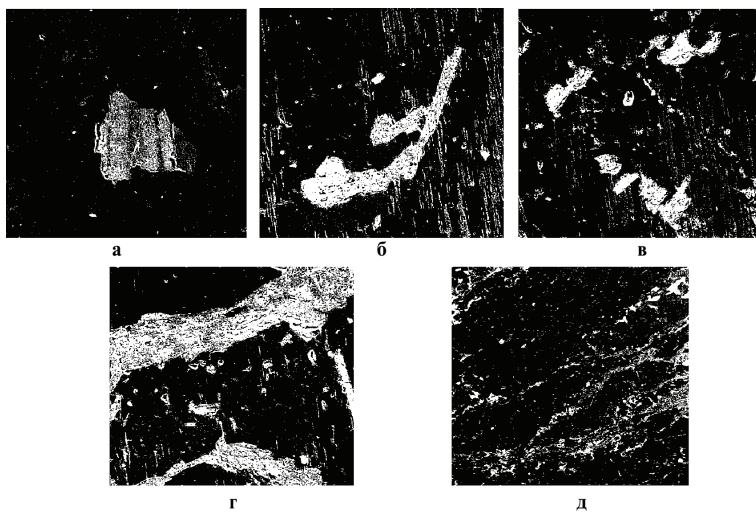
Аналіз зображень пустотного простору зразків під електронним мікроскопом за модулем *Region Detect* програмно-апаратного комплексу РІР показав, що формати пустот змінюються від  $10^{-3}$  до 0,8.



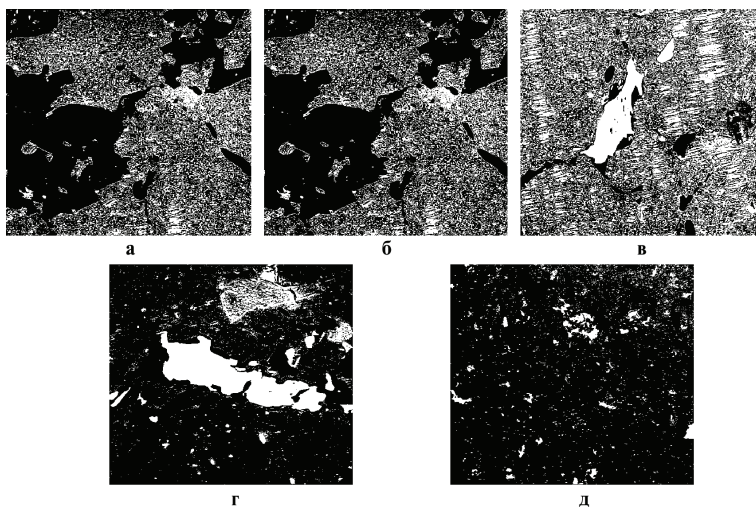
**Рис. 6.1.** Фотографії пористого простору зразка № 10401/2:  
 а – деталізується топографія; б, в, г – фазовий склад (збільшення  
 в 600 разів); д – оглядовий знімок (збільшення в 60 разів)



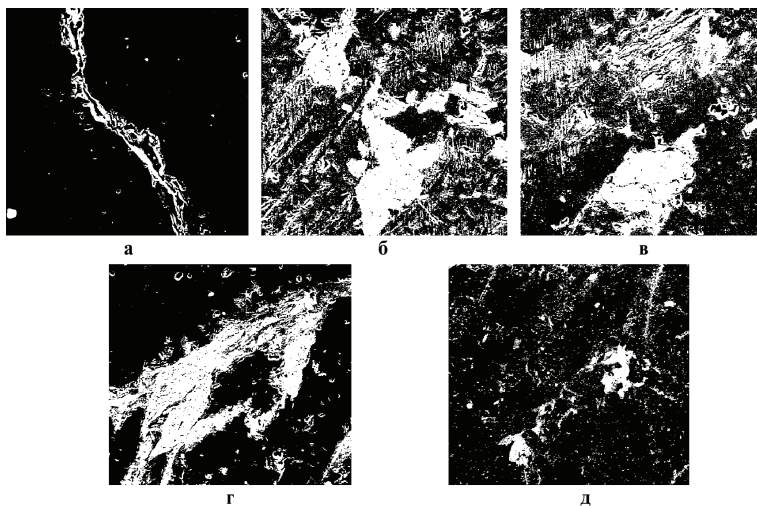
**Рис. 6.2.** Фотографії пористого простору зразка № 12969  
 (умовні позначення див. на рис. 6.1)



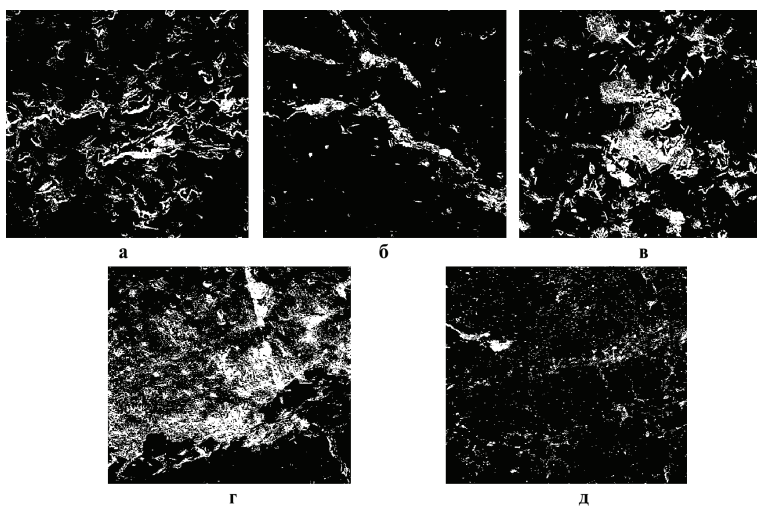
**Рис. 6.3. Фотографії пустотного простору зразка № 13313  
(умовні позначення див. на рис. 6.1)**



**Рис. 6.4. Фотографії пустотного простору зразка № 14357  
(умовні позначення див. на рис. 6.1)**



**Рис. 6.5. Фотографії пустотного простору зразка № 20540  
(умовні позначення див. на рис. 6.2)**



**Рис. 6.6. Фотографії пустотного простору зразка № 20739/2  
(умовні позначення див. на рис. 6.1)**

Результати електронно-мікроскопічних досліджень тріщинно-порового простору було використано при моделюванні впливу тріщинуватості на акустичні й пружні властивості гірських порід і при моделюванні акустичної й пружної анізотропії тектонофацій.

#### 6.4. Тектонофаціальний аналіз зразків гірських порід

Дослідження природи деформованих метаморфічних порід Криворіжжя базуються на парагенетичній основі, що враховує *PT*-умови та реологічні властивості (характер деформації за тривалої дії напружень) середовищ, а також відповідні цим властивостям механізми дислокаційних перетворень порід [99]. При цьому використовується уявлення про структурно-реологічні обстановки – катазону, мезозону і первинну й вторинну епізони. Подібні обстановки певною мірою співвідносяться з відомими петрологічними зонами Грубенмана [100]. Але від останніх відрізняються тим, що при їхньому виділенні в першу чергу враховуються реологічні фактори. До катазони при цьому віднесено високопластичні й навіть наближені до в'язкого середовища, що за *PT*-умовами під час деформації порід відповідають гранулітовій і амфіболітовій фаціям метаморфізму та ультраметаморфізму. Мезозона – це крихко-пластичне, а за великих деформацій пластичне і навіть своєрідне в'язке середовище, у межах якого дислокаційні перетворення порід відбуваються за участю динамометаморфізму зеленосланцевої фації [73], а в окремих випадках і в супроводі низько- та середньотемпературного метасоматозу. Епізона, на відміну від двох попередніх структурно-реологічних обстановок, являє собою холодне середовище, термальні умови якого нижче кінематичного порогу метаморфічних реакцій. Ця обстановка дуже контрастна у в'язкісному відношенні: до її сфери впливу потрапляють як слабо- та помірнолітіфіковані осадові породи (первинна епізона), так і охолоджені кристалічні породи, що в момент дислокаційних перетворень містилися біля поверхні (вторинна епізона).

З позицій тектонофаціального аналізу найважливішими концентраторами глибоких дислокаційних перетворень геологічних середовищ є розломи, а точніше відповідні їм зони, у межах яких подібні перетворення забезпечуються зсувною течією порід. На характер і морфологічні форми реалізації такої течії впливають відзначені вище реологічні фактори. З урахуванням останніх розломи поділяються на крихкі, крихко-в'язкі та в'язкі кліважні й сланцюваті [99, 101–103]. Перші два типи розломів розвинені виключно в епізоні, а два останніх – у мезозоні та катазоні відповідно.

Важливою складовою тектонофаціального аналізу є метод тектонофацій, який дає можливість визначення відзначених умов і ступенів дислокаційних перетворень порід і середовищ у зонах зсувної течії за спеціально прийнятою десятибальною шкалою. Така шкала базується на сумі якісних і кількісних ознак дислокаційних перетворень порід з урахуванням реологічних властивостей середовищ на всіх (доступних для структурного аналізу) масштабних рівнях. В основу такої шкали покладено розрахунки компонент деформації геологічних тіл по кінематичних осях  $a$  (напрямок максимального видовження),  $b$  і  $c$  (напрямок максимального стиснення) на базі моделі еліпсоїда обертання [99], що характеризує простий зсув, а для високопластичних середовищ, крім того, – на базі еліпсоїда видовження-скорочення. У межах такої шкали кожному балу перших восьми тектонофацій (ТФ I–VIII) відповідають десятиградусні інтервали ( $0-10^\circ$ ,  $11-20^\circ \dots 71-80^\circ$ ) кута зсуву за моделлю еліпсоїда обертання, а двом останнім (ТФ IX–X) – відповідно п'ятиградусні інтервали ( $80-85^\circ$ ,  $86-90^\circ$ ).

За результатами тектонофаціального аналізу, виконаних О.І. Лукієнком, Є.І. Паталахою та В.В. Гончаром [40, 104], установлено, що в Кривбасі, крім добре вивченої крихкої розривної тектоніки, широко розвинена і в'язка розривна тектоніка, що тісно пов'язана із зональним метаморфізмом, утвореним амфіболітовою, епідот-амфіболітовою та зеленосланцевою фаціями, і яка відіграє найсуттєвішу роль у формуванні тектонічної структури об'єкта досліджень.

Автори диференціювали дислокаційні структури Кривбасу за термодинамічними умовами і реологічними властивостями [40, 104] і визначили такі реологічні типи дислокаційних структур:

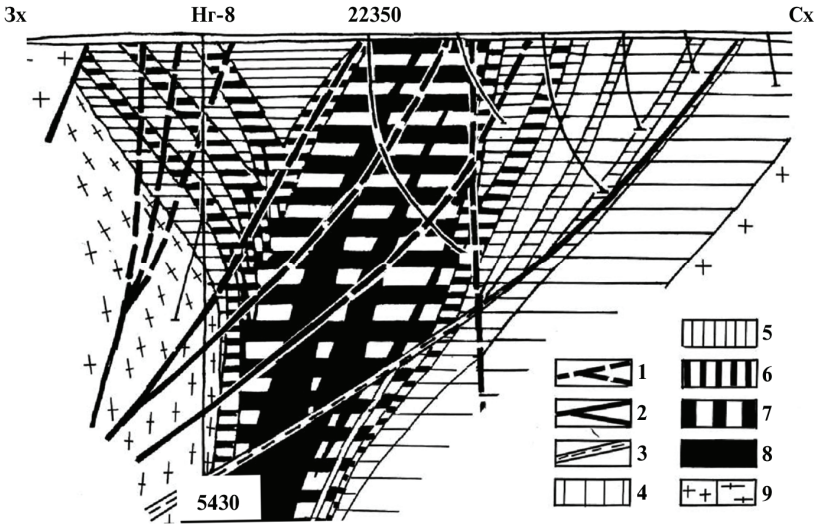
- в'язкі розломи катазони – мезозони;
- в'язкі кліважні розломи вторинної мезозони;
- субв'язкі розломи вторинної епізони;
- крихко-в'язкі розломи і прирозломні складки та флексури вторинної епізони;
- крихкі розломи.

У тектонофаціальному відношенні ділянка досліджень повністю належить до Криворізької в'язкорозломної зони (КВРЗ) і за даними О.І. Лукієнка і Є.І. Паталахи [104] являє собою тектонічну структуру шовного типу, що має меридіональне простягання. Більшість її в'язких розломів накладаються один на одного крайовими частинами і у зв'язку з цим найчастіше представлені своїми лише центральними частинами і відповідно найбільш високобальними тектонофаціями – VII–X, а в деяких випадках VIII–X. Загальний розподіл фацій по розрізу, що охоплює КНГС-8, свердловину "Супутник-2" і прилеглі райони, показано на рис. 6.7 і 6.8.

Вищі тектонофації спостерігаються у західного борту синклінорію, де найбільш характерними є умови мезозони. У східній частині розрізу провідне місце посідають тектонофації нижньої й верхньої мезозон. На особливу увагу заслуговує факт підвищення ступеня деформованості у східному напрямку і в прилеглих із заходу гранітоїдних породах.

Визначення рівня перетворень динамічного, динамотермального метаморфізму (за десятибальною шкалою) і динамічної анізотропії зразків Криворізької надглибокої свердловини за текстурними ознаками здійснювалося за оригінальною методикою, яка базується на використанні моделі деформаційного еліпсоїда обертання [99, 105].

За цією моделлю кожному балу тектонофації відповідають вісім десятиградусних інтервалів і два п'ятиградусні інтервали кута зсуву (табл. 6.3). Розрахунки компонент деформації вздовж основних кінематичних осей такого еліпсоїда для кожного (із числа відзначених десяти) інтервалу відзначеного кута наведено в табл. 6.3.

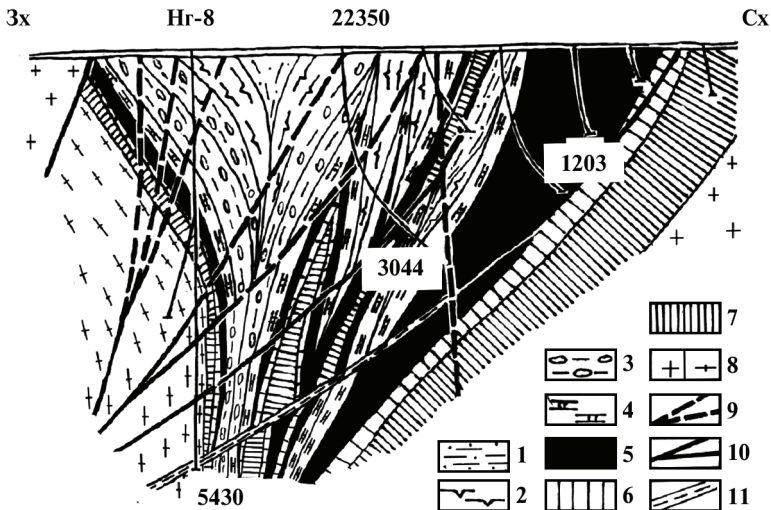


**Рис. 6.7. Тектонофаціальний розріз**

**Криворізької надглибокої свердловини та її полігону.**

**Умовні позначення: 1, 2 – розломи вторинної епізони (крихкі (1) та крихко-в'язки (2)), 3 – в'язкі кліважні розломи вторинної мезозони, 4–8 – тектонофації в'язких розломів мезозони-катазони, кліважних – V–VII (4), кліважно-кристалізаційно-сланцюватих розломів – V–VII (5) і VIII–IX (6), кристалізаційно-сланцюватих – VIII–IX (7) і X (8), 9 – тектонофації I–IV (ліворуч), більше IV (праворуч) у плагіогранітоїдах**

Якщо в тілі, що зазнає однорідної плоскої деформації, виділити квадрат і вписати в нього коло радіусом  $r$  з осями  $a$  і  $c$ , які відповідають напрямкам розтягання і стиснення і на початку орієнтовані під кутами  $45^\circ$  до площини зсуву (напрямку дії головних дотичних напружень), зсув приведе до перетворення цього квадрата в паралелепіпед, а кола – в еліпс з осями  $a > c$ . При зростанні деформації вісь  $a$  поступово видовжується, а вісь  $c$  навпаки скорочується. Крім того, обидві осі змінюють свою орієнтацію, обертаючись у напрямку зсуву. Відносні розміри цих осей і значення кутів  $\beta$  (кут між віссю  $a$  і площиною течії) та  $\gamma$  (кут зсуву між гранями квадрата і паралелепіпеда) характеризують величину деформації.



**Рис. 6.8. Геологічний розріз Криворізької надглибокої геологічної свердловини та її полігону, побудований з урахуванням тектонофаціальної інформації. Умовні позначення: 1–3 глесватська світа: метапісковики (1), метаалевроліти (2) і метакогломерати (3), 4 – гданцівська світа, 5 – саксаганська світа, 6 – скелеватська світа, 7 – новокриворізька світа, 8 – плагіограніти сурсько-токівського комплексу, 9–10 – розломи крихкі (9), крихков'язкі (10) вторинної епізони, 11 – розломи в'язко-квіважні вторинної мезозони**

За цією моделлю компоненти деформації ( $\varepsilon$ ) еліпсоїда за напрямками основних його осей визначаються за формулами

$$\varepsilon_a = (a - d) / d, \quad \varepsilon_c = (c - d) / d. \quad (6.1)$$

Крім того, для визначення бальності тектонофацій катазони, мезозони та вторинної епізони як зразків гірських порід КНГС, так і свердловин полігону, була використана ціла низка природних ознак, що добре узгоджуються з відзначеними показниками деформації, розрахованими на прикладі моделі еліпсоїда обертання. Відповідні дані про шкали тектонофацій катазони і мезозони, а також ознаки тектонофацій верхньої епізони за характером та інтенсивністю тріщинуватості й структур глибокого руйнування гірських порід наведено в табл. 6.4–6.6 [102, 103, 106].

**Таблиця 6.3. Частина шкали тектонофацій, розрахована на прикладі моделі еліпсоїда обертання (за Є.І. Паталахою, 1985)**

Показники деформації	Бали тектонофацій									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
За кутом зсуву, $\gamma$	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80	80–85	85–90
За компонентою розтягання, $\epsilon_a$	0–10	10–20	20–40	40–60	60–80	80–120	120–200	200–480	480–1060	> 1060
За компонентою стиснення, $\epsilon_c$	0–9	9–17	17–29	29–38	38–45	45–55	55–67	67–83	83–91	91–100
За відношенням $a : c$	1–1,2	1,2–1,4	1,4–2,0	2,0–2,6	2,6–3,2	3,2–4,8	4,8–9,0	9,0–33,3	33,3–142,9	> 142,9

Оскільки кварц є чутливим індикатором деформацій в метаморфічних породах, унаслідок його здатності до переважної кристалографічної орієнтації петрографічні дослідження одночасно супроводжувались мікропетроструктурними дослідженнями орієнтації оптичних осей кварцу в орієнтованих шліфах перпендикулярно до осей  $b$  та  $a$ .

Вибіркові результати комплексного аналізу й узагальнення результатів петрографічних і тектонофаціальних досліджень із КНГС наведено в табл. 6.1.

Відбір зразків з полігону КНГС для петрографічних і сейсмоакустичних досліджень був проведений із дев'яти свердловин, які розміщені досить рівномірно на площі ділянки і охоплюють фактично всі її основні структурні елементи. Зразки були відібрані як із глибоких свердловин (св. 22350 "Супутник-2", глибина 3044 м; св. 20500 "Супутник-1", глибина 1028 м), так із порівняно неглибоких (глибина від 300 до 750 м).

У тектонофаціальному відношенні породи св. 22350 відповідають найбільш високобальним тектонофаціям VII–X, а в деяких випадках навіть IX–X катазони, за винятком невеликих інтервалів у приустьевій та призабійній частинах, яким відповідають тектонофації VII–IX балів мезозони [40]. Породи св. 20500 "Супутник-1" характеризуються VII–IX бальними тектонофаціями мезозони.

**Таблиця 6.4. Шкала тектонофацій катазони за мезо- та мікрознаками**  
(за О. І. Лукієнком і Д. В. Кравченком, 2002)

Ознаки тектонофацій	Бали тектонофацій									
	позарозломних ділянок		зовнішньої периферії розломів		крайової частини розломів			осьової частини розломів		
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
За формами прояву вогниного розшарування порід на мікромірівні	Мікrorозшарування відсутнє		Пошарове кристалізаційне розшарування порід		Трансляційне або грануляційне розшарування порід у супроводі кристалізаційного			Трансляційне або грануляційне розшарування порід		
За кутами між великими площинами ( <i>ab</i> ) плоских зерен породотвірних мінералів та віссю <i>a</i> (лінійністю)	Зерна орієнтовані хаотично		до 35 до 30		до 25 до 20 до 15			до 10 до 5 до 0		
За <i>a</i> : <i>c</i> зерен породотвірних мінералів та мікро- і мезо включень	1,0–1,2		1,3–2,5		2,6–3,0 3,1–4,0 4,1–6,0			6,1–10,0 10,1–20,0 > 20		
За структурою порід	Зберігається первинна		Зберігається первинна, але з рідкими гранолепідобlastовою		Гранолепідобlastова з реліктами первинної			Лепідогранобlastова, лепідобlastова		
За текстурою порід	Масивна		Масивна з рисами сланцюватої		Грубо та помірно сланцювата			Інтенсивно сланцювата		

**Таблиця 6.5.** Шкала тектонофацій мезозони за характером кліважування порід  
(за О. І. Лукієнком)

Ознаки ТФ	Бали тектонофацій									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
За товщиною мікро-лігонів, см	> 3	1,5–3	0,9–1,5	0,3–0,9	0,1–0,3	< 0,1				
		Кліваж відсутній			8–15					
За величиною розпліщення – видовження (а : с) мікро- та мезотіл при кліважуванні	1,0									
	1,0–1,2									
	1,8–3,5									
	3,5–8,0									
	8–15									
	1,5–3									
	0,7–1,5									
	0,1–0,7									
	< 0,1									
	8–15									
	1,0–1,2									
	1,8–3,5									
	3,5–8,0									
	8–15									
	> 15									

**Таблиця 6.6.** Ознаки тектонофацій верхньої епізони за характером та інтенсивністю тріщинуватості й структур глибокого руйнування гірських порід (за О.І. Лукієнком)

Ознаки тектонофацій за типом структур	Бали тектонофацій										
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	
Розмірами блочків, улаmkів, тектоно-кластів, см	> 150	Тріщинуватість			Тектонічні брекчії						
		80–150	50–80	25–50	15–25	8–15	3–8	0,9–3	0,1–0,9	Какалязити	Мілоніти
	0,1–0,9										
	< 0,1										

На незначних інтервалах породи свердловин "Супутник-1" і "Супутник-2" зазнали впливу крихко-в'язкої та крихкої тектоніки вторинної епізони. Крихко-в'язкі розломи і пов'язані з ними складчасті структури вторинної епізони на ділянці робіт представлені дуже вузькими (шириною рідко більше сотні метрів) зонами інтенсивного механічного руйнування гірських порід [40, 90, 94]. Вони мають чітко виражений шов, виповнений продуктами мікрокатаклазу і мілонітизації гірських порід, та "сорочку", складену дуже сильно подрібненими породами. Ці розломи в дислокаційному відношенні несуть внутрішню зональність, що характеризується тектонофаціями VII–X, де тектонофація X маркує мілонітовий шов, а тектонофація VII – ділянки відносно найбільш грубого дроблення порід.

Крихі розломи вторинної епізони представлені тільки мілонітовими швами шириною не більше перших десятків метрів і маркуються винятково тектонофаціями IX–X.

У тектонофаціальному відношенні породи св. 16879 імовірно відповідають досить високобальним тектонофаціям VII–IX нижньої мезозони, які зазнали впливу крихких і в'язко-крихких деформацій вторинної епізони.

Породи св. 16883, 16887 і 16888 у тектонофаціальному плані за даними аналізу структурно-текстурних ознак відповідають вищим тектонофаціям VII–IX, а можливо, і X катазони, а деякі з них зазнали ще й подальшого впливу крихких і крихко-в'язких деформацій.

Дані комплексних досліджень показали, що метаморфічні породи КНГС і свердловин полігону мають надзвичайно складну деформаційну історію. Основні структурні елементи району досліджень розбиті на тектонічні блоки різного масштабу, зміщені один відносно одного.

Формування метаморфічних порід відбувалося в умовах інтенсивного бокового стиснення, що підтверджується переважною орієнтацією зерен породотвірних мінералів і мікротріщин уздовж осі  $x_3$ .

За результатами комплексних досліджень зразків метаморфічних порід КНГС і свердловин полігону було визначено:

- мінералогічний склад;
- структуру і текстуру зразків порід;
- для більшості зразків метаморфічних порід КНГС і св. 22350 "Супутник-2" рівень деформаційних перетворень, який показав, що породи цих свердловин представлені найбільш високобальними тектонофаціями VI–X, часто IX–X мезозони і ка-тазони відповідно;
- структуру тріщинно-порового простору гірських порід;
- формати зерен мінералів і формати пустот і мікротріщин та їхню переважну орієнтацію.

Значне коливання величин при визначенні цих параметрів свідчить про складні деформаційні процеси, за яких відбувалося формування метаморфічних порід КНГС та її полігону. Отримані результати були в подальшому використані при інтерпретації даних експериментальних сейсмоакустичних досліджень, моделюванні тектонофацій та їхній якісній і кількісній оцінці із застосуванням акустичного методу текстурного аналізу гірських порід.

# 7. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АНІЗОТРОПІЇ АКУСТИЧНИХ І ПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТЕКТОНОФАЦІЙ МЕТАМОРФІЧНИХ ПОРІД

---

---

Анізотропія акустичних і пружних властивостей метаморфічних порід КНГС та її полігону зумовлена різноманітними факторами [29, 88, 89, 107, 110], а саме:

- кристалографічною орієнтацією та формою зерен породотвірних мінералів;
- формою, концентрацією та орієнтацією мікротріщин;
- тонкою шаруватістю;
- напруженим станом або реологічними умовами, в яких відбувалося формування і перетворення гірських порід.

Породи криворізької зони за довгий час свого існування піддавалися неодноразовим тектонічним деформаціям, які в тій або іншій формі знаходять своє відображення у структурах і текстах гірських порід [40, 77, 88, 89, 90, 91, 96–97, 109, 110].

При інтерпретації даних експериментальних сейсмоакустичних досліджень основне завдання полягало в реальній математичній оцінці впливу кожного із цих факторів на ефективні акустичні й пружні властивості з подальшим застосуванням отриманих даних при вирішенні задач тектонофаціального аналізу.

Визначення впливу тектонічних деформацій на анізотропію акустичних і пружних властивостей метаморфічних порід Кривбасу було оцінено за результатами математичного моделювання ефективних пружних постійних гірських порід з використанням

багатокомпонентної моделі, яка була максимально наближена до будови реальних текстур метаморфічних порід, що зазнали неодноразових незворотних деформацій, техногенного впливу при бурінні свердловини і релаксації напруг при розвантаженні керна.

Багатокомпонентна модель деформованої текстури гірської породи являє собою матричну модель (твердий скелет) з орієнтованими включеннями у вигляді сфероїдів різного формату

$\alpha = \frac{c}{a}$  (тут  $c$ ,  $a$  – коротка і довга осі сфероїда). Кристалографічні

осі сфероїдальних зерен породотвірних мінералів були орієнтовані вздовж осей сфероїда. Мікротріщини моделювалися сфероїдами формату  $\alpha = 10^{-1} \div 10^{-4}$ . Це забезпечило можливість моделювання практично всіх типів текстур метаморфічних порід Кривбасу.

Для вирішення поставленої задачі застосовувався метод умовних моментних функцій з використанням розрахункової схеми Морі–Танака [51, 52, 111, 112].

## 7.1. Математичні моделі тектонофацій

Текстурні особливості метаморфічних порід відображають термодинамічні умови та реологічні механізми дислокаційних структур Кривбасу, які формувалися згідно з даними тектонофаціального аналізу в такій послідовності:

- в'язкі розломи ката зони-мезозони;
- в'язкі кліважні розломи вторинної мезозони;
- субв'язкі розломи вторинної епізони;
- крихков'язкі розломи і прирозломні складки та флексури вторинної епізони;
- крихкі розломи [40, 99, 104].

Метаморфічні породи Криворіжжя зазнавали пластичних, пружно-пластичних і крихких деформацій [40, 88, 89, 110]. Пластичні деформації суттєво змінювали їхню внутрішню структуру і текстуру, а іноді й мінеральний склад. Подібні типи деформацій пов'язані з пластичним перетворенням порід і супрово-

джуються формуванням складок ламінарного типу, сланцюватістю, перекристалізацією і кристалографічною орієнтацією мінералів. Пружно-пластичні деформації характеризуються широким розвитком кліважу і кліважної сланцюватості [40]. Крихкі деформації супроводжувалися розвитком тріщинуватості в гірських породах (з різною орієнтацією тріщин) і катаклазом крихких мінералів. Усі ці деформації знайшли своє відображення у структурах і текстурах метаморфічних порід КНГС та її полігону. Природно, що деформації кожного типу мають суттєво відрізнятись за параметрами акустичної й пружної анізотропії [40, 110].

З метою оцінки цих параметрів метаморфічних порід Кривбасу було розроблено математичні моделі тектонофацій, які враховують вплив деформацій різної природи.

Математичні моделі тектонофацій метаморфічних порід Кривбасу враховують вплив деформацій різної природи, а саме: пластичні, пружно-пластичні, крихкі й комбіновані.

При моделюванні за основу було взято результати тектонофаціального вивчення структури Кривбасу [40, 73, 104], мікро- і макроскопічні дослідження зразків гірських порід КНГС та її полігону, результати обробки електронно-мікроскопічних зображень шліфів і відповідні шкали тектонофацій, розроблені для катазони за мезо- і мікроознаками, мезозони за характером кліважування порід і верхньої епізони за характером та інтенсивністю тріщинуватості [99, 102, 103].

У першу чергу було враховано такі ознаки тектонофацій:

- кут між великими площинами ( $ab$ ) плоских зерен породотвірних мінералів і віссю  $a$  (лінійністю);
- відношення  $a : c$  зерен породотвірних мінералів і мікро- та мезовключень;
- товщина мікролітонів;
- відношення *розплющення–видовження*  $a : c$  мікро- та мезотіл при кліважуванні;
- розміри блочків, уламків, тектонокластів.

*Пластичні моделі тектонофацій*

Кристалізаційне розсланцювання (умови катазони) у в'язких розломах супроводжується орієнтуванням плоских і видовжених зерен породотвірних мінералів і пластичною формозміною цих

зерен та агрегатів і розвитком анізотропних текстур – сланцюватих у метаосадових і метавулканічних породах і гнейсуватих у гранітоїдах. Розглянуто три типи моделей тектонофацій, що відповідають пластичним деформаціям.

*Модель I.* "Сланець біотитовий" характеризує переважний вплив кристалографічної орієнтації породотвірних мінералів на параметри акустичної й пружної анізотропії. Мінеральний склад: біотит – 40 %, плагіоклаз – 33 %, кварц – 26 %. Модель армувалася мікротріщинами, що як і основні породотвірні мінерали для нижчих балів тектонофацій I–IV були рівномірно орієнтовані паралельно осям  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ .

Формат мікротріщин  $\alpha$  взято  $\alpha = 0,01$ , формат зерен кварцу і плагіоклазу – як  $\alpha = 0,3$ , а біотиту –  $\alpha = 0,1$ , що відповідає середньому формату зерен зазначених мінералів [40, 88, 89, 113].

Поступово концентрація орієнтованих зерен породотвірних мінералів і мікротріщин уздовж осей  $x_1$ ,  $x_2$  зі збільшенням бала тектонофацій від V до X зменшувалася з одночасним збільшенням її по осі  $x_3$ . Так, для тектонофації X [5] концентрація орієнтованих зерен породотвірних мінералів і мікротріщин по осі  $x_3$  сягає 95 %.

*Модель II.* "Сланець біотитовий" характеризує вплив на зміну параметрів акустичної й пружної анізотропії просторової орієнтації породотвірних мінералів за формою. Мінеральний склад той же, що й для моделі I.

Формат зерен породотвірних мінералів кварцу і плагіоклазу  $\alpha$  змінювався від  $\alpha = 0,3$  для тектонофації V до  $\alpha = 0,03$  для тектонофації X, від  $\alpha = 0,1$  для тектонофації V до  $\alpha = 0,01$  для тектонофації X – для біотиту. Формат мікротріщин  $\alpha$  змінювався від  $\alpha = 0,05$  для тектонофації V до  $\alpha = 0,0005$  для тектонофації X. Ураховуючи той факт, що за численними тектонофаціальними дослідженнями [40, 102, 103] у тектонофації V катазони починають зникати мікротріщини, а в тектонофації VIII вони практично відсутні, концентрація мікротріщин змінювалася від  $\xi = 1$  % для тектонофації V до  $\xi = 0,1$  % для тектонофації X.

*Модель III* представлена двома різновидами: "амфіболіт" – модель III, *а* і "залістий кварцит" – модель III, *б*. Вона являє собою комбіновану модель накладених деформацій, що одночасно враховує вплив на акустичні й пружні постійні, і параметри анізотропії об'ємних пружних хвиль кристалографічної орієнтації мінералів і мікротріщин та їхню орієнтацію за формою (слапцюватість). Мінеральний склад: "амфіболіт" : плагіоклаз – 9 %; амфібол – 72 %, кварц – 18 %; "залістий кварцит" : кварц – 57 %, магнетит – 24 %, амфібол – 18 %.

Для тектонофацій I–IV включення породотвірних мінералів і мікротріщин орієнтувалися хаотично вздовж осей  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ , формат включень змінювався від  $\alpha = 0,9$  для тектонофації I до  $\alpha = 0,5$  для тектонофації IV. Моделювання тектонофацій V–X катазони, що були виділені в Кривбасі [40, 103], здійснювалося з урахуванням того факту, що гірські породи зазнали відчутного бокового стиснення. Цей факт сприяє переважній орієнтації включень породотвірних мінералів і мікротріщин паралельно осі  $x_3$  та різкій зміні формату включень, що проявляється у видовженні зерен мінералів паралельно осі  $x_3$ . Формат включень породотвірних мінералів при цьому змінювався від  $\alpha = 0,3$  для тектонофації V до  $\alpha = 0,05$  для тектонофації VIII і сягав  $\alpha = 0,01$  для тектонофації X.

Концентрація орієнтованих включень по осі  $x_3$  змінювалася від 40 % для тектонофації V до 90 % для найвищої тектонофації X. Істотно змінювався формат і концентрація мікротріщин. Так, формат мікротріщин  $\alpha$  коливався від  $\alpha = 0,05$  для тектонофації V до  $\alpha = 0,0005$  для тектонофації X катазони. Ураховуючи той факт, що за численними тектонофаціальними дослідженнями [40, 89, 101, 106] в тектонофації V катазони починають зникати мікротріщини, а в тектонофації VIII вони практично відсутні, концентрація мікротріщин  $\xi$  за результатами тектонофаціальних, петрографічних і електронно-мікроскопічних досліджень змінювалася від  $\xi = 2$  % для тектонофації V до  $\xi = 0,1$  % для тектонофації X.

### *Пружно-пластичні моделі тектонофацій*

Процеси кліважування (умови мезозони) моделювалися як односистемне в'язке сколювання у супроводі локалізованої вздовж площин сковзання перекристалізації порід.

*Модель IV* враховує вплив кристалографічної орієнтації породотвірних мінералів, їхню орієнтацію за формою та вплив односистемного в'язкого сколювання на акустичні й пружні параметри анізотропії [40, 104]. При цьому мікротріщини майже закриті, що характеризує механічне послаблення. Як і для моделі III розглянуто дві моделі: "залізистий кварцит" – модель IV, а і "сланець біотитовий" – модель IV, б. Мінеральний склад моделі "залізистий кварцит" аналогічний як і для моделі III. Мінеральний склад моделі "сланець біотитовий": кварц – 25 %, біотит – 40 %, плагіоклаз – 35 %.

Кліваж імітувався слабзорзкритими тріщинами сфероїдального формату від  $\alpha = 0,7$  для тектонофації I мезозони до  $\alpha = 0,005$  для тектонофації X. Мікротріщини були орієнтовані довгою віссю вздовж осі  $x_3$ . При цьому сфероїдальні зерна породотвірних мінералів: кварцу, біотиту, магнетиту і плагіоклазу були орієнтовані хаотично з рівномірним розподілом уздовж осей  $x_1$ ,  $x_2$  і  $x_3$  для тектонофацій I–IV. Для тектонофацій V–X, як і у випадку катазони (моделі I, II і III), моделювання ефективних акустичних і пружних постійних метаморфічних порід КНГС було проведено з урахуванням факту збільшення однонаправленої орієнтації зерен породотвірних мінералів уздовж осі  $x_3$  від 40 % для тектонофації V до 90 % для тектонофації X. Формат одноорієнтованих зерен породотвірних мінералів для обраних моделей змінювався від  $\alpha = 0,7$  для нижчих тектонофацій до  $\alpha = 0,03$  для тектонофацій IX–X. Концентрація мікротріщин  $\xi$  за результатами тектонофаціальних, петрографічних і електронно-мікроскопічних досліджень змінювалася від 4 % для тектонофації I мезозони до 2 % для VIII тектонофації й становила 1 % для найвищої тектонофації X мезозони.

### *Крихкі моделі тектонофацій*

Моделі крихких деформацій розглянуто на прикладі метаморфічних порід [88–89], що сформувалися в умовах низькоте-

мпературного метаморфізму з ортогональними системами тріщин. Вплив різних систем орієнтації тріщин на ефективні акустичні й пружні постійні метаморфічних гірських порід Криворіжжя та параметри анізотропії об'ємних пружних хвиль розглянуто на прикладі трьох моделей "кварциту біотитового" і моделі "залістий кварцит".

*Модель V.* "Кварцит біотитовий з однією системою тріщин". Мінеральний склад моделі: кварц – 88 %, біотит – 12 %. Концентрація однонаправлених мікротріщин  $\xi$ , орієнтованих уздовж осі  $x_3$ , змінювалася від 2 % для тектонофації I епізони до 1 % для тектонофації V і становила 0,1 % для тектонофації X. При цьому формат сфероїдальних мікротріщин брався рівним  $\alpha = 0,3$  для тектонофації I і змінювався послідовно до  $\alpha = 0,0005$  для найвищої X тектонофації епізони.

Сфероїдальні зерна породотвірних мінералів кварцу і біотиту спочатку для тектонофацій I–IV (як у випадку катазони і мезозони) були орієнтовані хаотично з рівномірним розподілом уздовж координатних осей  $x_1, x_2, x_3$ . Для вищих тектонофацій V–X моделювання ефективних акустичних і пружних постійних моделі V в умовах епізони було здійснено за умови збільшення однонаправленої орієнтації зерен кварцу і біотиту вздовж осі  $x_3$  від 40 % для тектонофації V до 90 % для тектонофації X.

*Модель VI.* "Кварцит біотитовий з двома системами ортогональних тріщин". Мінеральний склад такий, як і для моделі V. Тріщини орієнтовані вздовж осей  $x_1$  і  $x_2$ . Концентрація мікротріщин  $\xi$  змінювалася від 2 % для тектонофації I епізони до 1,5 % для тектонофації V і становила 0,3 % для тектонофації X. Формат сфероїдальних мікротріщин брався рівним  $\alpha = 0,3$  для тектонофації I і зменшувався до  $\alpha = 0,0005$  для найвищої X тектонофації епізони. Інші параметри моделі аналогічні моделі V.

*Модель VII.* "Кварцит біотитовий з трьома системами ортогональних тріщин". Мінеральний склад моделі незмінний, як і в попередніх двох моделях. Мікротріщини орієнтовані вздовж осей  $x_1, x_2$  і  $x_3$ . Концентрація мікротріщин  $\xi$  змінювалася від 3 % для тектонофації I епізони до 1,5 % для тектонофації V

і становила 0,5 % для тектонофації X. Формат сфероїдальних мікротріщин брався рівним  $\alpha = 0,3$  для тектонофації I і зменшувався до  $\alpha = 0,001$  для найвищої X тектонофації епізони. Інші параметри моделі аналогічні моделі V.

*Модель VIII.* "Залістий кварцит в умовах крихких деформацій" характеризує текстуру залістого кварциту з двома системами ортогональних мікротріщин [88–89]. Концентрація ортогональних мікротріщин  $\xi$  змінювалася від 4 % для тектонофації I епізони до 2,5 % для тектонофації V і становила 1,5 % для тектонофації X. При цьому формат сфероїдальних мікротріщин брався рівним  $\alpha = 0,5$  для тектонофації I та змінювався послідовно до  $\alpha = 0,005$  для найвищої X тектонофації епізони.

Сфероїдальні зерна породотвірних мінералів амфіболу і магнетиту спочатку для тектонофацій I–IV (як у випадку катазони і мезозони) були орієнтовані хаотично з рівномірним їхнім розподілом уздовж координатних осей  $x_1, x_2, x_3$ . Для вищих тектонофацій V–X моделювання ефективних акустичних і пружних постійних моделі "залістий кварцит" в умовах епізони було здійснено за умови збільшення однонаправленої орієнтації зерен мінералів уздовж осі  $x_3$  від 50 % для тектонофації V до 95 % для тектонофації X.

Пружні постійні породотвірних мінералів, використані при моделюванні акустичної й пружної анізотропії тектонофацій, наведено в табл. 7.1.

**Таблиця 7.1. Пружні постійні й густина породотвірних мінералів, які використовувалися при числових розрахунках ефективних пружних постійних моделей гірських порід [110]**

Мінерал	Пружні постійні мінералів, ГПа									Густина, г/см <sup>3</sup>
	$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{55}$	$C_{66}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{23}$	
Кварц	86,74	86,74	107,2	57,94	57,94	39,87	6,99	11,91	11,91	2,65
Біотит	186,0	186,0	54,0	5,8	5,8	76,8	32,4	11,6	11,6	3,05
Амфібол	129,3	179,6	205,9	61,7	39,4	44,5	61,7	62,8	59,7	3,15

Мінерал	Пружні постійні мінералів, ГПа									Густина, г/см <sup>3</sup>
	C <sub>11</sub>	C <sub>22</sub>	C <sub>33</sub>	C <sub>44</sub>	C <sub>55</sub>	C <sub>66</sub>	C <sub>12</sub>	C <sub>13</sub>	C <sub>23</sub>	
Плагіоклаз	80,6	163	124	17,7	27,4	36,2	41,7	53,8	37,4	2,69
Магнетит	275	275	275	95,5	95,5	95,5	104	104	104	5,18
Мусковіт	181	178,4	58,6	16,5	19,5	72,0	48,8	25,6	21,2	2,98

## 7.2. Теорія методу числових розрахунків анізотропії ефективних пружних властивостей

В основі методу акустичного аналізу текстур гірських порід лежить азимутальна залежність їхніх ефективних пружних властивостей від орієнтації мінералів і мікротріщин.

В існуючих методиках [114, 115] за відомої залежності пружних властивостей мінералу  $C(g)$  від орієнтації середнє значення цієї властивості текстури гірської породи  $\bar{C}$  визначається інтегралом

$$\bar{C} = \int C(g) f(g) dg, \quad (7.1)$$

де  $g$  – елементарна частина об'єму зразка в межах заданого орієнтованого напрямку  $g$ ;  $C(g)$  – залежність пружних властивостей мінералу від орієнтації;  $f(g)$  – функція розподілу орієнтації мінералу.

Функцію  $f(g)$  можна розкласти в ряд за узагальненими сферичними функціями

$$f(\varphi_1, \theta, \varphi_2) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=-l}^l \sum_{n=-l}^l W_{lmn} T_{lmn}(\varphi_1, \theta, \varphi_2), \quad (7.2)$$

де  $T_{lmn}(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$  – узагальнена сферична функція;  $W_{lmn}$  – моменти розкладання функції, що містять усю інформацію про текстуру гірської породи.

У свою чергу, азимутальну залежність пружних властивостей мінералу також можна розкласти в ряд за сферичними функціями і тоді з урахуванням (7.2) та умови ортогональності сферичних функцій одержують таке рівняння:

$$\bar{C} = \sum_{l=0}^4 \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-l}^l \frac{1}{(2l+1)} B_{lmn} W_{lmn}, \quad (7.3)$$

де  $B_{lmn}$  – коефіцієнти розкладення азимутальної залежності пружних властивостей мінералу в ряд за сферичними функціями.

Величини коефіцієнтів  $B_{lmn}$  і  $W_{lmn}$  зменшуються зі збільшенням  $l$ , тому істотний вплив на величину  $\bar{C}$  здійснюють тільки моменти розкладення з малими значеннями  $l$  ( $l < 10$ ).

Для визначення  $W_{lmn}$  створюється замкнута система рівнянь. Проте при застосуванні відомих методів її вдається створити лише для простих текстур аксіальної й планальної поперечно-ізотропної симетрії [114]. Причому навіть для цих текстур гірських порід неможливо подолати труднощі, пов'язані з присутністю орієнтованих мікротріщин і застосуванням схеми усереднення Фойгта або Реусса [29].

Метод акустичного аналізу текстур гірських порід не має зазначених вище обмежень і базується на багатокомпонентній моделі текстури гірської породи, що включає орієнтацію мінералів і мікротріщин. Для визначення ефективних пружних постійних  $C_{mn}^*$  застосовується метод умовних моментних функцій [29, 116, 117]. У цьому методі для визначення  $C_{mn}^*$  необхідно знайти залежність між середніми деформаціями у включенні, орієнтованому в  $n$ -му напрямку  $\varepsilon^{(in)}$ , і макроскопічними деформаціями матриці  $\varepsilon^{(m)}$

$$\begin{aligned} \varepsilon^{in} &= \langle \varepsilon \rangle + C_m d_i Z_i \varepsilon^{(m)}, \quad f_i = C^{(i)} - C^0, \\ d_i &= C^{(i)} - C^m; \quad Z_i = \left( l - G^{(i)} f_i \right)^{-1} * G^i, \end{aligned} \quad (7.4)$$

де  $C_m$  – об'ємна концентрація матриці;  $C^{(i)}$  – пружні постійні  $i$ -го включення;  $C^{(m)}$  – пружні постійні матриці;  $C^{(0)}$  – пружні постійні тіла порівняння.

Виконавши усереднення за безліччю  $\Omega$  можливих орієнтацій включень, можна виразити середні деформації включень  $\varepsilon^{(i)}$  і скелета  $\varepsilon^{(m)}$  через макроскопічні деформації  $\bar{\varepsilon}$  об'єму породи

$$\begin{aligned}\varepsilon^{(i)} &= A_i \bar{\varepsilon}; \quad \varepsilon^{(m)} = A_m \bar{\varepsilon}; \\ A_i &= A_m (I + \bar{Z}^{(i)} d); \\ A_m &= (I + c_i \bar{Z}^{(i)} d_i)^{-1}; \\ \bar{Z}_i &= \langle Z_i \rangle_{\Omega},\end{aligned}\tag{7.5}$$

де кутовими дужками з індексом  $\Omega$  позначено операцію статистичного усереднення за кількістю можливих орієнтацій включень. Відмінна риса запропонованого методу полягає в усередненні алгебраїчних компонент тензора  $\bar{Z}_i$  за допомогою довільної функції розподілу орієнтації включень

$$\bar{Z}_{ijpq}^{(i)} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} a_{im} a_{jn} a_{ps} a_{qt} Z_{mnst}^{(i)} f^{(i)}(\varphi_1, \theta, \varphi_2) d\varphi_1 \sin \theta d\theta d\varphi_2,\tag{7.6}$$

де  $\varphi_1, \theta, \varphi_2$  – Ейлерові кути;  $f^{(i)}(\varphi_1, \theta, \varphi_2)$  – функція розподілу орієнтації  $i$ -го включення, що розкладається в ряд за узагальненими сферичними функціями [29, 114].

Ураховуючи рівняння (7.5) і (7.6), можна знайти вираз для ефективних пружних постійних  $C^*$  текстури гірської породи з довільною орієнтацією включень

$$C^* = \sum_{r=1}^{N+1} c_r C_r A_r,\tag{7.7}$$

де  $N$  – кількість включень ( $r = 1, \dots, N$ ).

Для обчислення невідомих моментів розкладення функції розподілу  $W_{lmn}^{(i)}$   $i$ -го включення використовувався метод інверсії азимутальної залежності ефективних фазових швидкостей квазіповздовжніх і квазіпоперечних хвиль текстурованої гірської породи.

Вирішення поставленої задачі спиралося на сучасні методи глобальної оптимізації цільової функції

$$\Phi(\vec{x}) = \sum_{i=1}^M (v_i^{(l)} - v_i^{(r)})^2, \quad (7.8)$$

де  $v_i^{(l)}, v_i^{(r)}$  – фазові швидкості квазіповздовжніх і квазіпоперечних хвиль відповідно, що обчислені з експериментальних значень ефективних пружних постійних гірської породи, отриманих методом умовних моментних функцій із знайдених на  $r$ -му кроці ітерації моментів розкладення функцій розподілу орієнтації включень;  $\vec{x}$  – вектор невідомих моментів розвинення функцій розподілу орієнтації мінералів і полюсів мікротріщин.

Для розрахунку полюсних діаграм розподілу орієнтацій кристалографічних осей мінералів і мікротріщин було використано рівняння [118]

$$q(\varphi, \theta) = \sum_{l=0}^4 \sum_{m=-l}^l \Omega_{lm} P_l^m(\cos \theta) e^{-im\varphi}, \quad (7.9)$$

$$\Omega_{lm} = 2\pi \left(\frac{2}{2l+1}\right)^{1/2} \sum_{n=-l}^l W_{lmnl} P_l^n(\cos \eta) e^{in\Phi},$$

де  $P_l^m(\cos \theta), P_l^n(\cos \eta)$  – нормалізовані приєднані поліноми Лежандра;  $\varphi, \theta$  – сферична система координат у базисі гірської породи;  $\eta, \Phi$  – сферична система координат у кристалофізичному базисі.

### 7.3. Числові результати моделювання акустичної й пружної анізотропії тектонофацій

#### *Пластичні моделі тектонофацій (катазона)*

Результати впливу пластичних деформацій (умови катазони) на ефективні акустичні й пружні постійні метаморфічних порід КНГС та її полігону показано на прикладах моделей I, II, III, а і III, б.

*Модель I. "Сланець біотитовий".* Акустична і пружна симетрія текстури моделі I за результатами математичного моделю-

вання планальна ромбічна ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* > \mu_{33}^*$ ;  $C_{11}^* < C_{22}^* > C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* < C_{55}^* < C_{66}^*$ ), (табл. 7.2, рис. 7.1). Величина інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії змінюється від 13 % для тектонофації I і досягає 42 % при майже 100 % однонаправленості їхньої орієнтації вздовж осі  $x_3$ , що відповідає тектонофації X катазони. Зі зростанням однонаправленої кристалографічної орієнтації зерен кварцу і біотиту різко збільшуються ефективні пружні постійні породи  $C_{11}^*$ ,  $C_{22}^*$ , меншою мірою –  $C_{66}^*$ , величина  $C_{33}^*$  планомірно зменшується, а значення  $C_{44}^*$ ,  $C_{55}^*$  майже не залежать від впливу кристалографічної орієнтації мінералів.

**Таблиця 7.2. Результати математичного моделювання впливу орієнтації включень на пружні параметри моделі I "сланець біотитовий"**

Ефективні акустичні й пружні параметри	Концентрація мінералів і мікротріщин уздовж осі $x_3$ , %					
	40	50	60	70	80	90
$C_{11}^*$	50,90	54,77	64,61	72,05	80,62	97,35
$C_{22}^*$	52,24	58,07	68,63	78,12	90,98	123,09
$C_{33}^*$	37,09	33,53	28,59	26,13	24,14	21,85
$C_{44}^*$	13,24	12,95	12,42	12,08	11,75	11,29
$C_{55}^*$	14,15	13,62	13,03	12,65	12,29	11,79
$C_{66}^*$	21,30	24,59	30,35	34,64	39,40	47,76
$C_{12}^*$	1,23	1,81	2,19	2,33	2,49	9,94
$C_{13}^*$	6,96	6,55	4,72	4,06	3,77	4,14
$C_{23}^*$	5,79	5,73	5,76	6,02	6,55	8,15
$\mu_{11}^*$	31,67	34,10	39,59	43,76	48,51	57,52
$\mu_{22}^*$	31,82	35,06	40,85	45,78	52,11	66,78
$\mu_{33}^*$	23,65	22,04	19,81	18,65	17,67	16,48
$A_{\mu}$	13,03	19,13	27,70	32,38	36,50	42,23

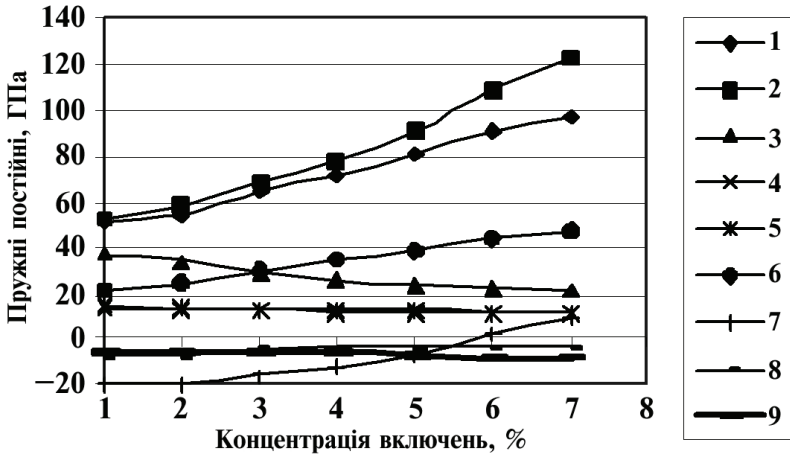
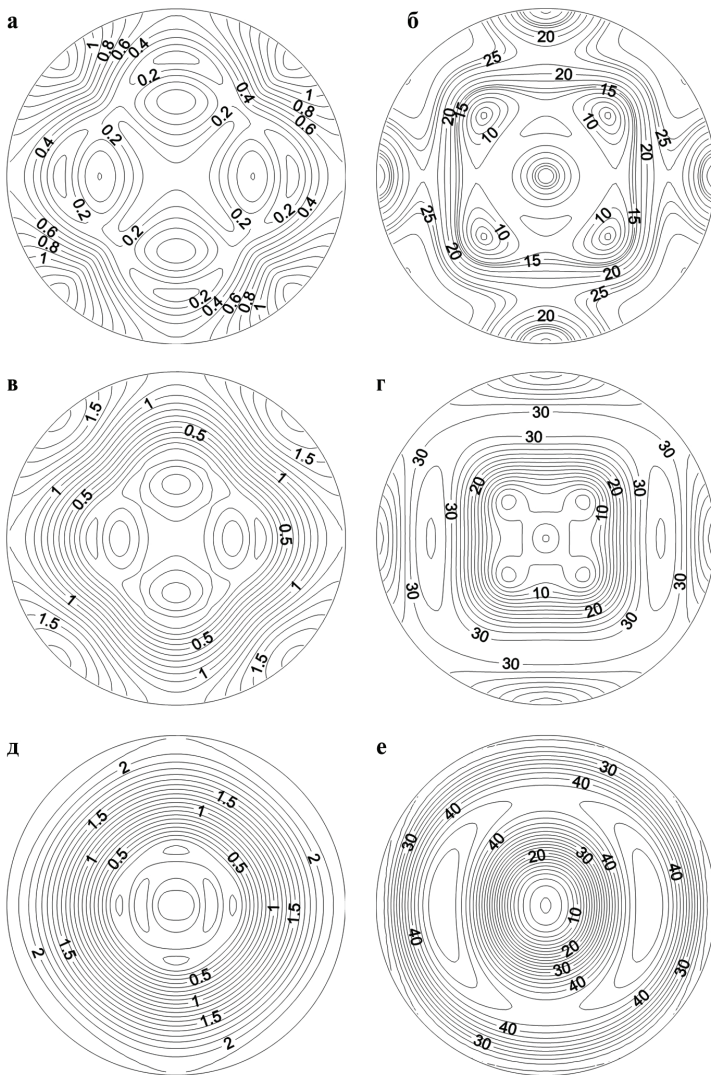


Рис. 7.1. Аналіз ефективних пружних постійних для моделі I "сланець біотитовий" (катазона):

$$1 - C_{11}^*, 2 - C_{22}^*, 3 - C_{33}^*, 4 - C_{44}^*, 5 - C_{55}^*, \\ 6 - C_{66}^*, 7 - C_{12}^*, 8 - C_{13}^*, 9 - C_{23}^*$$

Параметри пружної анізотропії для різних тектонофацій катазони моделі I "сланець біотитовий" подано на рис. 7.2, а-е. На них відповідно розглянуто стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь параметрів пружної анізотропії I, VII і X тектонофацій катазони – різниці "швидкої" й "повільної" поперечних хвиль і диференціального коефіцієнта пружної анізотропії.

Зміна параметрів пружної анізотропії значна. Величина різниці між "швидкою" і "повільною" поперечними модами змінюється від 1,3 км/с для рівномірного розподілу орієнтованих включень (тектонофація I) до 2,2 км/с для тектонофації X (рис. 7.2, а, д), що свідчить про інтенсивні процеси розщеплення хвиль, а коефіцієнт диференціальної пружної анізотропії – від 28 % до 48 % відповідно (рис. 7.2, б, е). Значення інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{\mu}$  добре узгоджуються із середніми значеннями диференціального коефіцієнта пружної анізотропії  $A_{\nu}$  (табл. 7.2 і рис. 7.2, б, г, е).



**Рис. 7.2. Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхень параметрів анізотропії моделі І "сланець біотитовий": а, в, д – різниці між "швидкою" і "повільною" квазіпоперечними хвилями та б, г, е – коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії для тектонофацій І, VII, X**

Для моделі І "сланець біотитовий" на стереопроекції ізоліній вказівної поверхні диференціального коефіцієнта пружної анізотропії спостерігається істотне зменшення кількості екстремумів та їхнє розташування на площині  $X_1X_2$  зі зростанням однонаправленої кристалографічної орієнтації зерен біотиту, кварцу і мікротріщин.

На стереопроекції  $\Delta v_s = v_{s_1} - v_{s_2}$  кількість екстремумів зменшується з 12 (рис. 7.2, а) до 7 (рис. 7.2, д), і вони локалізуються у вузькій приосьовій області мінімальних значень. Що ж стосується коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії  $A_d$ , то для нього кількість екстремумів зменшується з 11 до 3 з подібною локалізацією областей максимальних значень.

Аналізуючи параметри пружної анізотропії моделі І "сланець біотитовий", що є однією з найпоширеніших порід КНГС та її полігону, можна відзначити, що пружна симетрія їхньої текстури накладає жорсткі обмеження на симетрію вказівних поверхонь усіх без винятку параметрів анізотропії й на симетрію вказівної поверхні диференціального коефіцієнта пружної анізотропії. Для випадку ромбічної симетрії текстури моделі "сланець біотитовий" встановлено, що існують окремі напрямки, уздовж яких величина диференціального коефіцієнта пружної анізотропії дорівнює нулю. Отже, закономірності розповсюдження пружних хвиль уздовж цих напрямків нічим не відрізняються від ізотропного середовища.

*Модель ІІ. "Сланець біотитовий".* Результати впливу сланцюватості (умови катазони) на ефективні акустичні й пружні постійні розглянуто на прикладі моделі ІІ і наведено в табл. 7.3 і на рис. 7.3.

Акустична і пружна симетрія текстури моделі ІІ "сланець біотитовий" планальна ромбічна ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* > \mu_{33}^*$ ;  $C_{11}^* < C_{22}^* > C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* < C_{55}^* < C_{66}^*$ ) для всіх розглянутих тектонофацій (табл. 7.3, рис. 7.3).

Величина інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії на відміну від моделі І змінюється невідчутно від 23,5 % для тектонофації V до 27,6 % для тектонофації X катазони. Усі ефек-

тивні пружні постійні моделі II істотно зменшуються, особливо це стосується недиагональних компонент матриці  $C_{12}^*$ ,  $C_{13}^*$ ,  $C_{23}^*$ , які досягають своїх максимальних значень у тектонофації X.

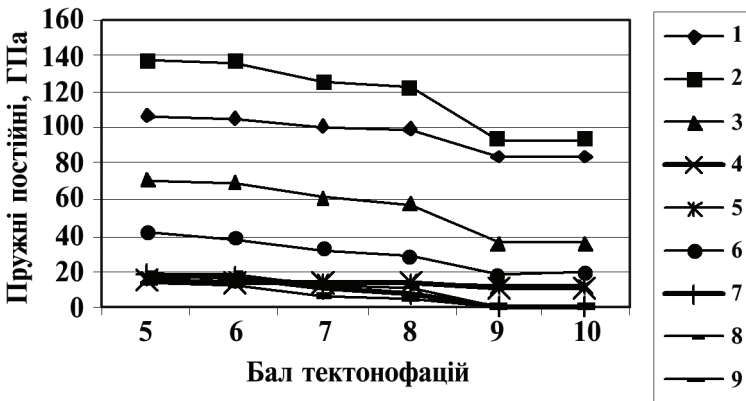
**Таблиця 7.3.** Результати математичного моделювання впливу сланцюватості на ефективні пружні постійні моделі II "сланець біотитовий"

Ефективні акустичні й пружні параметри	Ефективні акустичні й пружні параметри для балів тектонофацій					
	5	6	7	8	9	10
$C_{11}^*$	105,6	105,5	100,6	99,5	83,4	83,4
$C_{22}^*$	136,9	135,6	125,2	121,4	93,1	93,2
$C_{33}^*$	70,93	69,63	60,47	57,81	35,88	36,01
$C_{44}^*$	15,64	14,85	13,61	13,10	11,24	11,12
$C_{55}^*$	17,21	16,22	14,81	14,22	11,87	11,81
$C_{66}^*$	41,33	37,83	32,19	28,36	18,47	18,54
$C_{12}^*$	18,41	17,30	10,54	8,55	0,10	0,11
$C_{13}^*$	18,31	17,54	11,88	10,44	0,23	0,02
$C_{23}^*$	12,59	11,67	6,27	4,68	0,10	0,09
$\mu_{11}^*$	59,1	57,2	52,8	50,8	40,6	40,6
$\mu_{22}^*$	69,7	67,5	61,2	58,2	43,8	43,8
$\mu_{33}^*$	37,3	36,1	31,8	30,4	21,1	21,0
$A_{\mu}$	23,65	23,68	24,65	24,81	26,51	27,56
$L_{\mu}$	1,18	1,18	1,16	1,15	1,08	1,08
$S_{\mu}$	1,58	1,58	1,66	1,67	1,93	1,93

Параметри пружної анізотропії для різних тектонофацій ка-тазони моделі II "сланець біотитовий" розглянуто на рис. 7.4, а-е. На них відповідно відображені стереопроєкції ізоліній вказів-

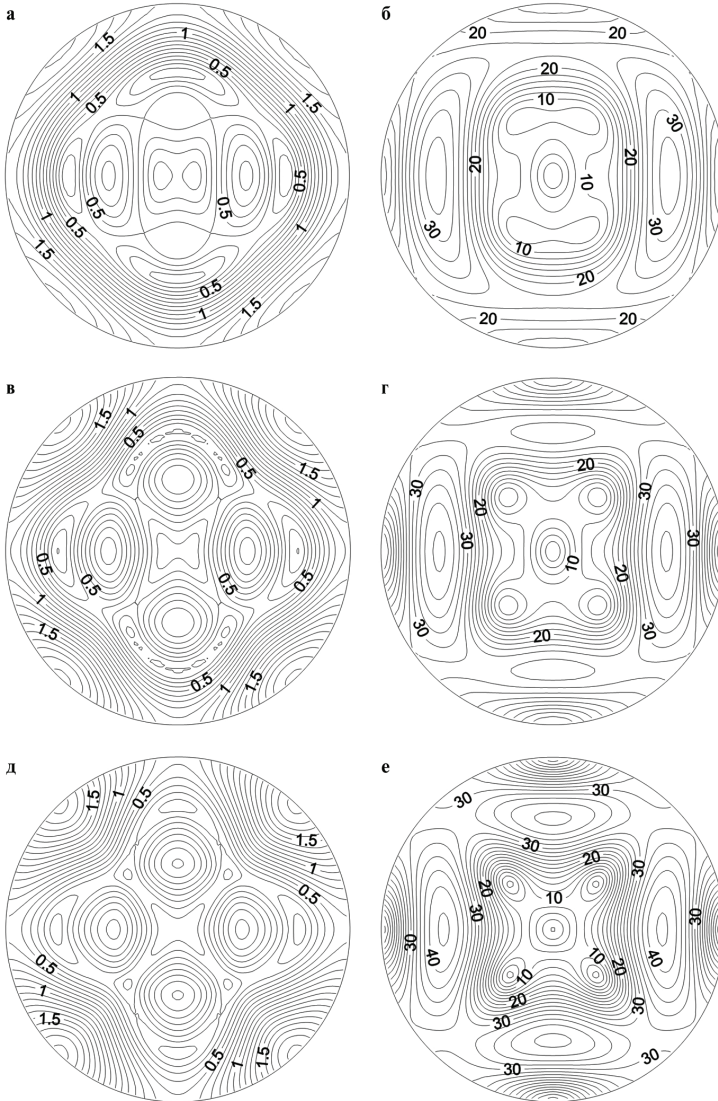
них поверхонь параметрів пружної анізотропії V, VIII і X тектонофацій катазони – різниці "швидкої" й "повільної" поперечних мод фазової швидкості та диференціального коефіцієнта пружної анізотропії.

Зміна параметрів пружної анізотропії не така значна, як для моделі I. Максимальна величина різниці між "швидкою" і "повільною" поперечними модами змінюється від 1,7 км/с для тектонофації V до 2,1 км/с для тектонофації X (рис. 7.4 а, д), що свідчить про інтенсивні процеси розщеплення хвиль. Разом із тим, можна виділити не менше шести екстремумів на вказівних поверхнях цього параметра, де явище розщеплення хвиль відсутнє. Коефіцієнт диференціальної пружної анізотропії зростає від 32 % для тектонофації V до 42 % для тектонофації X (рис. 7.4, б, е), що істотно менше, ніж для моделі I.



**Рис. 7.3.** Аналіз ефективних пружних постійних для моделі II "сланець біотитовий" (катазона) (умовні позначення див. на рис. 7.1)

На відміну від моделі I спостерігається збільшення кількості екстремальних точок на вказівних поверхнях параметрів пружної анізотропії. У випадку різниці між "швидкою" і "повільною" квазіпоперечними хвилями кількість екстремумів зростає із 8 для тектонофації V до 13 для тектонофації X, а для диференціального коефіцієнта пружної анізотропії із 5 до 9 відповідно (рис. 7.4, а-е).



**Рис. 7.4.** Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхень параметрів анізотропії моделі II "сланець біотитовий" для тектонофацій V, а, б; VIII, в, г; X, д, е (умовні позначення див. на рис. 7.2)

Один із п'яти мінімумів диференціального коефіцієнта пружної анізотропії збігається з напрямком поширення пружної хвилі, інші розташовані під кутом 20–25° до площини  $X_1X_2$ .

Як і для моделі I, так і для моделі II встановлено, що пружна симетрія текстури накладає жорсткі обмеження на симетрію вказівних поверхонь усіх параметрів анізотропії та на симетрію вказівної поверхні диференціального коефіцієнта пружної анізотропії.

Для моделі II виявлено п'ять окремих напрямків, уздовж яких величина диференціального коефіцієнта пружної анізотропії дорівнює нулю. У цих напрямках закономірності розповсюдження об'ємних пружних хвиль нічим не відрізняються від ізотропного середовища.

*Модель III, а "Амфіболіт".* Акустична симетрія текстури моделі III, а планальна ромбічна ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ) для тектонофацій I–V та ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* > \mu_{33}^*$ ) для тектонофацій VII–X (табл. 7.4). Інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії  $A_u$  зменшується від 12,1 % для тектонофації I до 9,5 % для тектонофації V з різким поступовим зростанням до 35,4 % для тектонофації X.

Пружна симетрія текстури амфіболіту поперечно-ізотропна ( $C_{11}^* \approx C_{22}^* < C_{33}^*; C_{44}^* = C_{55}^* > C_{66}^*$ ) для тектонофацій I–V та ромбічна ( $C_{11}^* < C_{22}^* > C_{33}^*; C_{44}^* > C_{55}^* < C_{66}^*$ ) для високобальних тектонофацій VII–X (табл. 7.4, рис.7.5).

**Таблиця 7.4. Результати математичного моделювання тектонофацій катазони для моделі III, а "амфіболіт"**

Пружні постійні й параметри акустичного еліпсоїда	Ефективні пружні постійні (ГПа) і параметри акустичного еліпсоїда для моделей різних тектонофацій						
	1	3	5	7	8	9	10
$C_{11}^*$	89,26	88 08	87,34	87,79	73,18	67,85	72,87
$C_{22}^*$	89,57	88,46	87,73	88,72	95,28	87,48	96,94

Пружні постійні й параметри акустичного еліпсоїда	Ефективні пружні постійні (ГПа) і параметри акустичного еліпсоїда для моделей різних тектонофацій						
	1	3	5	7	8	9	10
$C_{33}^*$	93,56	93,26	90,75	88,69	57,55	28,38	23,99
$C_{44}^*$	46,99	48,14	42,38	37,90	27,10	15,80	13,49
$C_{55}^*$	46,99	48,14	42,38	37,79	23,97	14,90	12,77
$C_{66}^*$	41,26	42,05	38,58	36,40	33,32	30,99	32,84
$C_{12}^*$	8,74	8,28	6,38	6,28	6,79	2,55	6,87
$C_{13}^*$	10,89	10,55	9,86	9,67	4,24	2,91	1,29
$C_{23}^*$	10,89	10,55	9,86	9,71	3,76	2,75	0,38
$\mu_{11}^*$	62,48	56,56	53,58	49,29	43,83	38	39,37
$\mu_{22}^*$	79,48	70,22	65,91	60,06	52,34	44,86	47,67
$\mu_{33}^*$	83,7	72,84	66,34	54,7	36,51	19,74	16,7
$A_{\mu}$	12,1	10,67	9,51	10,02	14,47	29,61	35,37



Рис. 7.5. Аналіз ефективних пружних постійних для моделі III, а "амфіболіт" (катазона) (умовні позначення див. на рис. 7.1)

Різке розходження у значеннях ефективних пружних постійних  $C_{11}^*$ ,  $C_{22}^*$ ,  $C_{33}^*$  свідчить про збільшення анізотропії моделі амфіболіту, що пов'язано, у першу чергу, зі збільшенням відсотка однаправленої орієнтації видовжених зерен породотвірних мінералів, а отже, і їхньою пластичною формозміною.

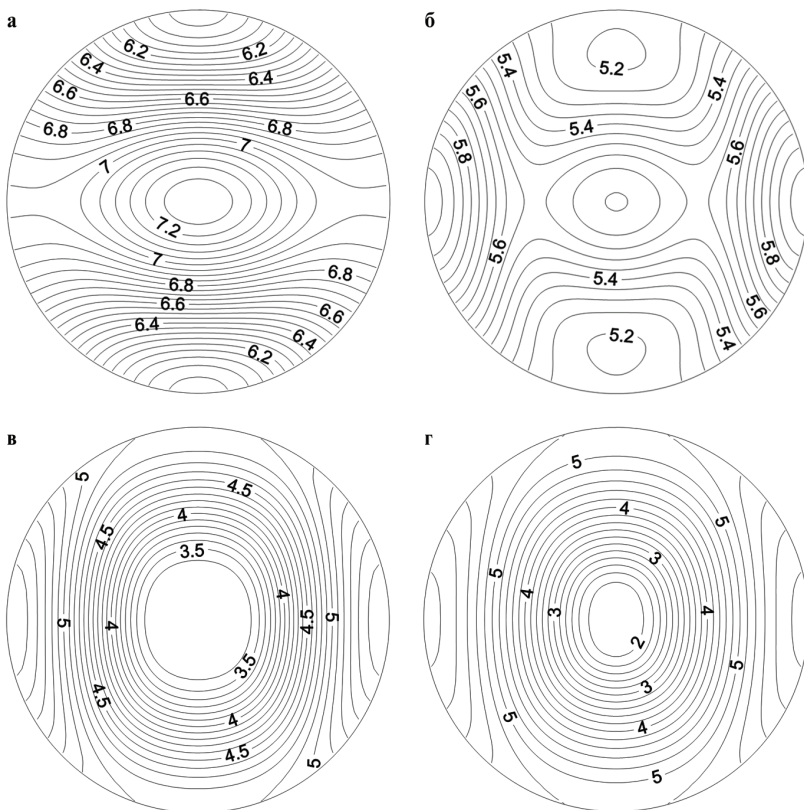
Параметри пружної анізотропії для різних тектонофацій катазони моделі амфіболіту відрізняються не менш відчутно. На рис. 7.6–7.9 відповідно подано стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь таких параметрів пружної анізотропії I, V, VIII, X тектонофацій катазони: швидкість квазіповздовжньої хвилі, різниця "швидкої" й "повільної" поперечних хвиль, диференціальний коефіцієнт пружної анізотропії та кут відхилення вектора пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі.

Зі зростанням рівня дислокаційних перетворень, а саме бала тектонофацій, швидкість квазіповздовжньої хвилі зменшується від максимальної 7,25 км/с для тектонофації I до 6 км/с для тектонофації V і досягає свого мінімуму у тектонофації X – 5,6 км/с. Кількість екстремумів зменшується від п'яти для тектонофації V до одного яскраво вираженого мінімуму, що локалізується в напрямку розповсюдження пружної хвилі для тектонофації X (рис. 7.6) і становить величину меншу 2 км/с.

Різниця між "швидкою" і "повільною" швидкостями квазіпоперечних хвиль з ростом бала тектонофацій катазони збільшується. Якщо її максимум становить 0,55 км/с для тектонофації V, то для тектонофації X він досягає величини більше, ніж 1,4 км/с. Спостерігається поступове звуження спряженої зони максимумів і мінімумів і поява додаткового мінімуму, де цей параметр мало відрізняється від нуля (рис. 7.7, а–г).

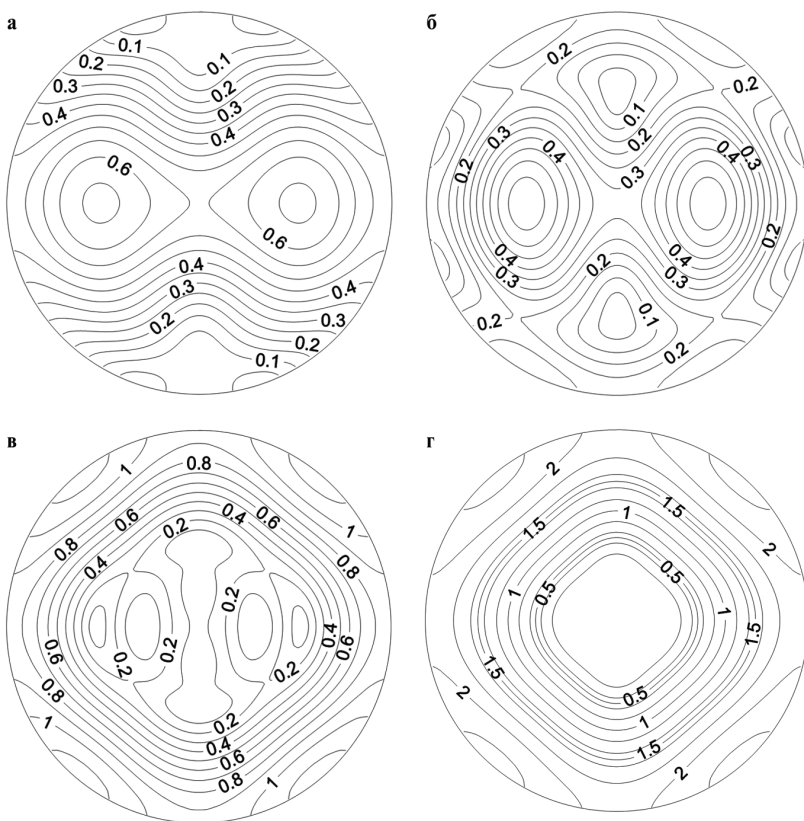
Цьому мінімуму відповідає в плані нульовий мінімум коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії (рис. 7.8, г). Це свідчить про те, що навіть у високоанізотропному середовищі існують окремі напрямки, де закономірності розповсюдження пружних хвиль фактично нічим не відрізняються від ізотропного середовища.

Коефіцієнт диференціальної пружної анізотропії зростає зі збільшенням бала тектонофацій катазони від 10 % для тектонофації V до 62 % у тектонофації X (рис. 7.8, а–г).



**Рис. 7.6. Стереоекції ізолій вказівних поверхень індикатрис швидкостей квазіповздовжніх хвиль моделі III, а "амфіболіт" при моделюванні тектонофацій катазони:  
 а – тектонофація I; б – тектонофація V;  
 в – тектонофація VIII; г – тектонофація X**

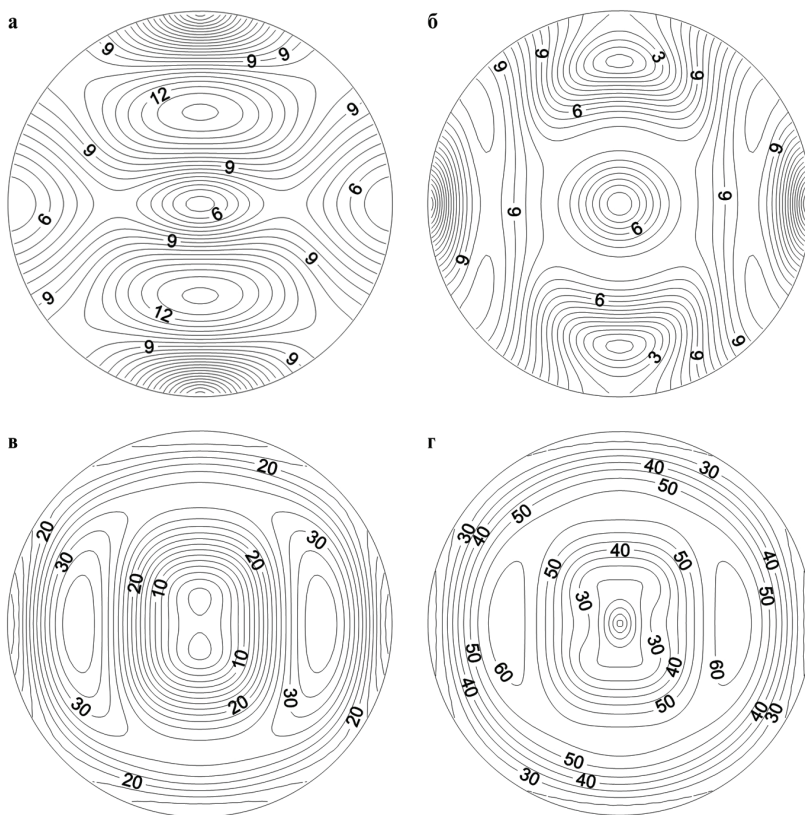
Зростання цього параметра анізотропії пов'язано з одночасним зменшенням кількості екстремумів та їхньою звуженою локалізацією: 5 екстремумів у тектонофації V, 4 екстремуми у тектонофації VIII та 3 – у тектонофації X з одним добре вираженим нульовим мінімумом, що відповідає також нульовому мінімуму різниці між "швидкою" і "повільною" квазіпоперечними хвилями і збігається з напрямком розповсюдження пружної хвилі.



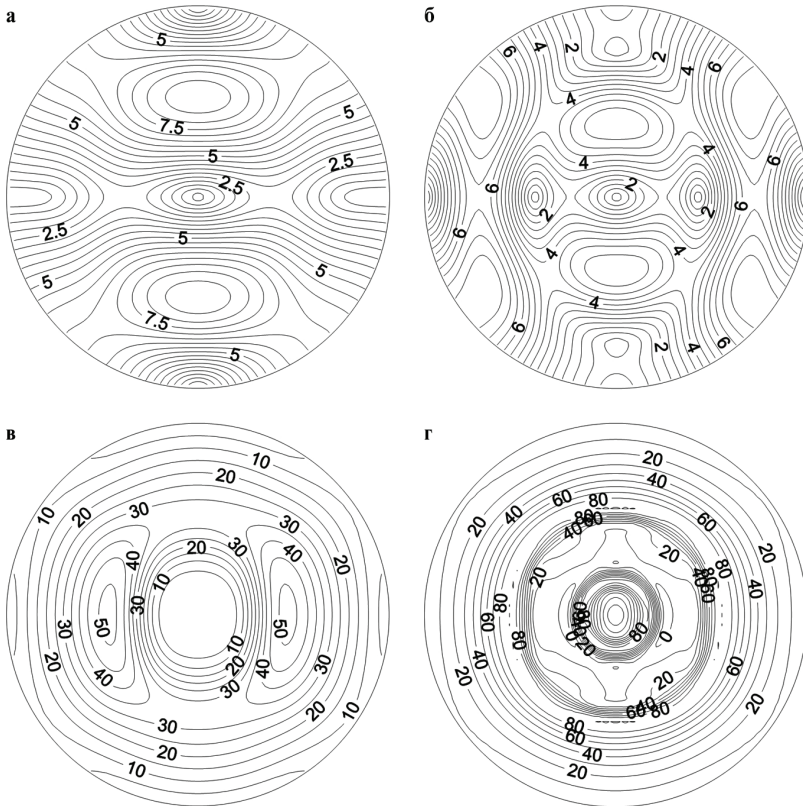
**Рис. 7.7.** Стереопроєкції ізолій вказівних поверхонь різніці "швидкої" й "повільної" швидкостей квазіпоперечних хвиль моделі III, а "амфіболіт" при моделюванні тектонофацій катазони (умовні позначення див. на рис. 7.6)

*Модель III, б. "Залістий кварцит".* Акустична і пружна симетрія текстури моделі III, б "залістий кварцит" планальна ромбічна ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ) та ( $C_{11}^* < C_{22}^* < C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* > C_{55}^* > C_{66}^*$ ) для тектонофацій I–III катазони й ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* > \mu_{33}^*$ ;  $C_{11}^* < C_{22}^* > C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* > C_{55}^* < C_{66}^*$ ) для тектонофацій V–X (табл. 7.5, рис. 7.10). Ін-

тегральний коефіцієнт акустичної анізотропії  $A_u$ , як і у випадку моделі III, а "амфіболіт", спершу зменшується від 6,6 % для тектонофації I до 6,5 % для тектонофації III, а потім різко зростає від 7,3 % для тектонофації V до майже 32,3 % для тектонофації X катазони.



**Рис. 7.8.** Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь диференціального коефіцієнта пружної анізотропії моделі III, а "амфіболіт" при моделюванні тектонофацій катазони (умовні позначення див. на рис. 7.6)



**Рис. 7.9.** Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь кута відхилення вектора пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі моделі III, а "амфіболіт" при моделюванні тектонофацій катазони (умовні позначення див. на рис. 7.6)

Параметри пружної анізотропії для різних тектонофацій катазони моделі III, б "залістий кварцит" подано на рис. 7.11–7.14. Як і для моделі III, а, на них відповідно представлені стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь параметрів пружної анізотропії I, V, VIII і X тектонофацій катазони – швидкості квазіповздовжньої хвилі, різниці "швидкої" й "повільної" попереч-

них мод фазової швидкості, диференціального коефіцієнта пружної анізотропії та кута відхилення вектора пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі.

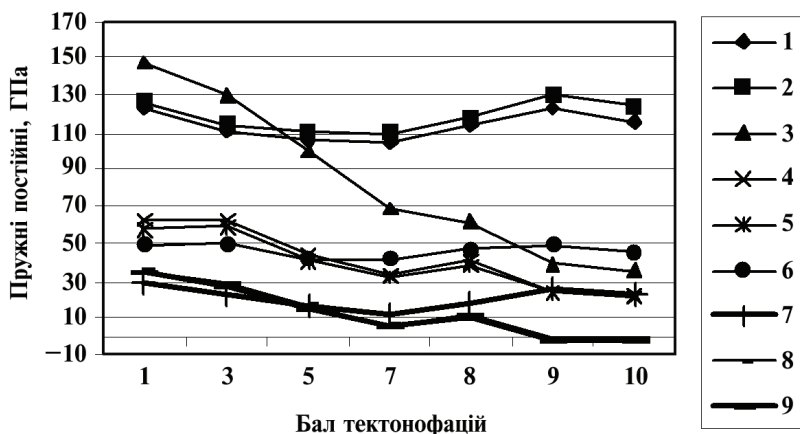
**Таблиця 7.5. Результати математичного моделювання тектонофацій катазони для моделі III, б "залістий кварцит"**

Пружні постійні і параметри акустичного еліпсоїда	Ефективні пружні постійні (ГПа) і параметри акустичного еліпсоїда для моделей різних тектонофацій						
	1	3	5	7	8	9	10
$C_{11}^*$	122	111	106	104	115	123	116
$C_{22}^*$	126	114	111	110	119	131	124
$C_{33}^*$	147	131	99,6	68,7	61,2	39,7	35,9
$C_{44}^*$	62,2	63,0	43,9	33,6	40,2	23,8	21,5
$C_{55}^*$	57,8	58,7	40,9	31,6	37,8	22,9	20,7
$C_{66}^*$	49,1	49,8	42,1	41,3	46,1	48,7	45,5
$C_{12}^*$	27,8	22,1	15,4	12,5	17,1	26,2	21,6
$C_{13}^*$	35,4	28,1	16,0	5,7	10,5	1,7	1,7
$C_{23}^*$	34,8	27,3	14,8	4,7	9,3	3,0	2,5
$\mu_{11}^*$	72	71,6	69,5	55,7	59,9	58,3	54,5
$\mu_{22}^*$	74,6	74,1	62,2	58,1	61,8	60,9	57,2
$\mu_{33}^*$	83,9	83,2	58,4	38,6	47,9	25,2	23,4
$A_{\mu}$	6,60	6,54	2,60	15,87	10,75	31,25	32,3

Швидкість квазіповздовжньої хвилі зменшується для моделі III, б від максимальних 6,85 км/с для найнижчої тектонофації I до 5,5 км/с для тектонофації V і набуває свого найменшого значення в тектонофації X, де вона становить лише 3,4 км/с (рис. 7.11, а–г).

Для найвищих тектонофацій VIII–X катазони фазова швидкість квазіповздовжньої хвилі моделі III, б не залежить від ази-

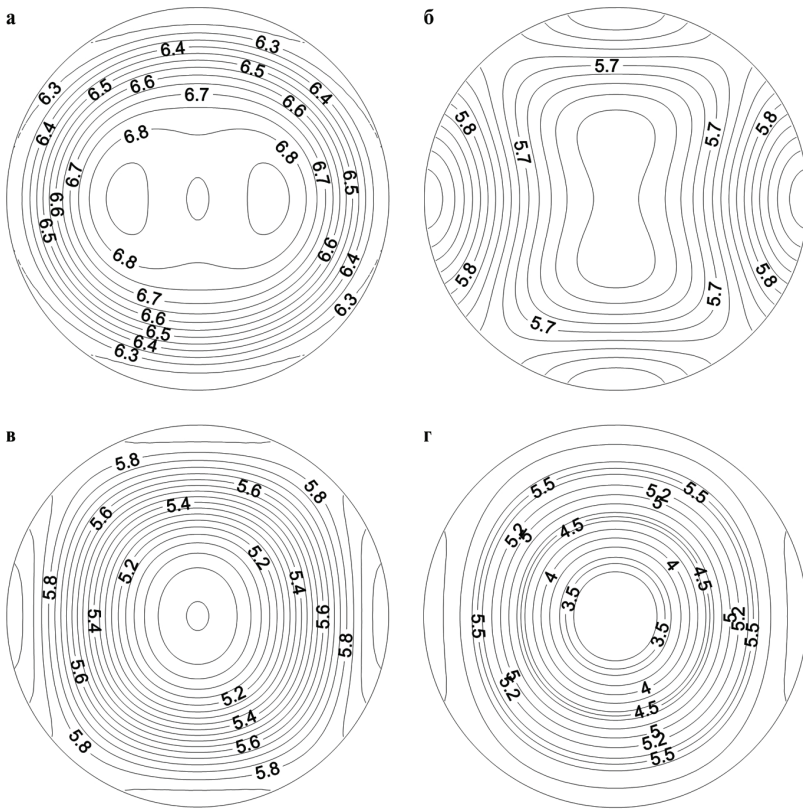
мутального кута. Кількість екстремумів зменшується від п'яти для тектонофації V до одного центрального мінімуму, як і для відповідного параметра моделі III, а "амфіболіт".



**Рис. 7.10.** Аналіз ефективних пружних постійних для моделі III, б "залізистий кварцит" (катазона) (умовні позначення див. на рис. 7.1)

Аналіз стереопроєкцій ізоліній вказівних поверхонь різниці "швидкої" й "повільної" швидкостей квазіпоперечних хвиль (рис. 7.12, а-г) показав, що зі зростанням рівня тектонофацій катазони для моделі III, б спостерігається суттєве збільшення вказаного параметра пружної анізотропії.

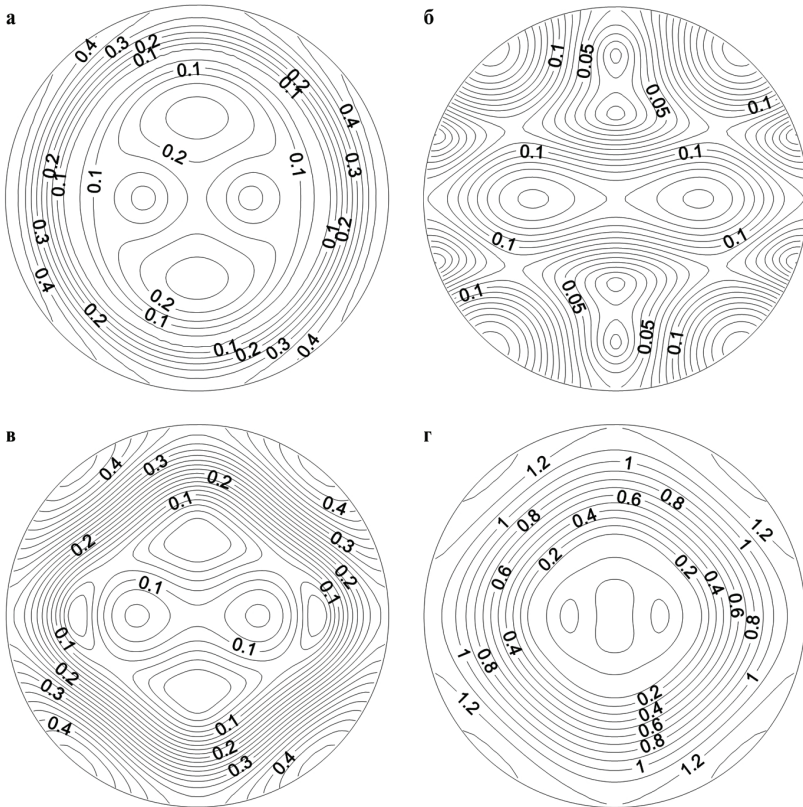
Так для тектонофації V величина цієї різниці становить 0,16 км/с, а для тектонофації X – близько 1,3 км/с, тобто різко зростає ефект розщеплення хвиль. При цьому кількість екстремумів зменшується від 14 для тектонофації V до трьох вузько-локалізованих мінімумів для тектонофації X. Стереопроєкції цього параметра анізотропії пружних хвиль тектонофацій моделей III, а і III, б незначно відрізняються одна від одної для низькобальних тектонофацій I–IV катазони і набувають найбільшої кореляції для найвищих рівнів дислокаційних перетворень – тектонофацій VIII–X (рис. 7.7, а-г та рис. 7.12, а-г).



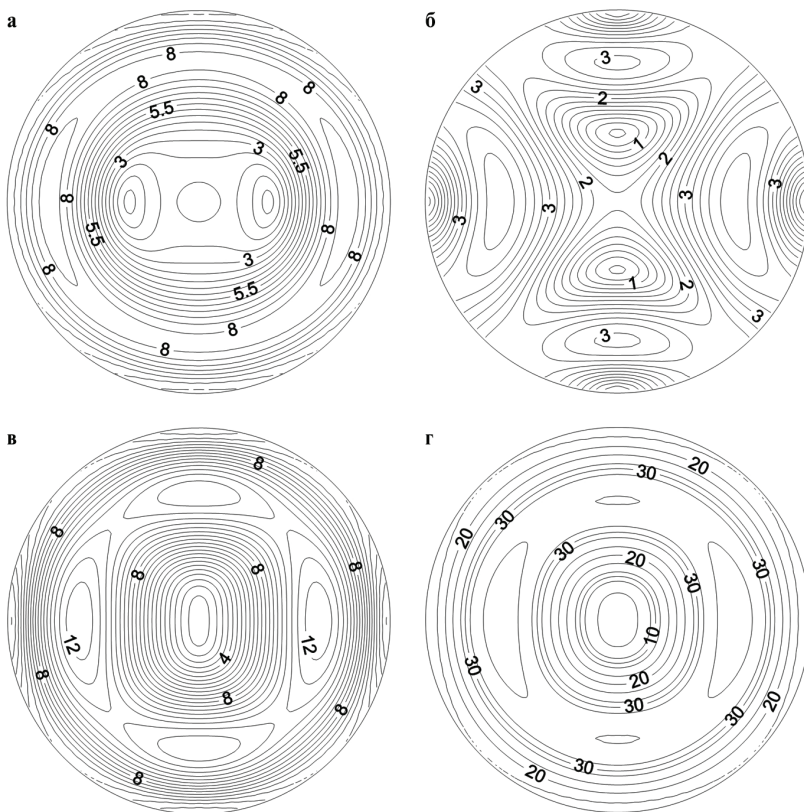
**Рис. 7.11. Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь індикатрис швидкостей квазіповздовжніх хвиль моделі III, б "залізистий кварцит" при моделюванні тектонофацій катазони (умовні позначення див. на рис. 7.6)**

Коефіцієнт диференціальної пружної анізотропії збільшується від 3,8 % для тектонофації V до 34 % для тектонофації X. Як і для моделі III, а "амфіболіт" зростання коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії пов'язано з одночасним зменшенням кількості екстремумів від 10 у тектонофації V до п'яти у текто-

нофації X (рис. 7.13, б, г). Нульві екстремуми цього параметра, що присутні в тектонофаціях VIII–X, показують, що в цих напрямках закономірності розповсюдження пружних хвиль фактично не відрізняються від ізотропного середовища.



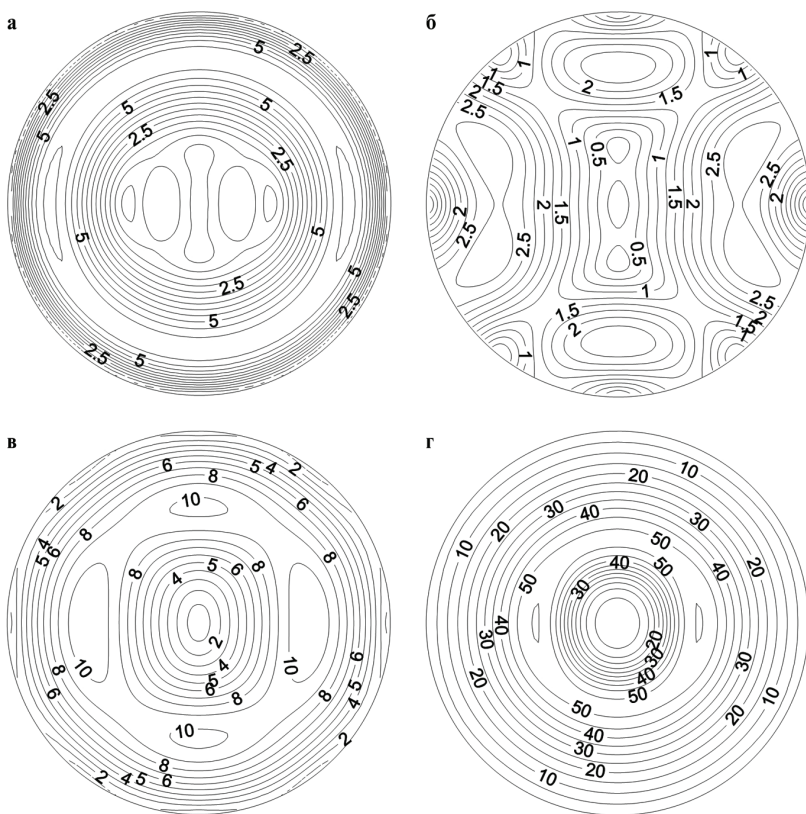
**Рис. 7.12.** Стереопроєкції ізолій вказівних поверхонь різниці "швидкої" й "повільної" швидкостей квазіпоперечних хвиль моделі III, б "залістий кварцит" при моделюванні тектонофацій катазони (умовні позначення див. на рис. 7.6)



**Рис. 7.13. Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь диференціального коефіцієнта пружної анізотропії моделі III, б "залізистий кварцит" при моделюванні тектонофацій катазони (умовні позначення див. на рис. 7.6)**

*Пружно-пластичні моделі тектонофацій*

Вплив пружно-пластичних деформацій (умови мезозони) на ефективні акустичні й пружні постійні та параметри пружної анізотропії метаморфічних порід КНГС показано на прикладах моделей IV, а і IV, б.



**Рис. 7.14. Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь кута відхилення вектора пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі моделі III, б "залізистий кварцит" при моделюванні тектонофацій катазони (умовні позначення див. на рис. 7.6)**

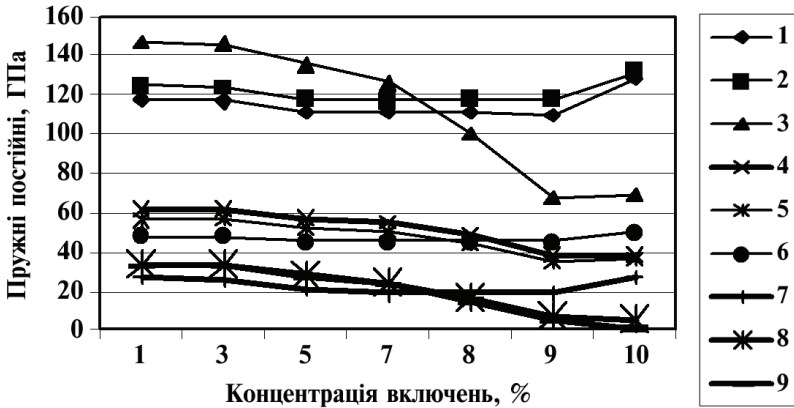
*Модель IV, а. "Залізистий кварцит". Основні результати математичного моделювання тектонофацій мезозони для моделі "залізистий кварцит" наведено в табл. 7.6 і на рис. 7.15.*

**Таблиця 7.6. Результати математичного моделювання тектонофацій мезозони для моделі "залістий кварцит"**

Пружні постійні й параметри акустичного еліпсоїда	Ефективні пружні постійні (ГПа) і параметри акустичного еліпсоїда для моделей різних тектонофацій						
	1	3	5	7	8	9	10
$C_{11}^*$	117,8	116,8	111,1	110,6	111,5	109,9	128,8
$C_{22}^*$	124,9	123,4	117,6	116,7	118,1	118,5	132,5
$C_{33}^*$	147,0	145,6	135,0	125,6	100,5	67,23	69,09
$C_{44}^*$	61,79	62,48	57,70	55,35	49,54	38,66	38,30
$C_{55}^*$	56,06	56,75	52,21	49,85	44,87	35,57	36,34
$C_{66}^*$	47,37	47,91	45,32	45,09	45,96	45,58	50,34
$C_{12}^*$	26,73	25,63	21,54	18,64	18,64	18,97	26,72
$C_{13}^*$	34,13	33,30	28,25	24,24	16,54	6,67	6,03
$C_{23}^*$	33,25	32,38	27,13	23,08	15,47	5,59	1,26
$\mu_{11}^*$	70,90	70,69	66,32	65,08	63,76	59,96	63,31
$\mu_{22}^*$	75,03	74,62	70,12	68,72	67,31	63,64	64,95
$\mu_{33}^*$	84,90	84,55	77,83	73,06	61,44	51,64	42,22
$A_{\mu}$	7,61	7,59	6,69	6,72	7,76	14,72	17,92

Акустична і пружна симетрія текстури цієї моделі ромбічна аксіальна ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ;  $C_{11}^* < C_{22}^* < C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* > C_{55}^* > C_{66}^*$ ) для тектонофацій I–VII та ромбічна планальна ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* > \mu_{33}^*$ ;  $C_{11}^* < C_{22}^* > C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* > C_{55}^* < C_{66}^*$ ) (рис. 7.15) для тектонофацій VIII–X. Коефіцієнт інтегральної акустичної анізотропії  $A_{\mu}$  спе-

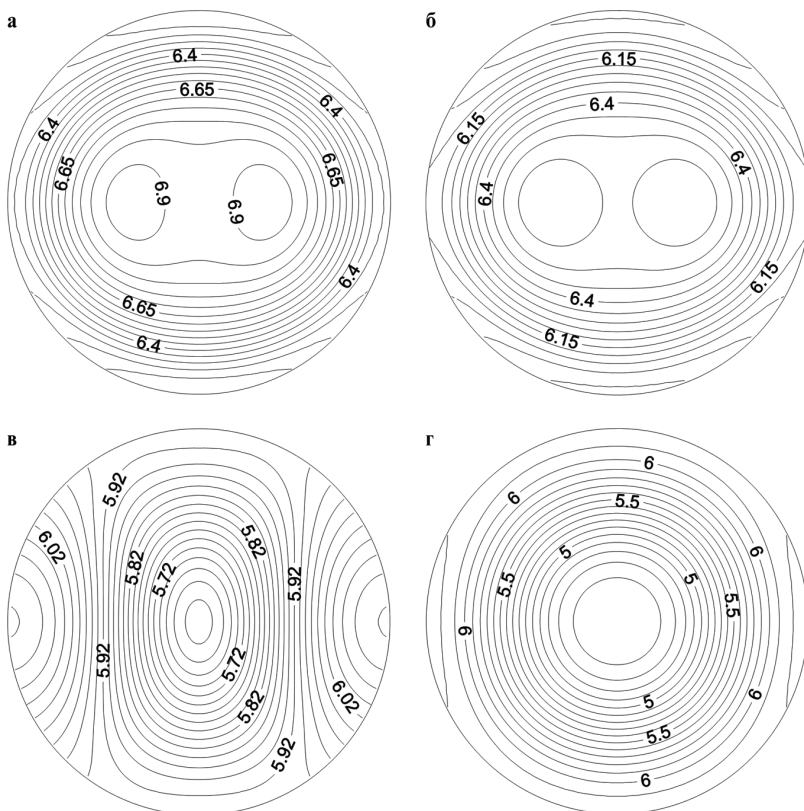
ршу спадає для тектонофацій I–V від 7,6 % до 6,7 %, а для високобальних тектонофацій VI–X неухильно зростає і досягає величини майже 18 %. Значення цього параметра майже вдвічі менше відповідного значення для моделі III, б в умовах катазони (32,6 % – тектонофація X катазони).



**Рис. 7.15.** Аналіз ефективних пружних постійних для моделі IV, а "залістий кварцит" (мезозона) (умовні позначення див. на рис. 7.1)

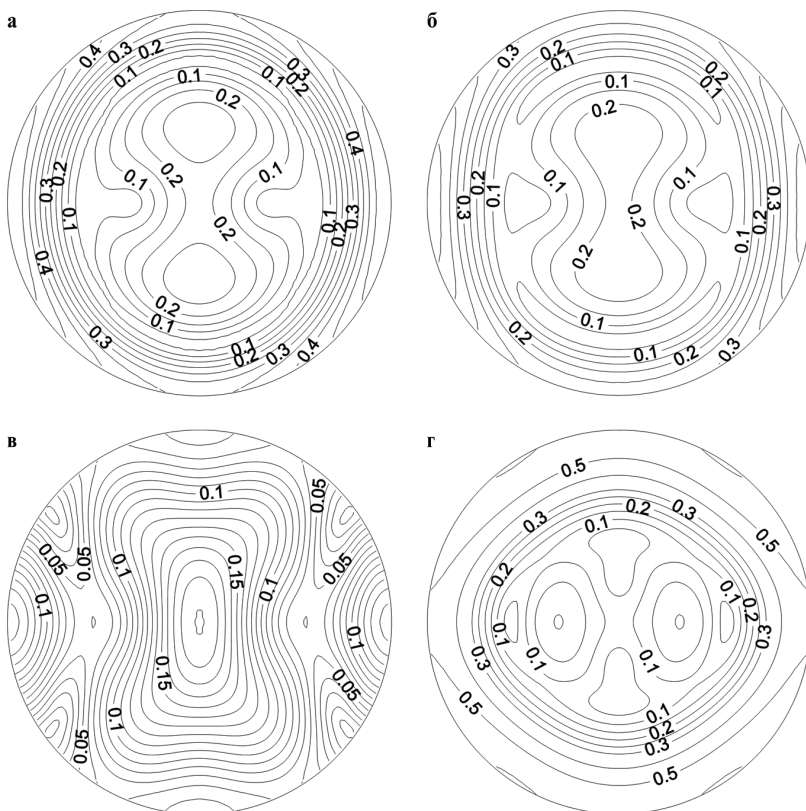
Параметри пружної анізотропії для моделі IV, а "залістий кварцит" відповідно для тектонофацій I, V, VIII і X мезозони зображені у вигляді стереопроєкцій ізоліній вказівних поверхонь розглянутих вище пружних параметрів анізотропії на рис. 7.16, а–г – рис. 7.19, а–г.

Швидкість квазіповздожньої хвилі зменшується від максимального значення 6,55 км/с для тектонофації V до 4,6 км/с для тектонофації X мезозони (рис. 7.16, б, г). Зі збільшенням рівня тектонофацій області максимальних екстремальних значень швидкості квазіповздожньої хвилі розташовуються в полярних областях, а зона мінімуму концентрується в центральній частині площини  $X_1X_2$ . Для тектонофації X фазова швидкість квазіповздожньої хвилі не залежить від азимутального кута (рис. 7.16, г).



**Рис. 7.16.** Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь швидкостей квазіповздовжніх хвиль моделі IV, а "залізистий кварцит" при моделюванні тектонофацій мезозони: а – тектонофація I; б – тектонофація V; в – тектонофація VIII; г – тектонофація X

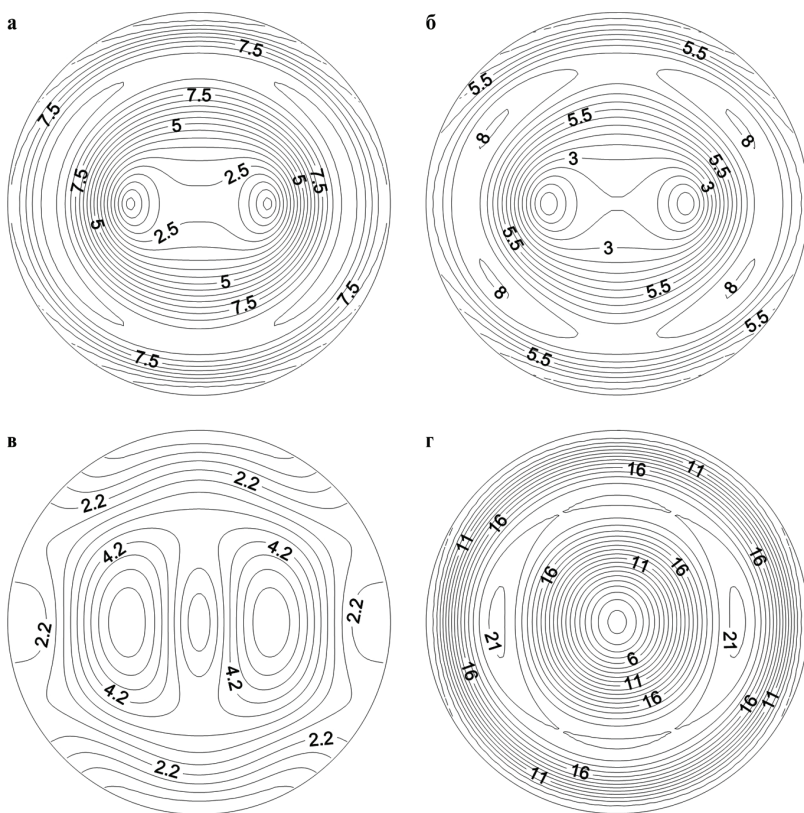
Різниця між "швидкою" і "повільною" квазіпоперечними хвилями змінюється не так істотно, як для відповідних тектонофацій катазони цієї моделі й становить 0,35 км/с для тектонофації V та 0,62 км/с для найвищої тектонофації X (рис. 7.17, б, г). Явище розщеплення хвиль удвічі менше, ніж для відповідних тектонофацій катазони. Для вищих тектонофацій існують напрямки, де розщеплення хвиль відсутнє.



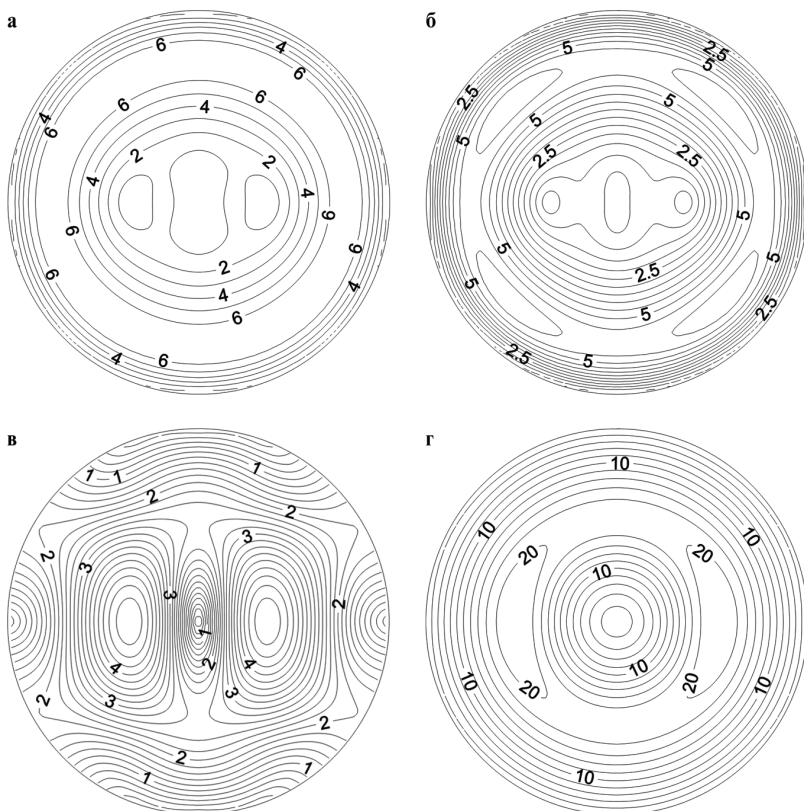
**Рис. 7.17. Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь різниці "швидкої" й "повільної" швидкостей квазіпоперечних хвиль моделі IV, а "залістий кварцит" при моделюванні тектонофацій мезозони (умовні позначення див. на рис. 7.16)**

Коефіцієнт диференціальної пружної анізотропії становить для моделі залістого кварциту близько 6,5 % для тектонофації V і набуває свого максимуму 15,5 % для тектонофації X мезозони (рис. 7.18, б, г). Кількість екстремумів для цього параметра пружної анізотропії зменшується до одного вираженого мінімуму для вищих тектонофацій IX–X. Подібна ситуація повторю-

ється і в стереопроєкціях указівної поверхні кута відхилення вектора пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі (рис. 7.19, а–г). Значення кута відхилення збільшується з ростом рівня тектонофацій і спостерігається локалізація мінімального екстремуму в центральній частині площини  $X_1X_2$ .



**Рис. 7.18.** Стереопроєкції ізолій вказівних поверхонь диференціального коефіцієнта пружної анізотропії моделі IV, а "залістий кварцит" при моделюванні тектонофацій мезозони (умовні позначення див. на рис. 7.16)



**Рис. 7.19.** Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь кута відхилення вектора пружних зміщень квазіповздовжньої хвилі від напрямку хвильової нормалі моделі IV, а "залізистий кварцит" при моделюванні тектонофацій мезозони (умовні позначення див. на рис. 7.16)

*Модель IV, б.* "Сланець біотитовий". За результатами моделювання ефективних акустичних і пружних постійних, а також параметрів анізотропії об'ємних пружних хвиль для моделі IV, б "сланець біотитовий" в умовах пружно-пластичних деформацій, що відповідають умовам мезозони, встановлено (табл. 7.7, рис. 7.20–7.24):

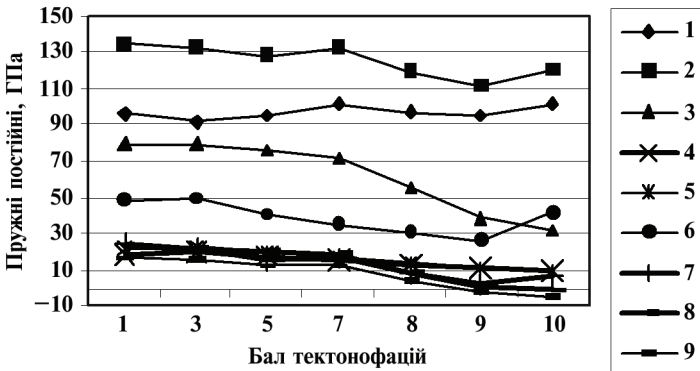
- акустична і пружна симетрія текстури моделі планальна ромбічна для всіх тектонофацій мезозони ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* > \mu_{33}^*$ ;  $C_{11}^* < C_{22}^* > C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* < C_{55}^* < C_{66}^*$ ) (табл. 7.7, рис. 7.20);

**Таблиця 7.7. Результати математичного моделювання тектонофацій мезозони для моделі IV, б "сланець біотитовий"**

Пружні й акустичні параметри	Ефективні пружні постійні (ГПа) і параметри акустичного еліпсоїда для моделей різних тектонофацій						
	1	3	5	7	8	9	10
$C_{11}^*$	95,39	91,42	94,79	101,0	96,49	95,10	101,0
$C_{22}^*$	134,2	132,9	128,0	132,7	119,1	110,9	120,4
$C_{33}^*$	79,85	79,34	75,88	71,77	55,07	38,66	31,92
$C_{44}^*$	18,62	19,49	17,30	15,05	12,98	10,54	9,79
$C_{55}^*$	21,98	22,90	19,91	16,92	14,12	11,11	10,34
$C_{66}^*$	48,34	49,68	40,29	35,14	30,33	26,58	42,11
$C_{12}^*$	23,80	21,69	15,16	16,38	7,42	1,93	6,39
$C_{13}^*$	23,49	22,48	19,45	18,82	9,23	1,43	0,40
$C_{23}^*$	16,48	15,15	12,53	12,51	4,57	0,94	0,57
$\mu_{11}^*$	61,35	60,13	56,29	55,33	51,18	47,99	56,2
$\mu_{22}^*$	74,46	74,09	67,40	66,12	58,98	53,6	61,96
$\mu_{33}^*$	44,59	44,63	41,07	37,50	29,76	21,8	18,72
$A_{\mu}$	19,91	19,78	19,27	21,74	25,52	31,9	38,67
$S_{\mu}$	1,25	1,35	1,37	1,48	1,72	2,2	2,95
$L_{\mu}$	1,21	1,23	1,20	1,19	1,15	1,1	1,12

- коефіцієнт інтегральної акустичної анізотропії  $A_{\mu}$  збільшується вдвічі, від 19,3 % для тектонофації V до 38,7 % для тектонофації X;
- поведінка параметрів акустичної анізотропії  $L_{\mu}$  і  $S_{\mu}$  підтверджує виражений планальний характер текстури моделі та

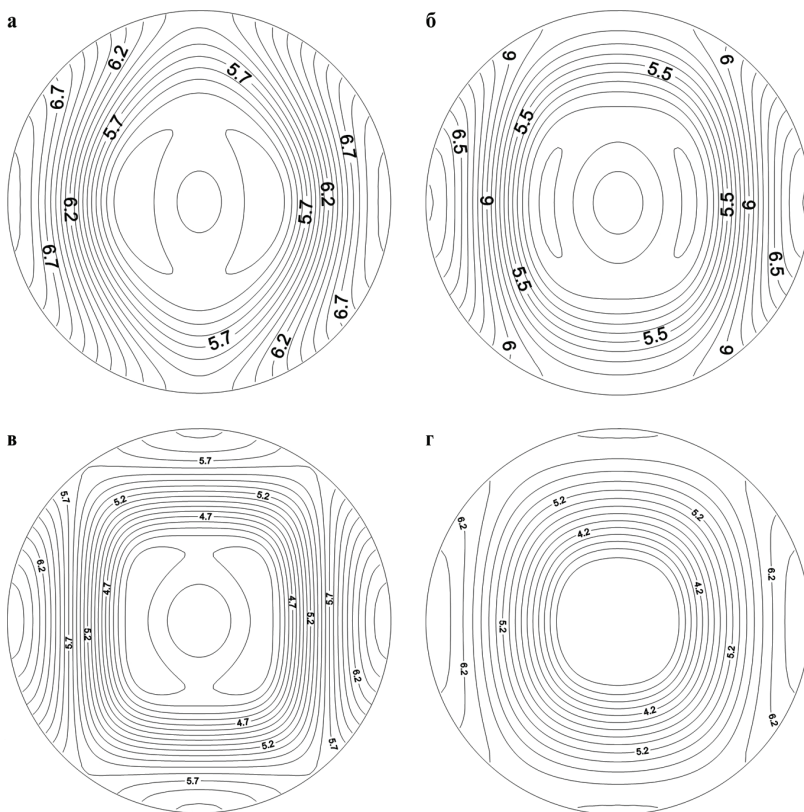
зростаюче значення коефіцієнта інтегральної акустичної анізотропії  $A_\mu$  в міру віддалення точок від початку координат;



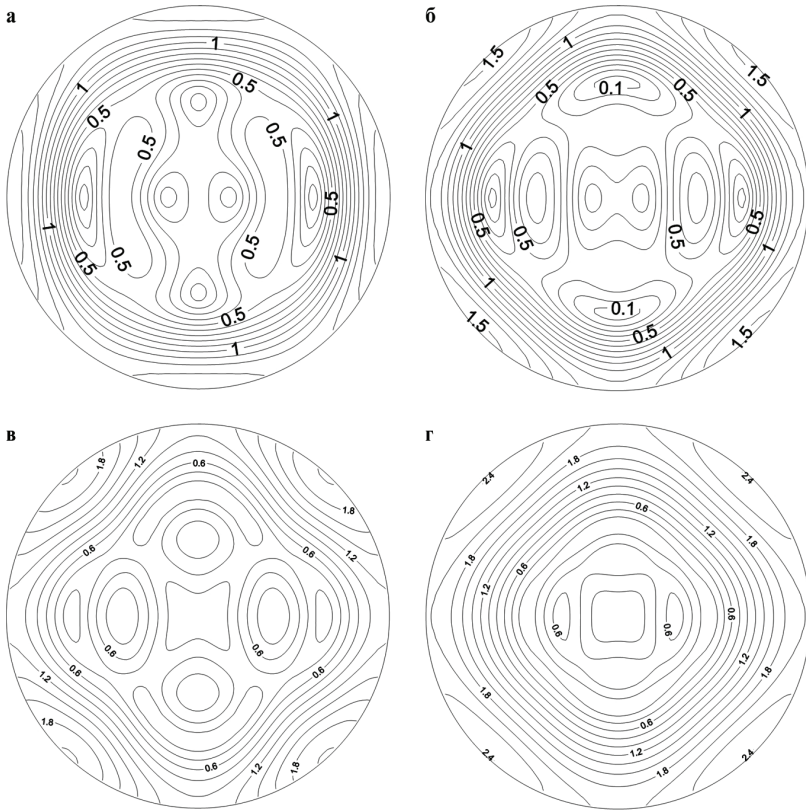
**Рис. 7.20.** Аналіз пружних постійних для моделі IV, б "сланець біотитовий" (мезозона) (умовні позначення див. на рис. 7.1)

- швидкість квазіповздовжньої хвилі (рис. 7.21, а–г) зменшується від 6,8 км/с для тектонофації V до 6,5 км/с для тектонофації X з одним вираженим мінімумом тектонофацій IX–X, який збігається з напрямком хвильової нормалі;
- максимальне значення різниці між "швидкою" і "повільною" модами квазіпоперечних хвиль становить близько 1,6 км/с для тектонофації V і набуває свого максимального значення 2,15 км/с для найвищих тектонофацій. Процеси розщеплення хвиль дуже інтенсивні, що підтверджує високу анізотропність моделі IV, б. Кількість екстремумів для цього параметра пружної анізотропії зменшується від восьми для середньобальних тектонофацій до трьох екстремальних точок (мінімумів) і звуження області їхнього розташування. Мінімумам відповідають значення від 0,25 км/с до 0,6 км/с, де ефект розщеплення хвиль поперечної поляризації найменший (рис. 7.22, а–г);
- коефіцієнт диференціальної пружної анізотропії  $A_d$  змінюється від 25 % для тектонофацій I–V до 34 % для найвищої тектонофації X, що добре узгоджується зі значеннями інтегра-

льного коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{\mu}$ . Мінімум цього параметра становить 1,5 % для тектонофацій IX–X і як і в деяких попередніх випадках свідчить, що в даному напрямку пружні властивості середовища мало відрізняються від найближчого до нього ізотропного середовища (рис. 7.23, а–г);

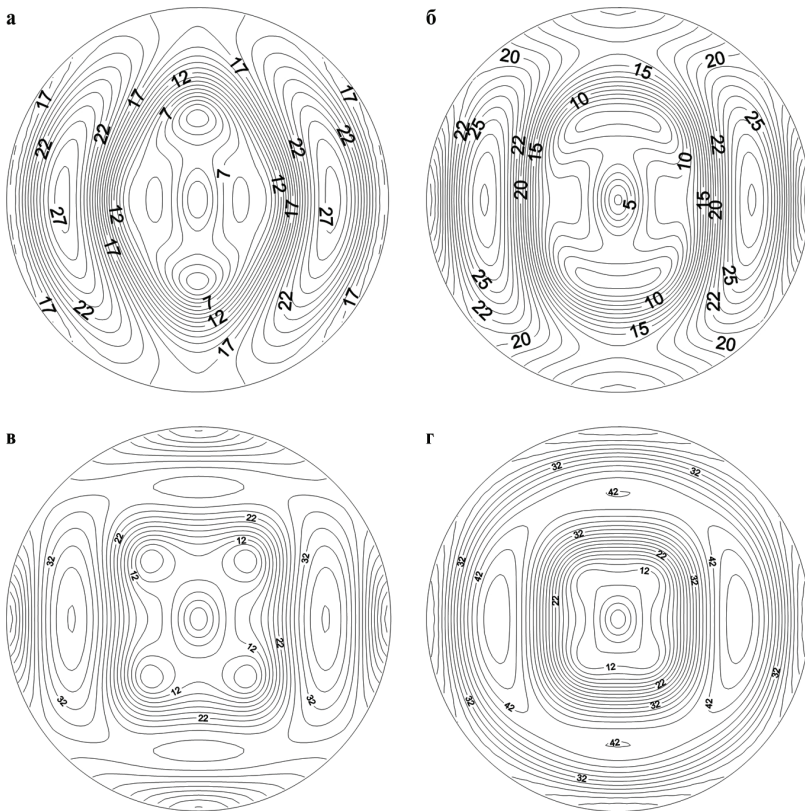


**Рис. 7.21. Стереоекції ізолійніх вказівних поверхонь індикатрис швидкостей квазіповздовжніх хвиль моделі IV, б "сланець біотитовий" при моделюванні тектонофацій мезозони (умовні позначення див. на рис. 7.16)**



**Рис. 7.22. Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь різниці "швидкої" й "повільної" швидкостей квазіпоперечних хвиль моделі IV, б "сланець біотитовий" при моделюванні тектонофацій мезозони (умовні позначення див. на рис. 7.16)**

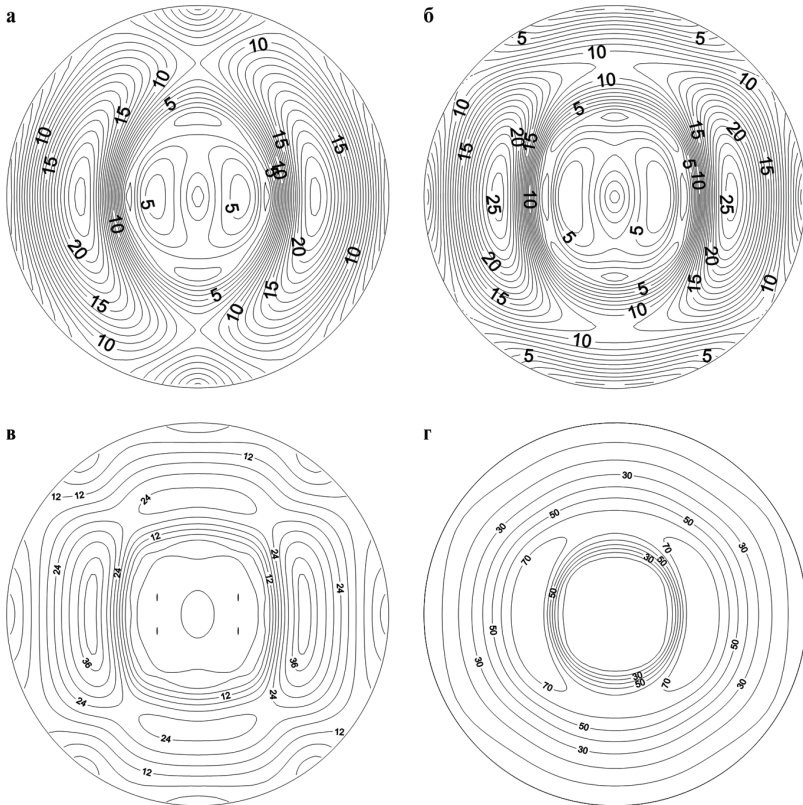
- факт зростання рівня анізотропії моделі "сланець біотитовий" зі збільшенням рівня тектонофацій мезозони підтверджують і стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь кута відхилення вектора пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі. Його величина змінюється в значних межах: від  $20^\circ$  для середньобальних тектонофацій і до  $55^\circ$  для найбільш високобальних тектонофацій IX–X (рис. 7.24, б–г).



**Рис. 7.23. Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь диференціального коефіцієнта пружної анізотропії моделі IV, б "сланець біотитовий" при моделюванні тектонофацій мезозони (умовні позначення див. на рис. 7.16)**

*Крихкі моделі тектонофацій*

Результати моделювання впливу крихких деформацій (умови епізони) на ефективні акустичні й пружні постійні та параметри анізотропії метаморфічних порід Криворіжжя розглянуто на прикладі трьох моделей "кварциту біотитового" і моделі "залізитий кварцит".



**Рис. 7.24.** Стереопроєкції ізолій вказівних поверхонь кута відхилення вектора пружних зміщень квазіповздовжньої хвилі від напрямку хвильової нормалі моделі IV, б "сланець біотитовий" при моделюванні тектонофацій мезозони (умовні позначення див. на рис. 7.16)

*Модель V.* "Кварцит біотитовий з однією системою тріщин". За результатами математичного моделювання ефективних акустичних і пружних постійних моделі V в різних тектонофаціях епізони встановлено:

- акустична і пружна симетрія текстури моделі V планальна ромбічна ( $\mu_{11}^* > \mu_{22}^* > \mu_{33}^*$ ;  $C_{11}^* > C_{22}^* > C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* = C_{55}^* < C_{66}^*$ ) для всіх без винятку тектонофацій епізони (табл. 7.8, рис. 7.25);

**Таблиця 7.8.** Результати математичного моделювання тектонофацій епізони для моделі V "кварцит біотитовий з однією системою тріщин"

Пружні постійні і параметри акустичного еліпсоїда	Ефективні акустичні й пружні параметри для балів тектонофацій					
	5	6	7	8	9	10
$C_{11}^*$	97,61	98,95	99,70	100,46	101,76	104,53
$C_{22}^*$	95,81	95,91	97,27	96,11	97,86	98,33
$C_{33}^*$	92,23	88,69	91,79	81,37	88,94	85,43
$C_{44}^*$	40,47	36,58	38,82	31,39	34,71	26,59
$C_{55}^*$	40,47	36,58	38,82	31,39	34,71	26,59
$C_{66}^*$	43,52	44,11	44,40	44,89	45,30	46,52
$C_{12}^*$	6,91	5,60	6,78	4,55	5,84	4,66
$C_{13}^*$	11,04	10,68	11,16	9,74	11,01	11,00
$C_{23}^*$	11,04	10,68	11,16	9,74	11,01	11,00
$\mu_{11}^*$	66,40	66,30	64,71	65,00	63,00	62,60
$\mu_{22}^*$	64,00	62,20	59,30	57,90	52,70	50,60
$\mu_{33}^*$	2,03	3,30	4,50	5,92	8,75	10,48
$A_{\mu}$	1,01	1,01	1,02	1,02	1,03	1,04

- величина інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{\mu}$  мало змінюється для тектонофацій V–VIII (від 2 до 5,9 %) і трохи інтенсивніше зростає для вищих тектонофацій, набуваючи величини 10,5 % для тектонофації X епізони;

- швидкість квазіповздовжньої хвилі на стереопроекціях указованих поверхонь (рис. 7.26, а, в, д) змінюється майже невідчутно від 6,0 км/с для тектонофації V до 6,1 км/с для тектонофації X. На відміну від умов катазони і мезозони цей параметр пружної анізотропії змінюється неістотно. Якщо в умовах пластичних і пружно-пластичних деформацій спостерігалася локалізація най-

менших значень швидкостей квазіповздовжніх хвиль у напрямку розповсюдження пружної хвилі, в епізоні до цієї ділянки приурочений максимум швидкостей;

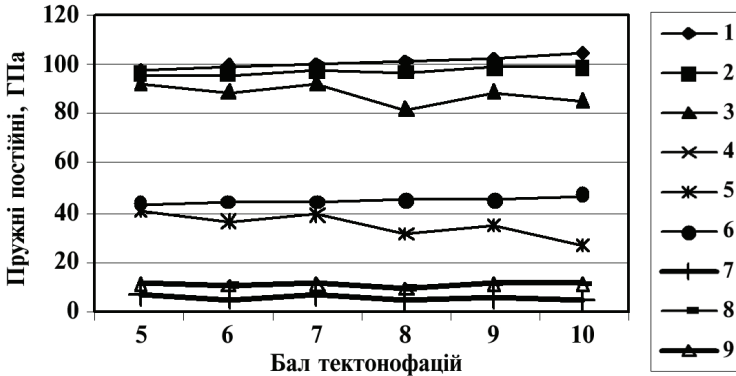


Рис. 7.25. Аналіз пружних постійних для моделі V "кварцит біотитовий з однією системою тріщин" (умовні позначення див. на рис. 7.1)

- величина максимальної різниці між "швидкою" і "повільною" поперечними модами квазіпоперечних хвиль збільшується від 0,21 км/с для тектонофації V майже до 1,1 км/с для тектонофації X. Ефекти розщеплення хвиль фактично збільшуються в п'ять разів (рис. 7.26, б, г, е). Для всіх стереопроєкцій можна виділити ділянки, де різниця швидкостей "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних хвиль дорівнює нулю і розщеплення хвиль відсутнє;

- максимальне значення диференціального коефіцієнта пружної анізотропії зростає від 2,8 % для тектонофації V до 15 % для тектонофації X епізони. Для всіх тектонофацій спостерігається узгодженість між значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії й середніми значеннями диференціального коефіцієнта пружної анізотропії (табл. 7.8). Для тектонофацій V–X існує особливий напрямок, який збігається з напрямком поширення хвильової нормалі, де величина коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії близька до нуля, і закономірності розповсюдження пружних хвиль у цьому напрямку не відрізняються від ізотропного середовища.

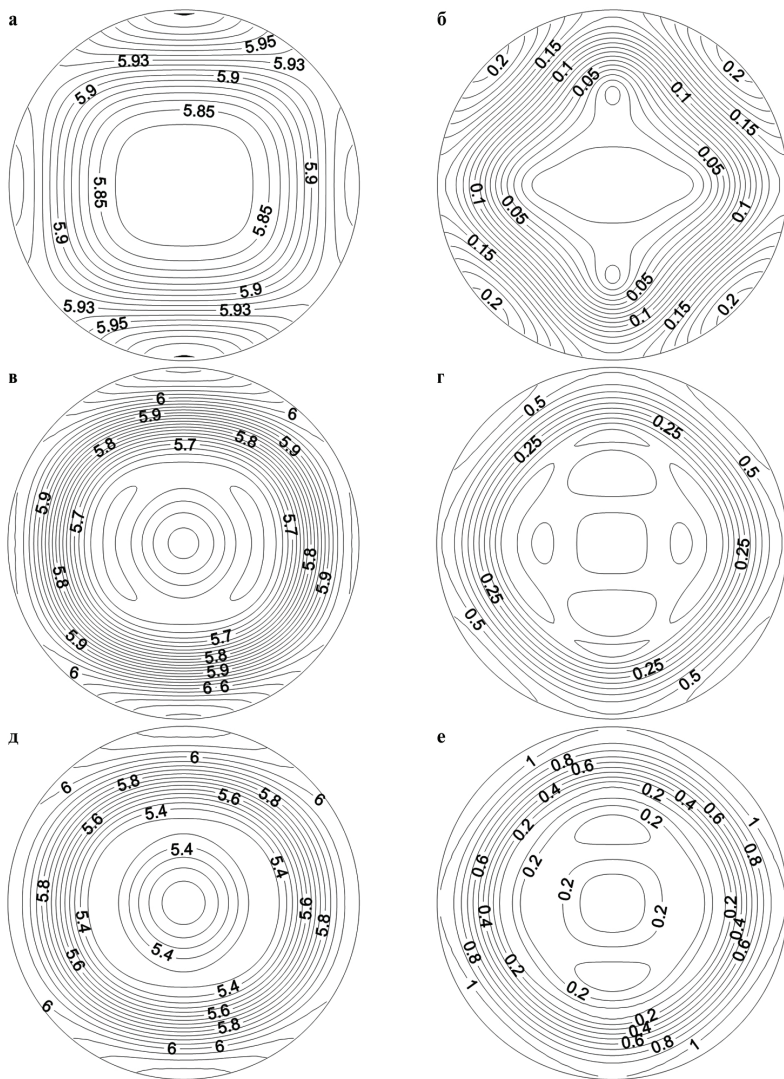


Рис. 7.26. Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхень індикатрис швидкості квазіповздовжньої хвилі (а, в, д) та різниці "швидкої" й "повільної" швидкостей квазіпоперечних хвиль моделі V при моделюванні тектонофацій мезозони: а, б – тектонофація V; в, г – тектонофація VIII; д, е – тектонофація X

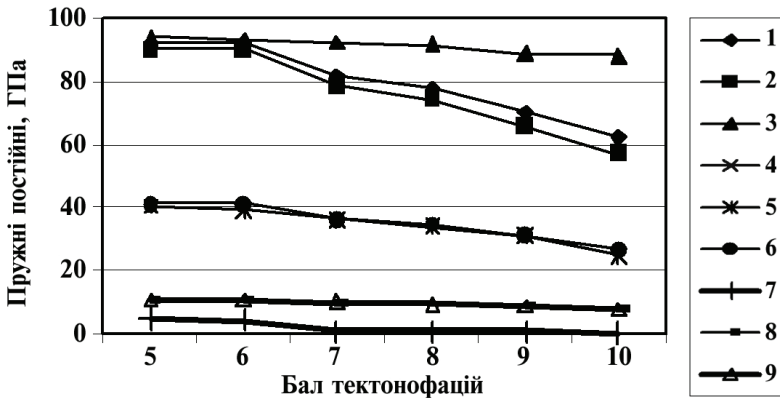
Для моделі VI "кварцит біотитовий з двома системами ортогональних тріщин" проведене математичне моделювання ефективних акустичних і пружних постійних і параметрів пружної анізотропії в різних тектонофаціях епізони дало можливість зробити такі висновки:

- акустична і пружна симетрія текстури моделі VI планальна ромбічна ( $\mu_{11}^* > \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ;  $C_{11}^* > C_{22}^* < C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* = C_{55}^* < C_{66}^*$ ) для всіх тектонофацій (табл. 7.9, рис. 7.27);
- значення інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{\mu}$  незначно змінюється для тектонофацій V–VIII (від 0,7 до 4,8 %) і значно зростає для вищих тектонофацій, досягаючи величини 10,45 % для тектонофації X епізони. Поведінка цього параметра акустичної анізотропії досить подібна до моделі V (табл. 7.8);

**Таблиця 7.9. Результати математичного моделювання тектонофацій мезозони для моделі VI "кварцит біотитовий з двома системами ортогональних тріщин"**

Пружні постійні і параметри акустичного еліпсоїда	Ефективні акустичні й пружні параметри для балів тектонофацій					
	5	6	7	8	9	10
$C_{11}^*$	92,02	92,06	81,04	77,45	69,45	61,76
$C_{22}^*$	90,22	89,66	78,10	73,89	65,33	56,69
$C_{33}^*$	93,63	93,10	92,18	91,02	88,49	87,83
$C_{44}^*$	40,40	38,66	36,15	33,88	30,58	24,71
$C_{55}^*$	40,40	38,66	36,15	33,88	30,58	24,71
$C_{66}^*$	41,00	40,99	36,02	34,34	30,62	26,93
$C_{12}^*$	5,10	4,14	0,48	0,46	0,41	0,17
$C_{13}^*$	10,89	10,84	9,94	9,55	8,69	8,15
$C_{23}^*$	10,89	10,84	9,94	9,55	8,69	8,15
$\mu_{11}^*$	64,4	63,4	56,5	53,5	47,9	41,5

Пружні постійні і параметри акустичного еліпсоїда	Ефективні акустичні й пружні параметри для балів тектонофацій					
	5	6	7	8	9	10
$\mu_{22}^*$	63,7	62,5	55,4	52,2	46,4	39,6
$\mu_{33}^*$	64,8	62,9	60,4	58,3	54,8	50,2
$A_{\mu}$	0,67	0,57	3,92	4,81	7,4	10,45



**Рис. 7.27.** Аналіз ефективних пружних постійних для моделі VI "кварцит біотитовий з двома системами ортогональних тріщин" (умовні позначення див. на рис. 7.1)

- на відміну від моделі V максимальна швидкість квазіповздовжньої хвилі (рис. 7.28, а, в, д) зменшується, а не збільшується від 5,9 км/с для тектонофації V до 5,5 км/с для тектонофації X. Проте порівняно з моделями катазони і мезозони цей параметр пружної анізотропії змінюється не так відчутно. Спостерігається зменшення кількості екстремумів із п'яти в тектонофації V до одного для тектонофації X, який збігається з напрямком поширення пружної хвилі так само, як і для моделі "кварциту біотитового з однією системою ортогональних тріщин";

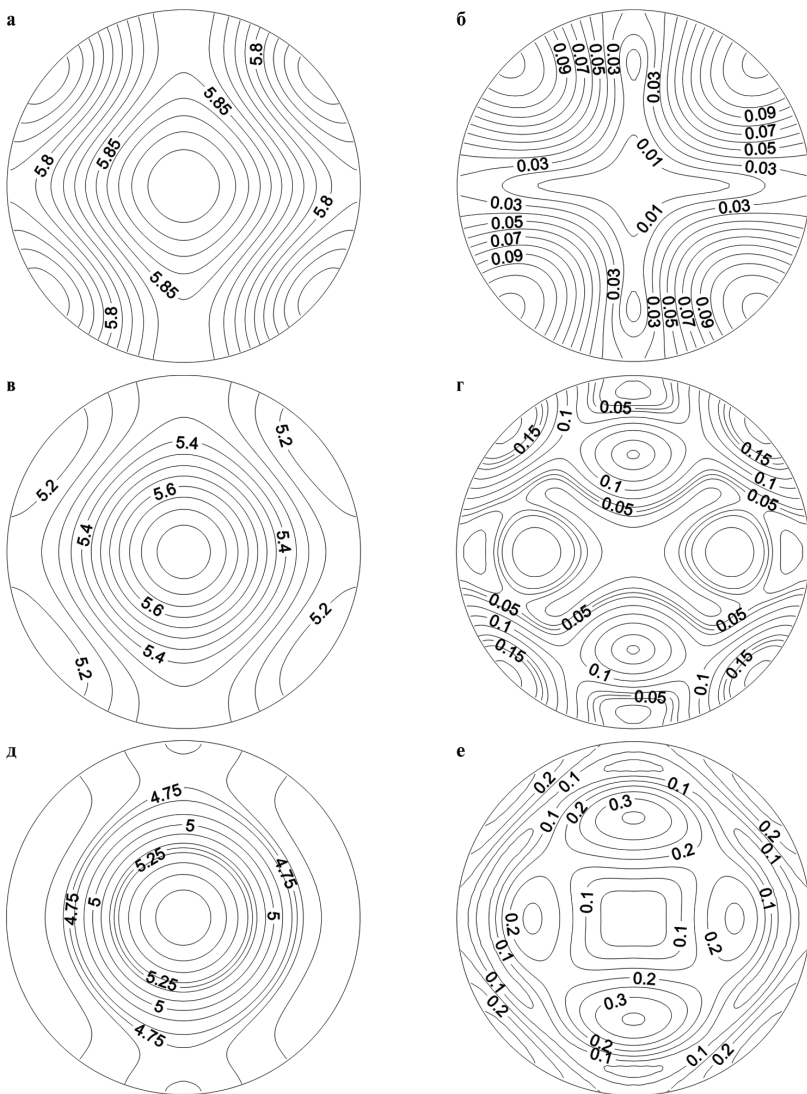
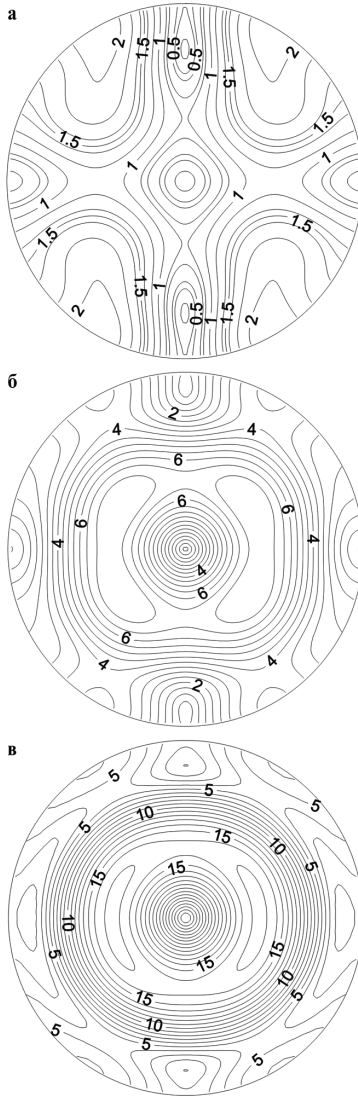


Рис. 7.28. Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь індикатрис швидкості квазіповздовжньої хвилі (а, в, д) та різниці "швидкої" й "повільної" швидкостей квазіпоперечних хвиль (б, г, е) моделі VI (умовні позначення див. на рис. 7.26)



**Рис. 7.29. Стереопроєкції ізолій вказівних поверхонь коефіцієнта диференціальної анізотропії моделі VI "кварцит біотитовий з двома системами ортогональних тріщин": а – тектонофація V; б – тектонофація VIII; в – тектонофація X**

- різниця між "швидкою" і "повільною" квазіпоперечними хвилями збільшується від 0,12 км/с для тектонофації V до 0,35 км/с для тектонофації X, що значно менше, ніж для моделі V, і ефект розщеплення хвиль для цієї моделі значно менший (рис. 7.28, б, г, е). Збільшується кількість екстремумів (дев'ять для тектонофації X), які розташовуються вздовж координатних осей  $X_1$  і  $X_2$ . Можна виділити для тектонофацій V–X цієї моделі не менше трьох напрямків, де різниця швидкостей "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних хвиль дорівнює нулю і розщеплення хвиль відсутнє;

- диференціальний коефіцієнт пружної анізотропії зростає від 2,2 % для тектонофації V (рис. 7.29, а) до 17,5 % для тектонофації X епізони (рис. 7.29, в). Для вищих тектонофацій VIII–X спостерігається добра узгодженість між значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії й середніми значеннями диференціального коефіцієнта пружної анізотропії (рис. 7.29, а–в, табл. 7.9). Кількість екстремумів зменшується з дев'яти у тектонофації V до семи у тектонофації VIII і п'яти у тектонофації X. Для тектонофацій V–X існує мінімум один напрямок, що збігається з напрямком поширення хвильової нормалі, де величина коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії дорівнює нулю.

*Модель VII. "Кварцит біотитовий з трьома системами ортогональних тріщин".* За результатами проведеного математичного моделювання акустичної й пружної анізотропії в різних тектонофаціях епізони встановлено:

- акустична і пружна симетрія текстури моделі VII планальна ромбічна ( $\mu_{11}^* > \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ;  $C_{11}^* > C_{22}^* < C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* = C_{55}^* < C_{66}^*$ ) для тектонофацій V–VII і ( $\mu_{11}^* > \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ;  $C_{11}^* > C_{22}^* < C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* = C_{55}^* > C_{66}^*$ ) для тектонофацій VIII–X (табл. 7.10, рис. 7.30);

- значення інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{II}$  мало змінюється для тектонофацій V–VIII (від 0,6 до 3,1 %) і стрімко зростає для вищих тектонофацій, досягаючи величини 12,8 % для тектонофації X епізони. Слід відзначити, що навіть в умовах існування трьох систем ортогональних тріщин цей параметр акустичної анізотропії змінюється подібно до моделей V і VI (табл. 7.8 і 7.9);

- максимальна швидкість квазіповздовжньої хвилі (рис. 7.31, а, в, д) зменшується від 5,85 км/с для тектонофації V до 4,05 км/с для тектонофації X, що відчутніше, ніж для моделей V і VI, хоч порівняно з моделями катазони і мезозони цей параметр пружної анізотропії змінюється не так відчутно. Кількість екстремумів зменшується із восьми для тектонофації V до одного для тектонофації X, який збігається з напрямком поширення пружної хвилі;
- різниця між "швидкою" і "повільною" квазіпоперечними хвилями моделі VII збільшується мінімально від 0,13 км/с для тектонофації V до 0,31 км/с для тектонофації X, що значно менше, ніж для моделі V, і трохи менше, ніж для моделі VI. Ефект розщеплення хвиль для цієї моделі незначний (рис. 7.31, б, г, е).
- у центральній частині площини  $X_1X_2$  виділяється досить широка область, де різниця швидкостей "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних хвиль дорівнює нулю і розщеплення хвиль відсутнє;
- диференціальний коефіцієнт пружної анізотропії зростає від 2,1 % для тектонофації V (рис. 7.32, а) до 13,5 % для тектонофації X епізони (рис. 7, 32, в).

**Таблиця 7.10.** Результати математичного моделювання тектонофацій мезозони для моделі VII "кварцит біотитовий з трьома системами ортогональних тріщин"

Пружні постійні й параметри акустичного еліпсоїда	Ефективні акустичні й пружні параметри для балів тектонофацій					
	5	6	7	8	9	10
$C_{11}^*$	91,91	90,82	79,77	69,97	52,72	30,54
$C_{22}^*$	90,18	88,54	77,19	67,19	50,12	28,62
$C_{33}^*$	90,34	89,09	82,95	76,17	64,44	43,33
$C_{44}^*$	40,12	38,28	35,29	32,11	26,99	16,88
$C_{55}^*$	40,12	38,28	35,29	32,11	26,99	16,88
$C_{66}^*$	41,04	40,54	35,61	31,13	23,09	12,87

Пружні постійні й параметри акустичного еліпсоїда	Ефективні акустичні й пружні параметри для балів тектонофацій					
	5	6	7	8	9	10
$C_{12}^*$	5,23	3,90	0,63	0,89	0,21	0,45
$C_{13}^*$	10,46	10,21	8,61	7,15	5,01	2,49
$C_{23}^*$	10,46	10,21	8,61	7,15	5,01	2,49
$\mu_{11}^*$	64,6	63	55,8	49,2	37,89	22,1
$\mu_{22}^*$	64	62,2	54,8	48,2	36,9	21,4
$\mu_{33}^*$	63,7	61,5	56,8	51,9	43,6	28,3
$A_{\mu}$	0,6	0,97	1,47	3,11	7,49	12,78

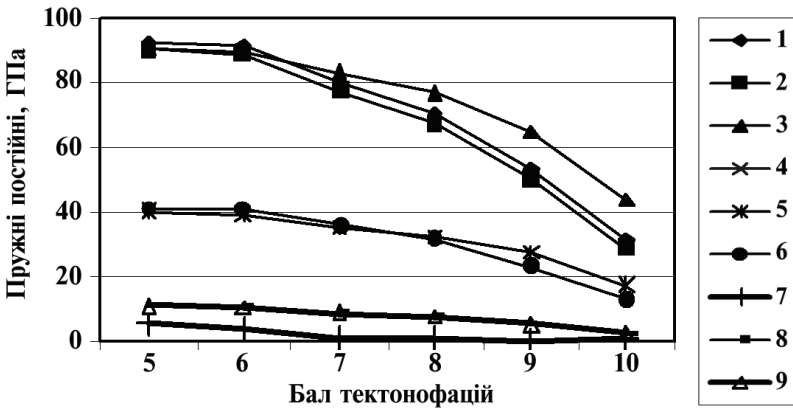
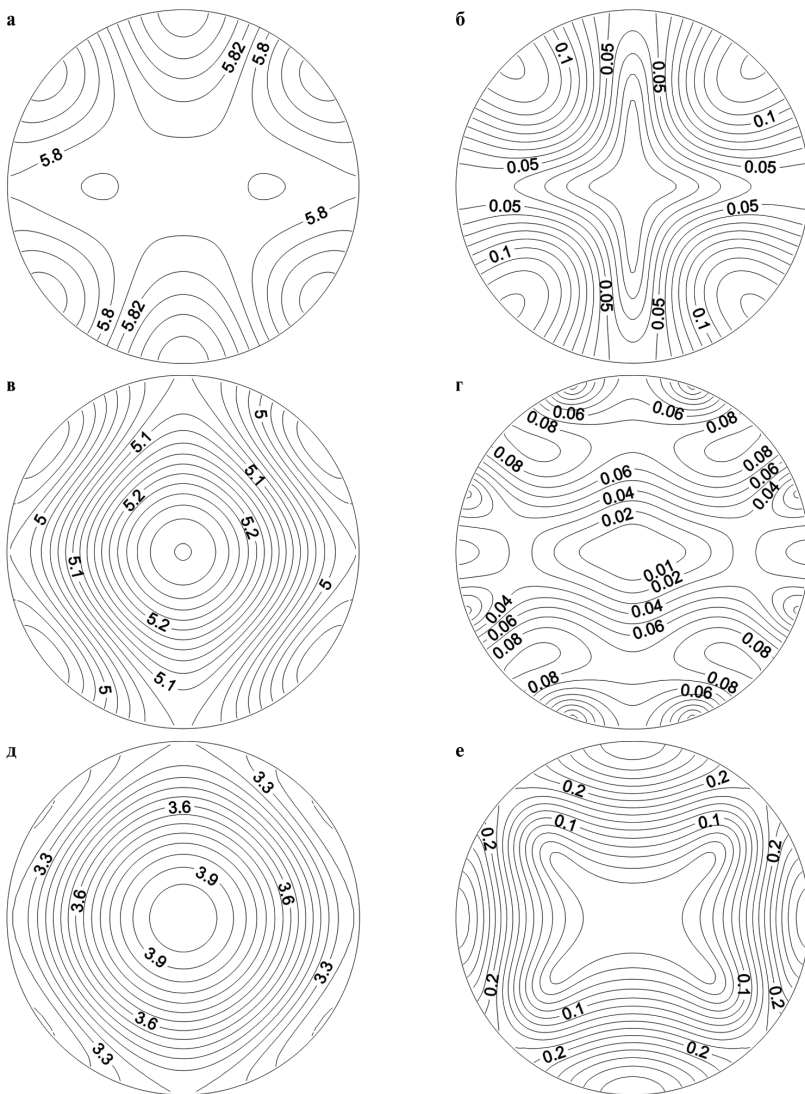
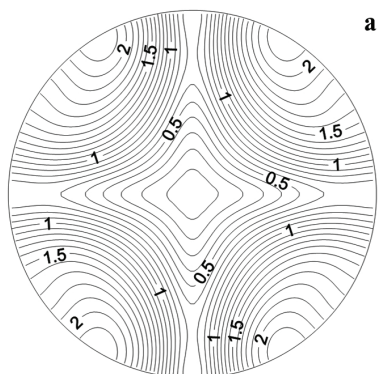


Рис. 7.30. Аналіз ефективних пружних постійних для моделі VII "кварцит біотитовий з трьома системами ортогональних тріщин" (умовні позначення див. на рис. 7.1)

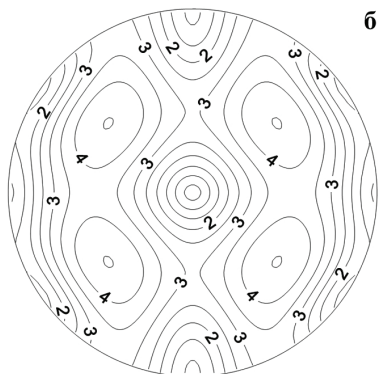
Лише для тектонофацій VIII–X спостерігається добра узгодженість між значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії й середніми значеннями диференціального коефіцієнта пружної анізотропії (рис. 7.32, а–в, табл. 7.10).



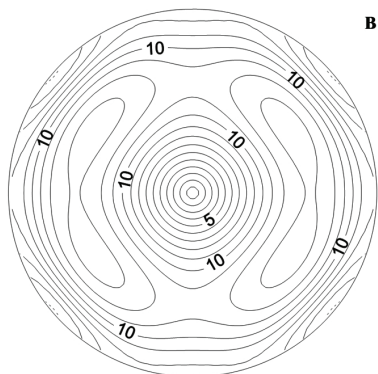
**Рис. 7.31.** Стереопроєкції ізолій вказівних поверхонь швидкості квазіповздовжньої хвилі (а, в, д) та різниці "швидкої" й "повільної" швидкостей квазіпоперечних хвиль моделі VII (умовні позначення див. на рис. 7.26)



**a**



**б**



**в**

**Рис. 7.32.** Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь коефіцієнта диференціальної анізотропії моделі VIII (умовні позначення див. на рис. 7.29)

Кількість екстремумів зменшується від семи у тектонофації VIII до трьох у тектонофації X. Для тектонофацій V–X моделі VII існує один напрямок, що збігається з напрямком поширення хвильової нормалі, де величина коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії дорівнює нулю.

При аналізі результатів моделювання тектонофацій епізони (крихкі деформації) для трьох моделей кварциту біотитового встановлено, що пружна симетрія цих моделей накладає жорсткі обмеження на симетрію всіх без винятку параметрів анізотропії об'ємних пружних хвиль і на симетрію вказівної поверхні диференціального коефіцієнта пружної анізотропії.

*Модель VIII. "Залістий кварцит в умовах крихких деформацій".* За результатами математичного моделювання ефективних акустичних і пружних постійних моделі "залістий кварцит" у різних тектонофаціях епізони можна зробити такі висновки:

- акустична і пружна симетрія текстури моделі аксіальна ромбічна ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ;  $C_{11}^* < C_{22}^* < C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* > C_{55}^* > C_{66}^*$ ). Для тектонофацій IX, X акустичну симетрію текстури можна вважати аксіальною поперечно-ізотропною (табл. 7.11, рис. 7.33);

- величина інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{\mu}$  мало змінюється для середньобальних тектонофацій V–VIII і перебуває в межах 6 % та істотно зростає для вищих тектонофацій, досягаючи 14,1 % для тектонофації X;

- швидкість квазіповздожньої хвилі на стереопроєкціях указівних поверхонь (рис. 7.34, а–г) збільшується від 5,9 км/с для тектонофації V до 6,55 км/с для найвищої X тектонофації. На відміну від найвищих тектонофацій VIII–X катазони і мезозони, де для моделей III, б і IV, а спостерігалася локалізація найменших значень швидкостей квазіповздожніх хвиль у центральній частині, в епізоні (умови крихких деформацій) до цієї області приурочений максимум швидкостей;

- на відміну від умов катазони і мезозони величина максимальної різниці між "швидкою" і "повільною" поперечними модами квазіпоперечних хвиль зменшується від 0,45 км/с у тектонофації V до 0,35 км/с у тектонофації VIII і становить лише 0,24 км/с у тектонофації X. Ефекти розщеплення хвиль зменшуються

(рис. 7.35, г). Із зростанням рівня дислокаційних перетворень характер розповсюдження квазіпоперечних хвиль істотно змінюється, стереопроекції ускладнюються додатковими екстремумами і для тектонофації X епізони можна виділити шість екстремумів, де різниця швидкостей "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних хвиль дорівнює нулю і розщеплення хвиль відсутнє;

- величина диференціального коефіцієнта пружної анізотропії зростає від 8,5 % для тектонофацій I–V (рис. 7.36, а, б) до 15 % для тектонофації X епізони (рис. 7.36, г). Для всіх тектонофацій спостерігається задовільна узгодженість між значеннями інтегрального і середнього диференціального коефіцієнтів анізотропії (рис. 7.36, а–г, табл. 7.11). Для тектонофацій V–X існують напрямки, де величина коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії становить менше 1 %. У цих напрямках закономірності розповсюдження пружних хвиль не відрізняються від ізотропного середовища;

- кут відхилення вектора пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі змінюється в незначних межах і досягає свого максимуму в  $13^\circ$  для тектонофації X (рис. 7.37, а–г). Інтенсивність і характер зміни цього параметра пружної анізотропії в умовах епізони істотно відрізняється від умов катазони і мезозони.

**Таблиця 7.11. Результати математичного моделювання тектонофацій епізони для моделі VIII "залістий кварцит в умовах крихких деформацій"**

Пружні постійні й параметри акустичного еліпсоїда	Ефективні пружні постійні (ГПа) і параметри акустичного еліпсоїда для моделей різних тектонофацій						
	1	3	5	7	8	9	10
$C_{11}^*$	125,0	124,8	121,5	120,4	119,4	90,38	77,61
$C_{22}^*$	129,3	128,6	124,4	121,2	118,2	88,72	75,97
$C_{33}^*$	150,5	150,2	147,3	139,4	140,4	124,6	122,7
$C_{44}^*$	63,70	64,77	61,86	59,35	59,49	46,24	41,21
$C_{55}^*$	59,33	60,42	57,40	54,44	54,77	43,16	38,59

Пружні постійні й параметри акустичного еліпсоїда	Ефективні пружні постійні (ГПа) і параметри акустичного еліпсоїда для моделей різних тектонофацій						
	1	3	5	7	8	9	10
$C_{66}^*$	50,12	50,97	48,82	48,31	48,48	39,06	34,72
$C_{12}^*$	28,18	27,25	23,90	20,53	18,30	4,85	0,56
$C_{13}^*$	35,89	35,26	33,18	29,90	30,18	22,13	19,97
$C_{23}^*$	35,24	34,57	32,41	29,01	29,18	21,08	19,17
$\mu_{11}^*$	72,35	72,28	69,41	68,12	67,58	52,40	45,63
$\mu_{22}^*$	75,00	74,78	71,69	69,90	68,65	52,83	45,93
$\mu_{33}^*$	84,39	84,29	81,25	78,15	77,29	64,97	61,21
$A_{\mu}$	6,67	6,69	6,03	5,54	6,09	10,22	14,15

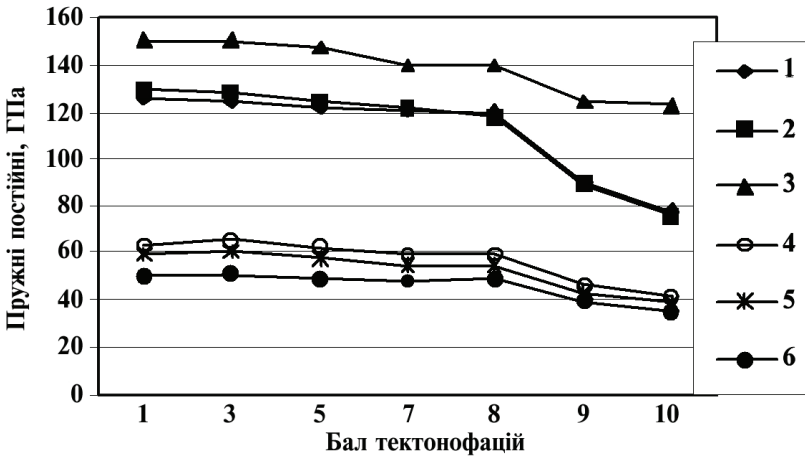
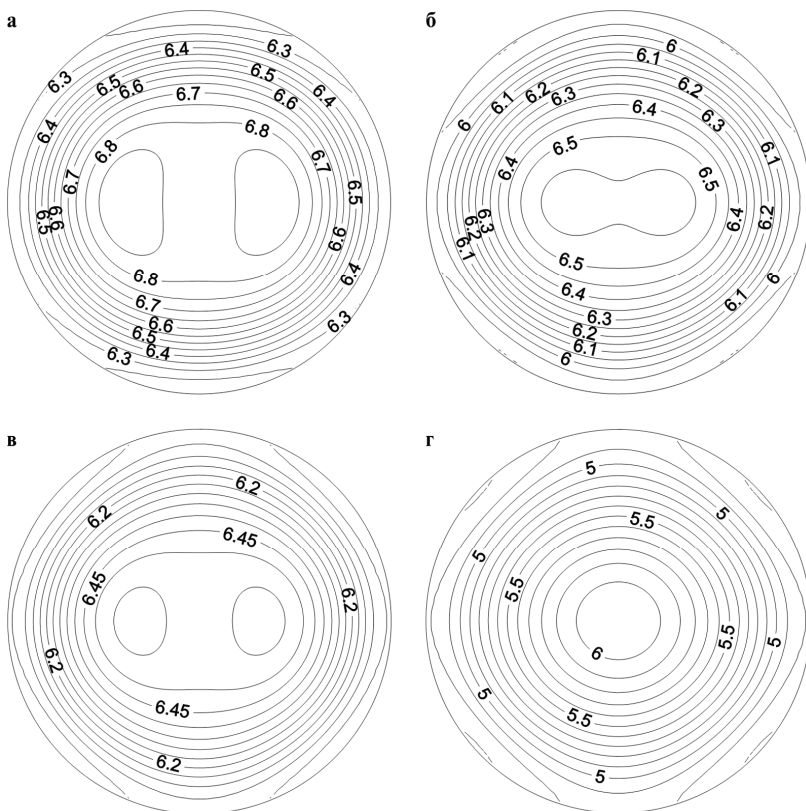


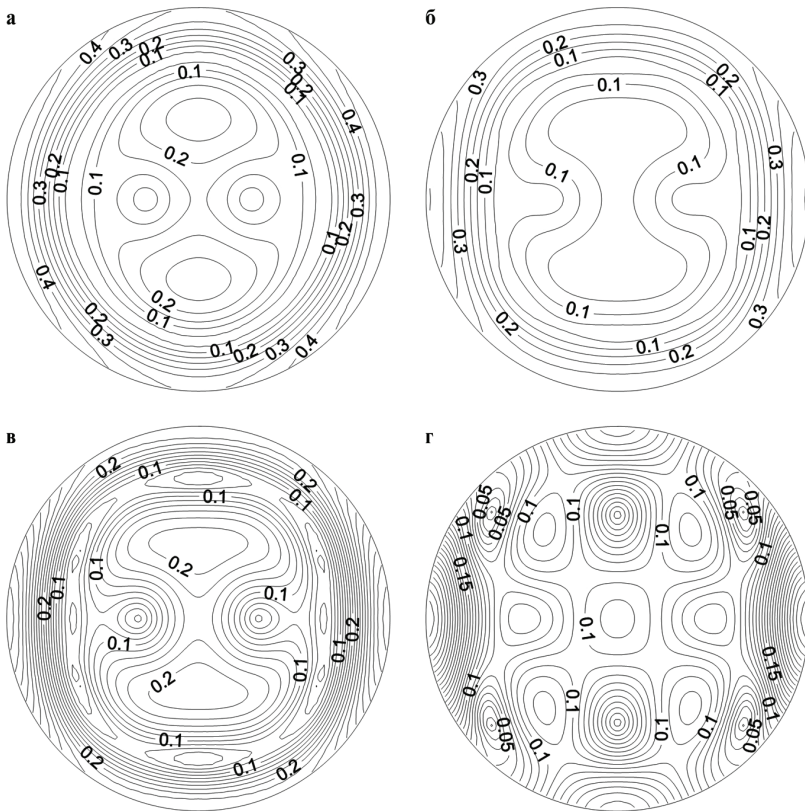
Рис. 7.33. Аналіз пружних постійних для моделі VIII "залістий кварцит" (крихкі деформації) (умовні позначення див. на рис. 7.1)



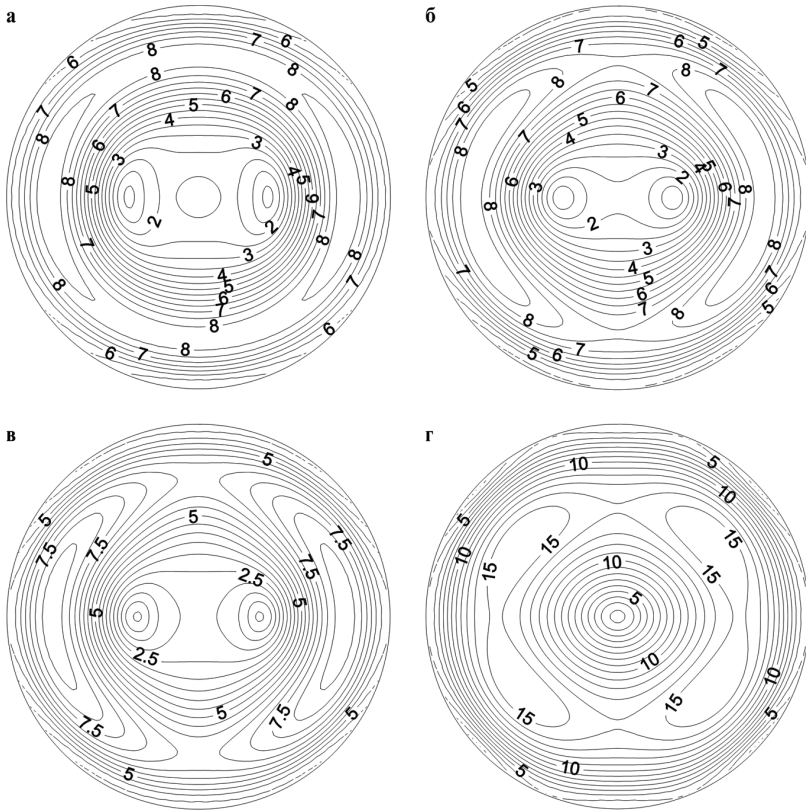
**Рис. 7.34.** Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь швидкостей квазіповздовжніх хвиль моделі VIII "залістий кварцит в умовах крихких деформацій" при моделюванні тектонофацій епізони:  
**а** – тектонофація I; **б** – тектонофація V; **в** – тектонофація VIII;  
**г** – тектонофація X

Розглянувши результати моделювання тектонофацій катазони, мезозони та епізони, можна помітити, що пружна симетрія моделей "залістий кварцит", "сланець біотитовий" і "біотитовий кварцит" накладає жорсткі обмеження на симетрію всіх без винятку параметрів анізотропії об'ємних пружних хвиль і на симетрію вказівної поверхні диференціального коефіцієнта пружної анізотропії.

Таким чином, розроблено математичні моделі тектонофацій на прикладі реальних порід КНГС та її полігону, що відповідають різним типам деформацій: пластичним, пружно-пластичним, крихким і комбінованим накладеним деформаціям. Вони пов'язані з реальними реологічними обстановками катазони, мезозони і епізони.



**Рис. 7.35.** Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь різниці швидкостей "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних хвиль моделі VIII "залістий кварцит в умовах крихких деформацій" при моделюванні тектонофацій епізони (умовні позначення див. на рис. 7.34)

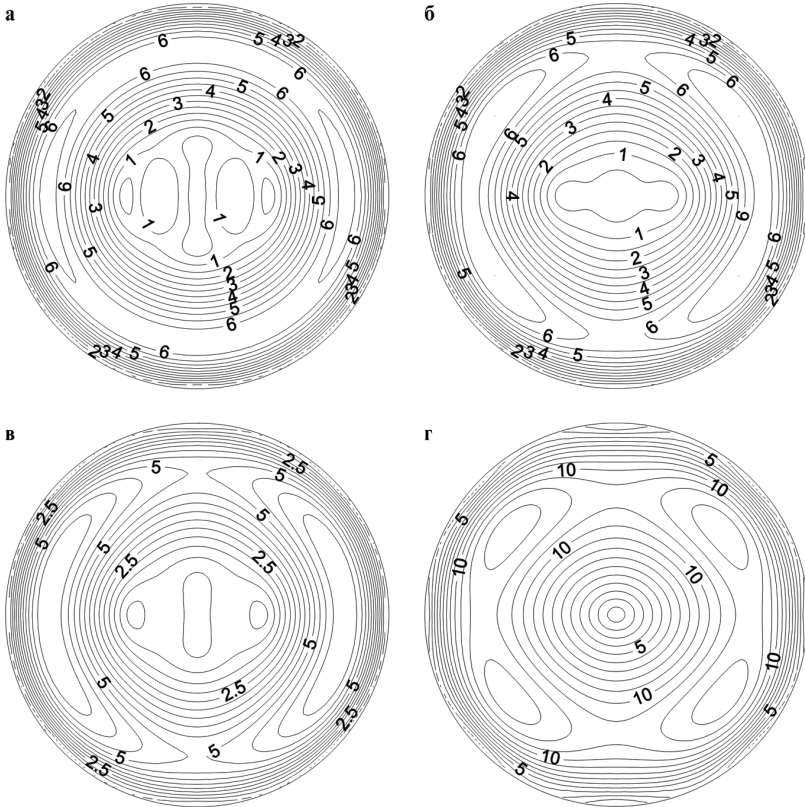


**Рис. 7.36. Стереопроєкції ізоліній вказівних поверхонь диференціального коефіцієнта пружної анізотропії моделі VIII "залістий кварцит в умовах крихких деформацій" при моделюванні тектонофацій епізони (умовні позначення див. на рис. 7.34)**

Для пластичних деформацій (умови катазони) розроблено математичні моделі тектонофацій, які розглядають вплив на ефективні акустичні й пружні постійні, а також параметри анізотропії об'ємних пружних хвиль:

- кристалографічної орієнтації породотвірних мінералів (модель I);

- орієнтації мінералів за формою – сланцюватість (*модель II*);
- комбінований накладений вплив кристалографічної орієнтації кристалів і сланцюватості (*моделі III, а і III, б*).



**Рис. 7.37. Стереопроєкції ізолійних вказівних поверхонь кута відхилення вектора пружних зміщень квазіповздовжньої хвилі від напрямку хвильової нормалі моделі VIII "залістий кварцит в умовах крихких деформацій" при моделюванні тектонофацій епізони (умовні позначення див на рис. 7.34)**

Пружно-пластичні математичні моделі тектонофацій розроблено для  $PT$ -умов мезозони і враховують вплив на параметри акустичної й пружної анізотропії орієнтації мінералів за формою та односистемного в'язкого сколювання, коли мікротріщини в породі майже закриті – кліваж, умови механічного послаблення (*моделі IV, а і IV, б*).

Математичні моделі тектонофацій епізони (крихкі деформації) розглядають вплив на акустичні й пружні параметри анізотропії орієнтації мікротріщин у породі:

- однієї системи мікротріщин (*модель V*);
- двох ортогональних систем мікротріщин (*модель VI*);
- трьох ортогональних систем мікротріщин (*модель VII*);
- лінійної орієнтації й двох систем ортогональних тріщин (*модель VIII*).

Для всіх розглянутих моделей тектонофацій встановлено, що із зростанням рівня деформаційних перетворень в умовах катазони, мезозони та епізони величина інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії зростає, хоч і різною мірою, особливо для тектонофацій вищих рівнів IX і X, що може служити надійним параметром при визначенні бала тектонофацій.

Установлено, що в усіх випадках моделювання тектонофацій катазони, мезозони і епізони пружна симетрія текстури розглянутих моделей накладає жорсткі обмеження на симетрію всіх без винятку параметрів анізотропії об'ємних пружних хвиль і на симетрію вказівної поверхні диференціального коефіцієнта пружної анізотропії.

## 8. АКУСТИЧНА І ПРУЖНА АНІЗОТРОПІЯ МЕТАМОРФІЧНИХ ПОРІД КРИВОРІЖЖЯ

---

### 8.1. Аналіз результатів експериментальних досліджень фазових швидкостей пружних хвиль метаморфічних порід Криворізької надглибокої свердловини та її полігону

Експериментальні (е) і врівноважені (в) значення фазових швидкостей квазіповздовжніх і "повільної" та "швидкої" квазі-поперечних хвиль найбільш характерних зразків метаморфічних порід КНГС-8 і зразків св. 22350 ("Супутник-2") представлено в табл. 8.1 і 8.2.

Проведений аналіз швидкостей розповсюдження пружних хвиль у КНГС-8 і свердловинах полігону підтвердив існування інтенсивної азимутальної анізотропії фазових швидкостей пружних хвиль різної поляризації метаморфічних порід Криворіжжя [61, 82, 119–122]. Але зіставлення величин швидкостей в різних напрямках не дає об'єктивної кількісної оцінки анізотропії текстури гірської породи, що обмежує можливості надання відповіді про її характер і природу. Вичерпну оцінку анізотропії можна одержати лише при визначенні повного набору тензорних матриць акустичних і пружних постійних, які забезпечують надійні оцінки акустичної й пружної симетрії середовищ і параметрів анізотропії пружних хвиль. Для вирішення цих задач були залучені врівноважені значення фазових швидкостей пружних хвиль гірських порід.

**Таблиця 8.1.** Значення фазових швидкостей пружних хвиль зразків гірських порід розрізу Криворізької надглибокої свердловини

Кристалло- графічна символіка	Значення фазових швидкостей пружних хвиль, км/с									
	Номери зразків									
	5028		7287		7753		9226		10158	
	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в
<b>100</b>	5,77	5,87	5,70	5,76	6,42	6,42	6,12	6,13	4,53	4,51
	2,89	2,94	3,12	3,16	3,26	3,26	3,18	3,19	2,70	2,69
	3,10	3,16	3,58	3,62	3,89	3,89	3,81	3,82	3,15	3,14
<b>010</b>	6,53	6,65	6,13	6,20	6,06	6,06	5,99	6,00	5,67	5,65
	3,33	3,39	3,26	3,30	3,37	3,37	3,66	3,67	2,83	2,82
	3,89	3,96	3,74	3,78	3,79	3,79	3,68	3,69	3,55	3,54
<b>001</b>	5,90	6,01	5,67	5,73	5,84	5,84	6,06	6,07	5,23	5,21
	2,89	2,94	3,70	3,74	2,92	2,92	3,65	3,66	2,69	2,68
	3,13	3,19	3,81	3,75	3,47	3,47	3,91	3,92	3,34	3,33
<b>110</b>	5,91	5,78	6,00	5,85	6,57	6,54	6,12	6,12	4,98	5,25
	3,42	3,34	3,58	3,49	3,25	3,24	3,12	3,12	2,68	2,83
	3,74	3,66	3,75	3,66	3,83	3,81	3,64	3,64	3,34	3,52
<b>101</b>	5,86	5,66	5,76	5,63	6,05	6,05	5,89	5,86	4,79	4,83
	2,91	2,87	3,43	3,44	3,03	3,04	3,71	3,70	2,75	2,63
	3,44	3,40	3,51	3,52	3,52	3,53	3,85	3,84	3,21	3,07
<b>011</b>	5,99	6,05	5,93	5,96	6,36	6,36	6,14	6,16	5,80	5,53
	2,94	3,01	3,27	3,27	3,20	3,19	3,75	3,77	2,74	2,73
	3,27	3,34	3,80	3,82	3,85	3,83	3,92	3,95	3,34	3,33
<b>0<math>\bar{1}</math>1</b>	6,27	6,55	6,21	6,22	5,82	5,77	5,79	5,87	5,42	5,38
	3,29	3,36	3,43	3,43	2,83	2,82	3,55	3,57	2,92	2,91
	3,82	3,91	3,79	3,79	3,31	3,29	3,68	3,70	3,35	3,34
<b>1<math>\bar{1}</math>0</b>	6,24	6,24	6,04	5,89	6,14	6,09	6,12	6,16	4,40	4,62
	3,77	3,69	3,58	3,49	3,38	3,37	3,64	3,64	2,69	2,84
	3,84	3,75	3,76	3,67	3,68	3,66	3,73	3,73	3,33	3,51
<b>1<math>\bar{0}</math>1</b>	6,08	5,87	6,09	5,96	6,19	6,19	6,20	6,17	4,99	5,03
	2,87	2,84	3,37	3,38	3,23	3,24	3,66	3,65	2,79	2,67
	3,73	3,68	3,89	3,90	3,82	3,83	3,72	3,71	3,41	3,26
Густина, кг/м <sup>3</sup>	2850		2860		2850		3330		2791	

Кристалло- графічна символіка	Значення фазових швидкостей пружних хвиль, км/с									
	Номери зразків									
	10421		106244		10687		10838		11033	
	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в
100	5,43	5,43	4,07	4,07	5,47	5,45	5,35	5,34	4,07	4,09
	3,43	3,43	2,67	2,67	3,00	2,99	3,04	3,04	2,67	2,68
	3,75	3,75	3,00	3,00	3,07	3,06	3,10	3,10	3,00	3,01
010	5,10	5,10	3,90	3,90	5,40	5,38	5,26	5,25	3,90	3,92
	3,29	3,29	2,82	2,82	2,91	2,90	3,00	3,00	2,82	2,83
	3,50	3,50	3,00	3,00	3,17	3,16	3,01	3,01	3,00	3,01
001	6,21	6,21	3,72	3,72	5,52	5,50	5,58	5,57	3,72	3,74
	3,37	3,37	2,58	2,58	3,02	3,01	2,97	2,97	2,58	2,59
	3,89	3,89	2,70	2,70	3,12	3,11	3,21	3,21	2,70	2,71
110	5,51	5,50	3,75	3,75	5,66	5,58	5,60	5,57	3,75	3,86
	3,29	3,31	2,78	2,78	2,92	2,88	3,06	3,04	2,78	2,86
	3,85	3,88	2,92	2,92	3,19	3,14	3,24	3,22	2,92	3,01
101	5,83	5,84	4,24	4,24	5,46	5,49	5,39	5,41	4,24	4,21
	3,52	3,50	2,94	2,94	2,93	2,99	3,10	3,13	2,94	2,83
	3,90	3,88	3,01	3,01	3,01	3,07	3,12	3,15	3,01	2,90
011	5,68	5,63	3,68	3,68	5,34	5,50	5,21	5,28	3,68	3,48
	3,49	3,48	2,61	2,61	2,87	2,89	2,99	3,00	2,61	2,56
	3,74	3,73	2,87	2,87	2,93	2,95	3,06	3,07	2,87	2,82
0 $\bar{1}1$	5,47	5,44	4,31	4,31	5,60	2,69	5,42	5,47	4,31	4,16
	3,64	3,63	2,84	2,84	2,83	2,85	3,09	3,11	2,84	2,79
	3,68	3,67	3,02	3,02	2,90	2,92	3,11	3,13	3,02	2,97
1 $\bar{1}0$	4,92	4,94	4,06	4,06	5,36	5,33	4,97	4,97	4,06	4,11
	3,30	3,32	2,74	2,74	3,00	2,96	2,98	2,96	2,74	2,82
	3,45	3,47	2,83	2,83	3,05	3,01	2,98	2,96	2,83	2,92
$\bar{1}01$	5,74	5,75	3,65	3,65	5,43	5,46	5,39	5,41	3,65	3,62
	3,52	3,50	2,56	2,56	2,97	3,03	3,02	3,04	2,56	2,47
	3,70	3,68	2,88	2,88	3,01	3,07	3,15	3,18	2,88	2,78
Густина, кг/м <sup>3</sup>	2757		2683		2820		2679		2702	

Кристалографічна символіка	Значення фазових швидкостей пружних хвиль, км/с									
	Номери зразків									
	10401(2/3)		13313 (12)		14357 (18)		20540 (29)		20618 (30)	
	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в
<b>100</b>	<b>5,98</b>	<b>6,02</b>	<b>5,42</b>	<b>5,43</b>	<b>6,68</b>	<b>6,68</b>	<b>6,10</b>	<b>6,11</b>	<b>5,67</b>	<b>5,67</b>
	3,22	3,24	3,35	3,36	3,88	3,82	<b>3,30</b>	<b>3,30</b>	<b>3,56</b>	<b>3,41</b>
	<b>3,60</b>	<b>3,62</b>	3,40	3,41	3,82	3,88	<b>3,41</b>	<b>3,41</b>	<b>3,41</b>	<b>3,56</b>
<b>010</b>	<b>5,60</b>	<b>5,64</b>	5,39	5,40	6,74	6,74	<b>6,14</b>	<b>6,15</b>	<b>5,86</b>	<b>5,86</b>
	<b>4,00</b>	<b>3,74</b>	3,31	3,32	3,86	3,86	<b>3,30</b>	<b>3,30</b>	<b>3,41</b>	<b>3,41</b>
	<b>3,72</b>	<b>4,03</b>	3,37	3,39	3,95	3,95	<b>3,37</b>	<b>3,37</b>	<b>3,51</b>	<b>3,51</b>
<b>001</b>	<b>5,55</b>	<b>5,59</b>	5,39	5,40	6,68	6,68	<b>6,18</b>	<b>6,19</b>	<b>6,14</b>	<b>6,14</b>
	<b>3,69</b>	<b>3,37</b>	3,36	3,37	3,81	3,81	<b>3,36</b>	<b>3,36</b>	<b>3,39</b>	<b>3,39</b>
	<b>3,35</b>	<b>3,71</b>	3,42	3,43	3,99	3,99	<b>3,45</b>	<b>3,45</b>	<b>3,44</b>	<b>3,44</b>
<b>110</b>	5,98	6,08	5,42	5,41	<b>7,11</b>	<b>7,27</b>	<b>5,96</b>	<b>6,05</b>	<b>5,81</b>	<b>5,84</b>
	3,28	3,34	3,45	3,35	<b>3,58</b>	<b>3,66</b>	<b>3,43</b>	<b>3,32</b>	<b>3,52</b>	<b>3,32</b>
	3,70	3,76	<b>3,35</b>	<b>3,45</b>	<b>3,70</b>	<b>3,79</b>	<b>3,27</b>	3,48	3,30	3,54
<b>101</b>	<b>5,62</b>	<b>5,55</b>	5,75	5,72	6,50	6,51	6,12	6,11	5,98	5,98
	<b>3,35</b>	<b>3,26</b>	3,37	3,36	3,92	3,73	3,36	3,30	3,47	3,45
	<b>3,69</b>	<b>3,59</b>	3,42	3,41	3,81	3,84	3,47	3,41	3,52	3,50
<b>011</b>	<b>6,05</b>	<b>5,93</b>	5,51	5,48	7,02	6,82	6,00	5,98	6,10	6,00
	3,69	3,72	3,27	3,27	3,85	3,82	3,45	3,33	3,41	3,36
	3,83	3,86	3,31	3,31	4,16	4,13	3,28	3,50	3,40	3,37
<b>0<math>\bar{1}1</math></b>	5,40	5,50	5,56	5,54	6,65	6,55	6,04	6,21	6,10	5,97
	3,21	3,24	3,40	3,18	3,95	3,76	3,35	3,40	3,63	3,50
	3,64	3,67	3,18	3,40	3,79	3,92	3,42	3,47	3,54	3,59
<b>1<math>\bar{1}0</math></b>	5,57	5,71	5,39	5,37	6,25	6,35	5,89	6,07	5,79	5,75
	3,63	3,63	3,35	3,35	3,70	3,79	3,45	3,28	3,33	3,35
	3,57	3,69	3,42	3,42	3,76	3,85	3,23	3,50	3,61	3,63
<b><math>\bar{1}01</math></b>	6,24	6,17	5,22	5,19	6,87	6,88	6,23	6,22	5,86	5,86
	3,36	3,27	3,36	3,31	4,15	3,77	3,38	3,32	3,46	3,41
	3,72	3,62	3,32	3,35	3,85	4,06	3,44	3,38	3,43	3,42
Густина, кг/м <sup>3</sup>	<b>2710</b>		<b>2700</b>		<b>3060</b>		<b>2710</b>		<b>2720</b>	

**Таблиця 8.2. Значення фазових швидкостей пружних хвиль зразків гірських порід свеодловини 22350 "Супутник-2"**

Кристалло-графічна символіка напрямків	Значення фазових швидкостей пружних хвиль, км/с									
	Номери зразків									
	10-90		12-90		14-90		15-90		17-90	
	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в
100	5,45	5,27	5,74	5,72	6,31	6,31	4,41	4,23	6,18	6,20
	3,23	3,12	3,02	3,01	3,75	3,75	2,13	2,07	3,68	3,69
	3,59	3,47	3,32	3,31	3,77	3,77	2,66	2,58	3,89	3,90
010	5,29	5,12	5,40	5,38	6,33	6,33	4,25	4,12	6,27	6,29
	3,14	3,04	2,54	2,53	3,74	3,74	2,23	2,16	3,72	3,73
	3,61	3,49	3,52	3,51	3,80	3,80	2,83	2,75	3,92	3,93
001	4,16	4,02	4,07	4,06	5,95	5,95	3,53	3,42	5,85	5,87
	2,61	2,52	2,60	2,59	3,53	3,53	2,15	2,09	3,51	3,52
	3,03	2,93	2,64	2,63	3,63	3,63	2,27	2,20	3,52	3,53
110	5,43	5,34	5,40	5,48	6,35	6,37	4,09	4,19	6,21	6,22
	3,18	3,13	2,60	2,64	3,75	3,76	2,18	2,24	3,68	3,68
	3,53	3,47	3,37	3,42	3,88	3,89	2,51	2,57	3,95	3,96
101	4,24	4,55	5,40	5,44	6,20	6,19	3,56	3,80	6,00	5,97
	2,63	2,87	2,80	2,78	3,71	3,69	2,13	2,22	3,77	3,74
	3,18	3,47	3,14	3,12	3,81	3,79	2,56	2,67	3,80	3,77
011	3,88	4,10	4,99	5,06	6,11	6,05	3,52	3,77	6,08	6,00
	2,66	2,57	2,43	2,48	3,58	3,56	2,23	2,29	3,76	3,79
	3,05	2,95	3,05	3,12	3,85	3,83	2,55	2,62	3,86	3,84
011̄	5,80	5,43	4,17	4,35	6,17	6,11	3,32	3,50	6,03	5,96
	2,71	2,62	2,52	2,57	3,75	3,73	2,11	2,17	3,76	3,74
	3,33	3,22	3,14	3,21	3,82	3,80	2,49	2,56	3,77	3,75
110̄	5,34	5,08	5,25	5,44	6,21	6,20	3,76	3,96	6,24	6,21
	3,14	3,09	2,95	2,99	3,72	3,73	2,26	2,32	3,71	3,72
	3,47	3,41	3,52	3,57	3,81	3,82	2,73	2,80	3,99	4,00
101̄	4,17	4,47	4,54	4,58	6,06	6,05	3,18	3,40	5,95	5,92
	2,60	2,84	2,46	2,44	3,57	3,55	2,17	2,26	3,72	3,70
	3,13	3,42	2,92	2,90	3,72	3,70	2,47	2,57	3,77	3,74
Густина кг/м <sup>3</sup>	2719		2722		3594		2725		2707	

Кристалло- графічна символіка напрямоків	Значення фазових швидкостей пружних хвиль, км/с									
	Номери зразків									
	19-90		223506		2890		1775225		1775226	
	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в
100	6,21	6,16	6,34	6,30	4,50	4,57	5,97	5,98	5,86	5,89
	3,40	3,37	3,64	3,62	2,46	2,50	3,26	3,27	3,38	3,40
	3,85	3,82	3,99	3,97	2,66	2,70	3,66	3,67	3,57	3,59
010	6,20	6,15	5,40	5,37	4,08	4,15	6,35	6,36	6,15	6,18
	3,36	3,33	3,67	3,65	2,49	2,53	3,45	3,46	3,58	3,60
	3,89	3,86	3,74	3,72	2,65	2,69	3,77	3,78	3,93	3,95
001	4,73	4,69	5,75	5,71	4,06	4,13	5,79	5,80	6,16	6,19
	3,25	3,22	3,22	3,20	2,42	2,46	3,51	3,51	3,64	3,66
	3,28	3,25	3,74	3,72	2,64	2,68	3,63	3,64	3,66	3,68
110	6,20	6,21	5,47	5,80	4,44	4,32	6,21	6,24	6,25	6,24
	3,37	3,38	3,25	3,45	2,73	2,65	3,16	3,18	3,45	3,44
	3,83	3,84	3,44	3,66	2,85	2,75	3,65	3,67	3,55	3,54
101	5,55	5,65	6,01	6,10	4,12	3,99	5,93	5,91	5,88	5,83
	3,40	3,45	3,57	3,42	2,54	2,53	3,55	3,52	3,55	3,53
	3,62	3,68	3,92	3,75	2,80	2,79	3,76	3,73	3,73	3,70
011	5,34	5,40	5,30	5,15	3,87	3,88	5,82	5,75	6,15	6,20
	3,38	3,37	3,01	3,06	2,48	2,50	3,55	3,54	3,58	3,63
	3,51	3,49	3,54	3,60	3,71	2,73	3,70	3,69	3,59	3,64
0 $\bar{1}1$	5,40	5,35	5,98	6,17	3,92	3,97	6,39	6,36	6,06	6,24
	3,45	3,44	2,98	3,03	2,78	2,80	3,63	3,62	3,63	3,68
	3,69	3,67	3,94	4,00	2,95	2,97	3,64	3,63	3,73	3,79
1 $\bar{1}0$	6,09	6,07	5,79	6,24	4,19	4,10	6,18	6,20	6,14	6,22
	3,32	3,33	3,39	3,59	2,77	2,69	3,42	3,44	3,42	3,41
	3,86	3,87	3,45	3,66	2,90	2,82	3,70	3,72	3,48	3,47
$\bar{1}01$	5,18	5,27	6,21	6,30	4,52	4,38	5,78	5,76	6,05	5,99
	2,95	3,03	3,04	2,91	2,66	2,65	3,46	3,43	3,56	3,54
	3,50	3,56	3,86	3,70	2,91	2,90	3,64	3,61	3,98	3,95
Густина кг/м <sup>3</sup>	2819		2790		3742		3306		3594	

## 8.2. Параметри акустичної й пружної анізотропії текстур гірських порід

### 8.2.1. Акустичні константи

Результати числових розрахунків власних значень і власних напрямків акустичного тензора для зразків порід КНГС і свердловини "Супутник-2", а також значення коефіцієнтів акустичної анізотропії й параметрів акустичної лінійності та сланцюватості наведені в табл. 8.3 та 8.4, а повні набори компонент матриці пружних постійних – у табл. 8.5 і 8.6.

З аналізу результатів табл. 8.1 і 8.2 випливає, що застосування операції врівноваження до експериментальних значень фазових швидкостей пружних хвиль дозволило істотно згладити вплив флуктуаційної складової. Це, у першу чергу, підтверджується досить вузькими, у більшості випадків довірчими межами обчислених власних значень регулярної складової акустичного тензора (табл. 8.3, 8.4).

За власними значеннями акустичного тензора обчислено величину інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії (рис. 8.1), яка змінюється по стволу свердловини в досить широких межах. Так, в інтервалі глибин 900–2340 м значення коефіцієнта акустичної анізотропії ( $A_{\mu}$ ) змінюється від 2,8 до 25 %, а в нижньому інтервалі (до забою свердловини) – від 1,8 до 11,1 %. Лише приблизно 45 % зразків КНГС притаманні низькі та середні значення коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{\mu} < 10$  %, інші зразки характеризуються високим рівнем акустичної анізотропії. Для свердловини "Супутник-2" коефіцієнт акустичної анізотропії змінюється від 2,8 до 24,9 %.

Коефіцієнт акустичної анізотропії для інших порід свердловин полігону також коливається в досить широких інтервалах (від 1,9 до 25,5 %) за винятком св. 16887 і 16906, де він становить від 1,5 до 8,3 % та від 0,8 до 7,7 % відповідно. Установлено, що більшість зразків метаморфічних порід КНГС та її полігону (близько 64 %) характеризуються високими значеннями коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{\mu}$ .

**Таблиця 8.3.** Власні значення та їхні довірчі межі при 5 %-му рівні значущості (у  $10^6 \text{ м}^2 \text{ с}^{-2}$ ) у чисельнику та їхні власні напрямки в знаменнику детермінованої складової акустичного тензора зразків гірських порід розрізу Криворізької надглибокої свердловини

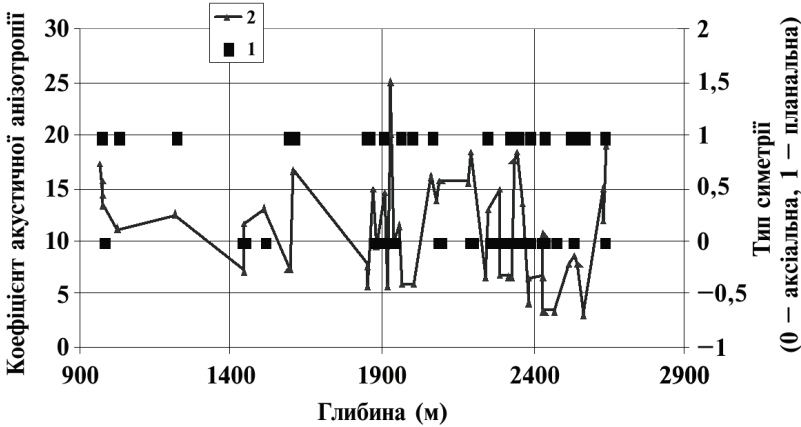
Номери зразків	$\frac{\langle \mu_{11} \rangle > \pm \Delta}{f^{(1)}, m^{(1)}, n^{(1)}}$	$\frac{\langle \mu_{22} \rangle > \pm \Delta}{f^{(2)}, m^{(2)}, n^{(2)}}$	$\frac{\langle \mu_{33} \rangle > \pm \Delta}{f^{(3)}, m^{(3)}, n^{(3)}}$	$A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$
5028	$49,28 \pm 0,10$ $0,709; 0,319; 0,629$	$74,13 \pm 0,09$ $-0,16; 0,94; -0,293$	$56,00 \pm 0,10$ $-0,686; 0,104; 0,72$	17,3	Аксiальна <i>mmm</i>	1,504	1,136
7287	$54,81 \pm 0,24$ $-0,89; -0,13; -0,434$	$65,35 \pm 0,25$ $-0,18; -0,76; 0,618$	$61,70 \pm 0,26$ $-0,414; 0,63; 0,656$	7,2	Планиальна <i>mmm</i>	1,059	1,126
7753	$68,61 \pm 0,13$ $0,854; 0,513; 0,084$	$65,57 \pm 0,14$ $-0,47; 0,698; 0,538$	$50,14 \pm 0,13$ $0,218; -0,5; 0,839$	13,1	Планиальна <i>mmm</i>	1,046	1,308
9226	$62,34 \pm 0,02$ $-0,758; 0,29; -0,58$	$59,87 \pm 0,02$ $-0,55; -0,76; 0,338$	$68,84 \pm 0,02$ $-0,343; 0,579; 0,74$	5,9	Аксiальна <i>mmm</i>	1,104	1,041
10158	$36,49 \pm 0,19$ $-0,96; 0,193; -0,19$	$52,96 \pm 0,19$ $-0,198; -0,98; 0,01$	$45,72 \pm 0,19$ $-0,185; 0,046; 0,98$	14,8	Планиальна <i>mmm</i>	1,158	1,253
10421	$57,43 \pm 0,03$ $0,866; 0,46; -0,193$	$46,56 \pm 0,03$ $0,47; -0,883; 0,004$	$65,27 \pm 0,03$ $-0,168; -0,09; -0,98$	13,5	Планиальна <i>mmm</i>	1,136	1,233
106244	$42,28 \pm 0,08$ $0,74; 0,015; -0,667$	$32,90 \pm 0,08$ $-0,31; -0,88; -0,356$	$41,08 \pm 0,08$ $0,596; -0,466; 0,65$	10,7	Аксiальна <i>mmm</i>	1,029	1,249
10687	$48,76 \pm 0,04$ $0,640; 0,267; 0,720$	$45,96 \pm 0,04$ $0,58; -0,778; -0,23$	$49,79 \pm 0,04$ $0,499; 0,57; -0,654$	3,4	Планиальна <i>mmm</i>	1,021	1,061
10838	$41,97 \pm 0,02$ $0,61; -0,77; -0,155$	$51,41 \pm 0,02$ $0,564; 0,566; -0,6$	$49,70 \pm 0,02$ $0,554; 0,281; 0,784$	8,6	Планиальна <i>mmm</i>	1,034	1,184

Закінчення табл. 8.3

Номери зразків	$\frac{\langle \mu_{11} \rangle}{l^{(1)}, m^{(1)}, n^{(1)}} > \pm \Delta$	$\frac{\langle \mu_{22} \rangle}{l^{(2)}, m^{(2)}, n^{(2)}} > \pm \Delta$	$\frac{\langle \mu_{33} \rangle}{l^{(3)}, m^{(3)}, n^{(3)}} > \pm \Delta$	$A_{\mu}$ , %	Симетри акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$
11033	$\frac{36,47 \pm 0,14}{0,64; -0,564; 0,519}$	$\frac{32,15 \pm 0,14}{0,68; 0,733; -0,045}$	$\frac{24,94 \pm 0,14}{-0,355; 0,38; 0,854}$	15,1	Планальна <i>mmm</i>	1,134	1,294
10401/2 (3)	$\frac{61,57 \pm 0,11}{-0,88; -0,37; 0,280}$	$\frac{64,88 \pm 0,12}{-0,173; 0,82; 0,544}$	$\frac{51,58 \pm 0,12}{0,432; -0,433; 0,79}$	9,5	Планальна <i>mmm</i>	1,05	1,19
13313 (12)	$\frac{55,63 \pm 0,08}{0,713; -0,006; 0,70}$	$\frac{51,73 \pm 0,07}{0,128; 0,984; -0,12}$	$\frac{49,05 \pm 0,08}{-0,689; 0,176; 0,70}$	5,2	Аксiальна <i>mmm</i>	1,08	1,05
14357 (18)	$\frac{66,81 \pm 0,06}{-0,66; 0,568; -0,48}$	$\frac{80,699 \pm 0,06}{-0,66; -0,747; 0,03}$	$\frac{77,49 \pm 0,06}{-0,346; 0,34; 0,873}$	7,9	Планальна <i>mmm</i>	1,04	1,16
20540 (29)	$\frac{59,83 \pm 0,18}{0,897; -0,44; 0,57}$	$\frac{58,86 \pm 0,20}{0,396; 0,743; -0,540}$	$\frac{62,50 \pm 0,19}{-0,19; -0,507; 0,84}$	2,6	Аксiальна <i>mmm</i>	1,04	1,02

**Таблиця 8.4.** Власні значення та їхні довірчі межі при 5 %-му рівні значущості (у  $10^6 \text{ мс}^{-2}$ ) у чисельнику та їхні власні напрямки в знаменнику детермінованої складової акустичного тензора зразків гірських порід розрізу св. 22350

Номери зразків	$\frac{\langle \mu_{11} \rangle \pm \Delta}{l^{(1)}, m^{(1)}, n^{(1)}}$	$\frac{\langle \mu_{22} \rangle \pm \Delta}{l^{(2)}, m^{(2)}, n^{(2)}}$	$\frac{\langle \mu_{33} \rangle \pm \Delta}{l^{(3)}, m^{(3)}, n^{(3)}}$	$A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$
10-90	$\frac{48,64 \pm 0,05}{-0,79; 0,354; -0,26}$	$\frac{51,43 \pm 0,05}{0,609; 0,752; -0,25}$	$\frac{28,34 \pm 0,05}{-0,05; 0,357; 0,932}$	23,4	Планальна <i>mmm</i>	1,057	1,716
12-90	$\frac{54,11 \pm 0,31}{0,969; -0,10; 0,224}$	$\frac{47,98 \pm 0,30}{0,062; 0,983; 0,174}$	$\frac{28,04 \pm 0,31}{-0,238; -0,16; 0,96}$	24,9	Планальна <i>mmm</i>	1,128	1,711
14-90	$\frac{67,48 \pm 0,10}{-0,69; 0,67; -0,275}$	$\frac{69,92 \pm 0,10}{0,684; 0,727; 0,062}$	$\frac{60,59 \pm 0,09}{-0,24; 0,145; 0,960}$	6,0	Планальна <i>mmm</i>	1,036	1,114
15-90	$\frac{29,77 \pm 0,39}{0,718; 0,656; 0,231}$	$\frac{28,94 \pm 0,38}{-0,67; 0,74; -0,007}$	$\frac{20,29 \pm 0,35}{-0,18; -0,15; 0,973}$	16,1	Планальна <i>mmm</i>	1,029	1,426
17-90	$\frac{67,31 \pm 0,13}{-0,99; -0,106; -0,08}$	$\frac{69,00 \pm 0,13}{-0,11; 0,992; 0,056}$	$\frac{59,21 \pm 0,13}{-0,08; -0,06; 0,995}$	6,5	Планальна <i>mmm</i>	1,025	1,137
177 52 25	$\frac{60,26 \pm 0,07}{-0,89; -0,299; -0,33}$	$\frac{68,00 \pm 0,07}{-0,15; 0,906; -0,39}$	$\frac{57,15 \pm 0,07}{-0,42; 0,300; 0,856}$	7,4	Аксіальна <i>mmm</i>	1,128	1,054
177 52 26	$\frac{58,45 \pm 0,08}{-0,960; 0,02; -0,28}$	$\frac{67,41 \pm 0,08}{-0,17; -0,835; 0,52}$	$\frac{65,06 \pm 0,08}{-0,22; 0,550; 0,805}$	6,0	Планальна <i>mmm</i>	1,036	1,113
19-90	$\frac{65,04 \pm 0,00}{0,843; 0,521; 0,137}$	$\frac{63,32 \pm 0,00}{-0,51; 0,853; -0,125}$	$\frac{42,19 \pm 0,00}{-0,18; 0,036; 0,983}$	18,0	Планальна <i>mmm</i>	1,027	1,401
223506	$\frac{69,65 \pm 0,45}{0,92; -0,324; 0,218}$	$\frac{48,75 \pm 0,47}{0,100; 0,735; 0,671}$	$\frac{62,32 \pm 0,48}{0,377; 0,596; -0,71}$	14,2	Планальна <i>mmm</i>	1,118	1,278
28-90	$\frac{35,86 \pm 0,14}{0,86; 0,277; -0,438}$	$\frac{31,41 \pm 0,14}{-0,459; 0,797; -0,39}$	$\frac{28,41 \pm 0,14}{0,240; 0,537; 0,809}$	9,6	Аксіальна <i>mmm</i>	1,145	1,106



**Рис. 8.1. Залежність від глибини типу симетрії, коефіцієнта інтегральної анізотропії зразків Криворізької надглибокої свердловини (інтервал 900–2800 м): 1 – тип симетрії; 2 – коефіцієнт акустичної анізотропії**

Класифікацію текстур на вищу, середню і нижню категорії здійснено за симетрією акустичного тензора з урахуванням довірчих меж знайдених власних значень (табл. 8.3–8.4):

- сферична симетрія ( $\infty/\infty mmm$ ), якщо виконується рівність  $\langle \mu_{11} \rangle = \langle \mu_{22} \rangle = \langle \mu_{33} \rangle$ ;
- поперечно-ізотропна симетрія ( $\infty/mmm$ ), якщо виконується умова  $\langle \mu_{11} \rangle \neq \langle \mu_{22} \rangle = \langle \mu_{33} \rangle$ , або  $\langle \mu_{11} \rangle = \langle \mu_{22} \rangle \neq \langle \mu_{33} \rangle$ , або  $\langle \mu_{11} \rangle \neq \langle \mu_{33} \rangle = \langle \mu_{22} \rangle$ ;
- ромбічна симетрія ( $mmm$ ), якщо виконується умова  $\langle \mu_{11} \rangle \neq \langle \mu_{22} \rangle \neq \langle \mu_{33} \rangle$ .

Установлено, що симетрія акустичного тензора більшості текстур метаморфічних порід, які досліджувалися, є ромбічною, хоч деякі текстури можна апроксимувати й більш високою поперечно-ізотропною симетрією.

Ці висновки підтверджено й аналізом параметрів акустичного еліпсоїда, а саме акустичної лінійності  $L_\mu = \mu_g / \mu_m$  та акусти-

чної сланцюватості,  $S_{\mu} = \mu_m / \mu_p$  де  $\mu_g, \mu_m, \mu_p$  – відповідно найбільше, проміжне і найменше власні значення акустичного тензора. Графіки залежності  $L_{\mu} = f(S_{\mu})$  як для всіх зразків КНГС, так і вибірково по плагіогранітах і кристалічних сланцях зображено на рис. 8.2–8.5.

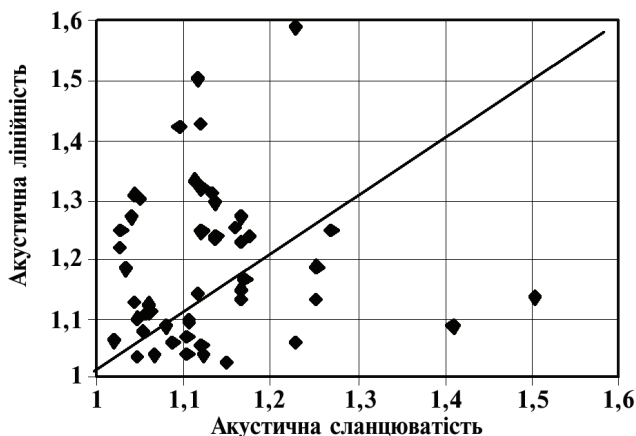


Рис. 8.2. Діаграма параметрів акустичного еліпсоїда текстур метаморфічних порід Криворізької надглибокої свердловини (інтервал 971–2638 м)

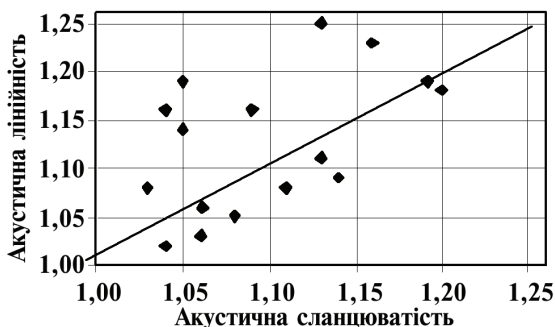


Рис. 8.3. Діаграма параметрів акустичного еліпсоїда текстур метаморфічних порід Криворізької надглибокої свердловини (інтервал 2349–5337 м)



Ці графіки характеризують ступінь упорядкованості елементів текстури породи вздовж окремих напрямків (лінійна орієнтація, тобто акустична лінійність) або вздовж площин (шаруватість, сланцюватість, тобто акустична сланцюватість).

На діаграмах акустичного еліпсоїда з віддаленням точок від початку координат збільшується й акустична анізотропія. Згідно з даними математичного моделювання це вказує і на більш високий ступінь упорядкованості структурних елементів текстури породи. Пряма на акустичній діаграмі, проведена під кутом  $45^\circ$  до координатних осей, поділяє області планальної та аксіальної симетрій текстур, тобто розрізняє текстури з переважно сланцюватим і лінійним структурним мотивами.

За графіками залежності  $L_\mu = f(S_\mu)$  було проведено розмежування на аксіальні (лінійні) й планальні (сланцюваті) текстури. Точки, що розташовані вище означеної прямої, відповідають аксіальним (лінійним) текстурам, а ті, що лежать нижче прямої – планальним або акустично-сланцюватим текстурам. Коли точки розташовуються на відповідних координатних осях  $L_\mu$  або  $S_\mu$ , їх відносять до поперечно-ізотропної пружної симетрії, відповідно аксіальної або планальної.

Як видно з аналізу графіків, жодне із значень  $L_\mu$  і  $S_\mu$  не потрапило на координатні осі, хоч параметри акустичного еліпсоїда деяких текстур і мають невеликі відхилення від координатних осей. Це свідчить про відсутність текстур поперечно-ізотропної симетрії.

Для зразків з інтервалу глибин 971–2638 м (рис. 8.2) перевага порід із сланцюватим структурним мотивом є очевидною, тобто можна сказати, що впорядкованість зерен породи ближче до шаруватої. Лише для деяких зразків кварцитів і сланців характерним є лінійний структурний мотив (зразки № 10013/4, 10313/1) [82, 119, 120, 122].

Для зразків гірських порід з інтервалу глибин 2349–5337 м не можна рівнозначно виділити тільки текстури з переважним сланцюватим або лінійним мотивом (рис. 8.3). Проте все ж таки переважають сланцюваті текстури. Для деяких зразків, відібраних

з інтервалу глибин 2350–2800 м, притаманний сланцюватий мотив (планальні текстури) з досить розкиданими значення коефіцієнта акустичної анізотропії (від 1,8 до 10,4 %). Зразок кварциту (№ 10401/2) разом із вираженим сланцюватим структурним мотивом має невисокий коефіцієнт акустичної анізотропії  $A_{\mu} = 3,2$  %. Для плагіогранітів (зразки № 20540, 20618) зі значних глибин залягання (5246–5283 м) більш притаманні аксіальні текстури і невеликі значення  $A_{\mu}$  (2,6 і 3,5 %).

Досить інформативною залежність  $L_{\mu} = f(S_{\mu})$  є також для метаморфізованих сланців, плагіогранітів і гранітів. Так, для метаморфізованих сланців Криворізької надглибокої свердловини (інтервал глибин 970–3030 м) характернішими є сланцюваті (планальні) текстури, які становлять майже 60 % досліджених зразків (рис. 8.4). Для іншої частки сланців характерні десь у рівних частинах сланцювато-лінійний і лінійний мотиви текстури.

Подібна картина спостерігається і для метаморфізованих гранітів (рис. 8.5), де переважають текстури сланцюватої і лінійно-сланцюватої характеру. Основною ознакою метаморфізованих гранітів сланцюватої текстури є досить високі значення коефіцієнта акустичної анізотропії, який коливається в межах 6,5–19,1 %, що дає можливість упевнено віднести їх до класу сильноанізотропних гірських порід.

Розглянемо результати аналізу параметрів акустичної анізотропії основних петротипів порід, що представляють Криворізьку надглибоку свердловину і свердловини її полігону: сланців, гнейсів, кварцитів, амфіболітів, плагіомігматитів і катаклизитів. Їх в узагальненому вигляді можна подати таким чином [61, 82, 119–122]:

- інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії кристалічних сланців (43 зразки) змінюється від 1,78 до 25,1 %, становлячи в середньому 12,54 %. Сланці в основному представлені тектонофаціями VII–X, іноді тектонофацією VI;
- інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії гнейсів (11 зразків) змінюється від мінімального – 2,82 % до максима-

льного – 23,4 % і становить у середньому 12,43 %. Гнейси представлені переважно тектонофаціями VII–VIII, лише один зразок відповідає найвищим балам тектонофацій IX–X;

- інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії кварцитів (15 зразків) коливається від мінімального – 1,9 % до максимального – 18,4 %, у середньому становлячи 9,72 %. Кварцити представлені в основному тектонофаціями VIII–IX, значно менше тектонофаціями VI–VII;

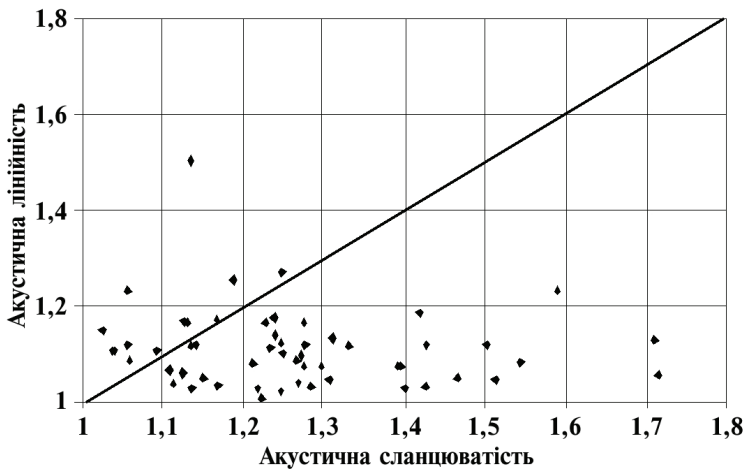
- значення інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії для амфіболітів КНГС і свердловин полігону (32 зразки) змінюється від мінімального – 1,5 % до максимального – 19,1 %, його середнє значення становить 7,96 %;

- високими (> 10 %), середніми (від 5 % до 10 %) і низькими (< 5 %) значеннями акустичної анізотропії характеризуються і досліджені зразки плагіомігматитів (19 зразків). Інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії змінюється від 1,6 % до 19,1 %, його середнє значення становить 6,19 %. Вивчені зразки належать переважно до тектонофацій VI–VIII;

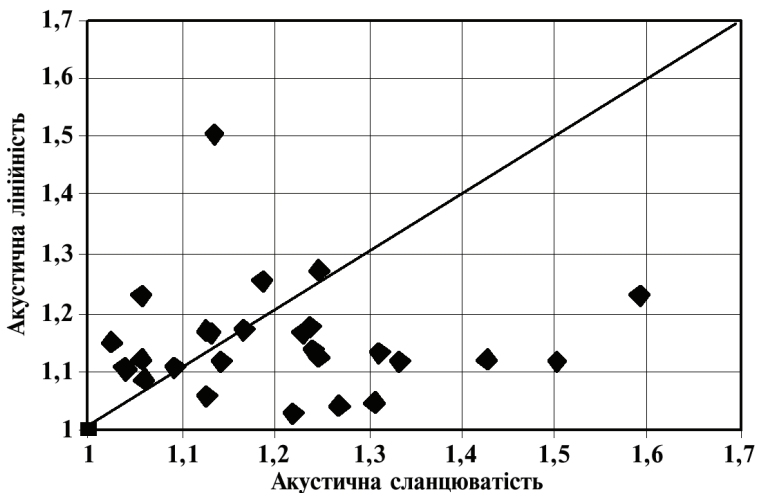
- інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії катаклазитів (11 зразків) змінюється від 0,8 % до 15,1 %, із середнім значенням 5,1 %. Переважна більшість зразків належить до неглибоких свердловин полігону КНГС, для яких визначення рівня тектонофацій не проводилося.

Для основних петротипів метаморфічних порід Криворіжжя досліджено залежність параметрів акустичного еліпсоїда  $L_{\mu} = f(S_{\mu})$  (рис. 8.6–8.11).

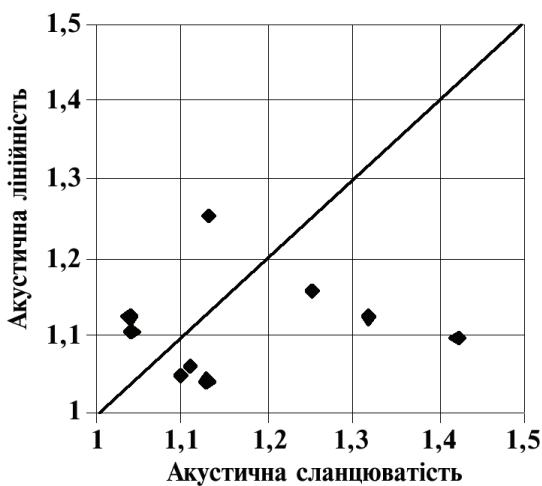
Для метаморфізованих кристалічних сланців більш характерні сланцюваті (планальні) текстури (рис. 8.6), які становлять приблизно 55 % досліджених зразків. Сланцювато-лінійний і лінійний мотиви текстури присутні приблизно в рівних частинах. Виділено два зразки, які можна апроксимувати поперечно-ізотропною симетрією, інші зразки характеризуються ромбічною симетрією текстур акустичного тензора. Кристалічні сланці із сланцюватими текстурами характеризуються порівняно вищими значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{\mu}$ , ніж сланці з лінійним мотивом.



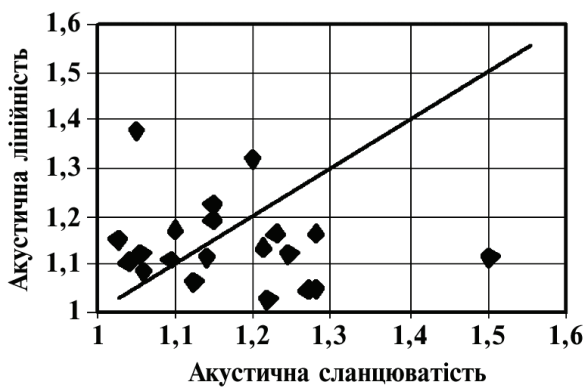
**Рис. 8.6.** Діаграма параметрів акустичного еліпсоїда текстур сланців свердловини Криворізької надглибокої свердловини та її полігону



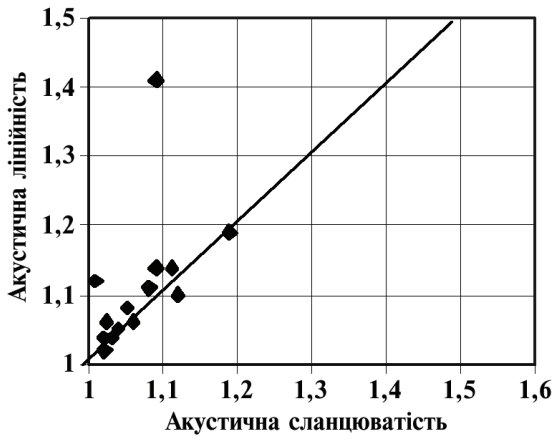
**Рис. 8.7.** Діаграма параметрів акустичного еліпсоїда текстур гнейсів свердловин Криворізької надглибокої свердловини та її полігону



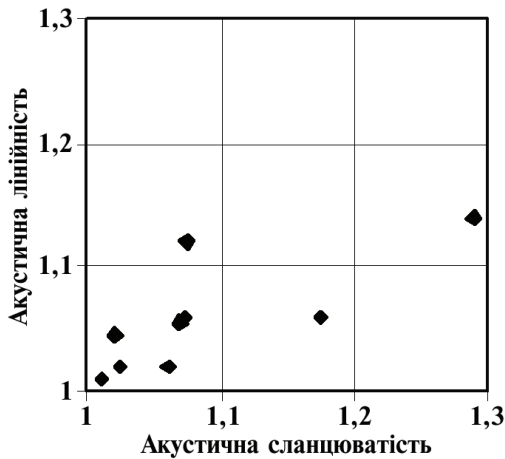
**Рис. 8.8.** Діаграма параметрів акустичного еліпсоїда текстур кварцитів свердловини Криворізької надглибокої свердловини та її полігону



**Рис. 8.9.** Діаграма параметрів акустичного еліпсоїда текстур амфіболітів свердловини Криворізької надглибокої свердловини та її полігону



**Рис. 8.10.** Діаграма параметрів акустичного еліпсоїда текстур  
 плагіомігматитів свердловини Криворізької надглибокої  
 свердловини та її полігону



**Рис. 8.11.** Діаграма параметрів акустичного еліпсоїда текстур  
 катаклизитів свердловини Криворізької надглибокої  
 свердловини та її полігону

Гнейси характеризуються рівною мірою як сланцюватими, так і лінійними текстурами із середніми і високими значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії (рис. 8.7). Симетрія акустичного тензора більшості досліджуваних текстур гнейсів є ромбічною, хоч їхні текстури можна апроксимувати і більш високою поперечно-ізотропною симетрією.

Для кварцитів КНГС, свердловини "Супутник-2" і свердловин полігону рівною мірою притаманні як сланцюваті, так і лінійні мотиви текстур (рис. 8.8). 60 % досліджених зразків характеризуються низькими і середніми значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії ( $A_{\alpha} < 10\%$ ). Чіткого зв'язку між рівнем акустичної анізотропії й типом текстур кварцитів не встановлено. Симетрія акустичного тензора текстур кварцитів ромбічна.

Сланцюватим мотивом текстури характеризуються 55 % досліджених амфіболітів, приблизно 15 % притаманний лінійно-сланцюватий мотив, 40 % становлять зразки з лінійним мотивом (рис. 8.9). Амфіболіти характеризуються переважно низькими і середніми значеннями коефіцієнта інтегральної акустичної анізотропії (майже 75 % досліджених зразків), для 70 % зразків амфіболітів з високими значеннями цього параметра характерний сланцюватий мотив текстури. Симетрія акустичного тензора зразків амфіболітів ромбічна, хоч два зразки і можна апроксимувати більш високою планальною поперечно-ізотропною симетрією.

Для плагіомігматитів рівною мірою характерні як сланцюваті (планальні), так і лінійні (аксіальні) текстури (рис. 8.10). Лише два зразки із 19 досліджених характеризуються високими значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії, переважають зразки плагіомігматитів із середніми ( $5\% < A_{\alpha} < 10\%$ ) значеннями акустичної анізотропії. Симетрія акустичного тензора зразків плагіомігматитів виключно ромбічна.

Сланцюваті текстури також переважають серед досліджених зразків катаклазитів (майже 80 % досліджених зразків, рис. 8.11). Катаклазити, в основному, пов'язані з неглибокими свердловинами полігону КНГС і характеризуються низькими і середніми значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії. Симетрія акустичного тензора ромбічна, хоч один зразок і можна апроксимувати планальною поперечно-ізотропною симетрією.

Порівняльний аналіз параметрів акустичного еліпсоїда текстур основних різновидів порід КНГС зі ступенем тектонічних перетворень (рівень тектонофацій) показав, що майже для 75 % із них характерна така закономірність: вищим балам тектонофацій (IX–X рівні) мезозони відповідають точки діаграми, що максимально наближені до осі  $S_{\mu}$  або розташовані поблизу неї; більш низьким балам тектонофацій (VII–VIII рівні) мезозони відповідають точки діаграми, що лежать поблизу прямої, яка поділяє акустичні текстури на переважно лінійні або сланцюваті або вище від неї.

Розмежування на аксіальні й планальні текстури досліджених порід свердловини "Супутник-2" показало (рис. 8.12), що майже 80 % із них притаманний виражений сланцюватий характер. Текстуру зразка 8-90 за симетрією акустичного тензора можна приблизно вважати поперечно-ізотропною, інші зразки свердловини мають лінійний мотив текстури. Результати порівняльного аналізу параметрів акустичного еліпсоїда текстур порід цієї свердловини зі ступенем тектонічних перетворень ще більш наявні, ніж по КНГС [121].

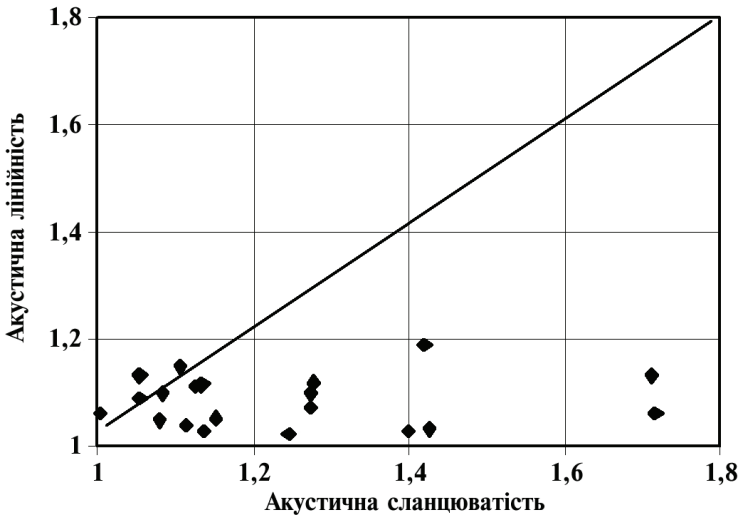


Рис. 8.12. Діаграма параметрів акустичного еліпсоїда текстур метаморфічних порід св. 22350 "Супутник-2"

Точки графіка, що відповідають породам найбільш високобальних тектонофацій (IX–X рівень) катазони, майже всі розташовані поблизу осі сланцюватості, а менш високобальним тектонофаціям (VII–VIII рівень) катазони відповідають точки, що лежать поблизу прямої, яка поділяє акустичні текстури на лінійні та сланцюваті.

За результатами аналізу параметрів акустичного еліпсоїда для зразків порід свердловин полігону було встановлено, що для переважної більшості з них (приблизно 75 %) притаманна планальна текстура, решті зразків відповідає лінійний або лінійно-сланцюватий характер текстури. Текстур, що за симетрією акустичного тензора можна було б апроксимувати більш високою поперечно-ізотропною симетрією, не було виявлено.

### 8.2.2. Пружні постійні

З метою оцінки пружної симетрії текстур і параметрів азимутальної пружної симетрії метаморфічних порід КНГС та її полігону з урівноважених значень фазових швидкостей ізонормальних хвиль (квазіповздовжньої й "швидкої" та "повільної" квазіпоперечних хвиль) було проведено обчислення регулярної складової  $\langle C_{mn} \rangle$  ефективного тензора їхніх пружних постійних [61, 82, 119–122].

Числові значення регулярної й флуктуаційної складових ефективного тензора пружних постійних зразків порід КНГС і свердловини "Супутник-2" у триклінному наближенні наведені в табл. 8.5–8.6. У деяких випадках значення пружних постійних у триклінному наближенні з урахуванням флуктуаційної складової незначно відрізняються від нуля, але нехтування ними призводило до істотних неузгоджень між урівноваженими значеннями фазових швидкостей і пружними постійними.

Аналіз матриці ефективних пружних постійних показав, що пружна симетрія текстур метаморфічних порід Криворіжжя не вище ромбічної, а переважною більшістю триклінна (табл. 8.5–8.6). Пружних текстур вищих порядків виявлено не було.

Як для зразків метаморфічних порід КНГС і свердловини "Супутник-2", так і для зразків порід свердловин полігону встановлено, що триклінне наближення найкраще узгоджується з експериментальними даними.

**Таблиця 8.5. Числові значення детермінованої складової ефективного тензора пружних постійних  $\langle C_{mn} \rangle$  (ГПа) та їхні довірчі межі при 5 %-му рівні значущості зразків гірських порід розрізу Криворізької надглибокої свердловини-8**

Матричні індекси, $C_{mn}$ , ГПа	Номери зразків					
	5028	7287	7753	9226	10158	10421
$C_{11}$	69,2±4,4	94,2±2,0	123±3,0	113±5,5	59,5±3,5	83,4±2,6
$C_{22}$	111±2,2	115±3,6	111±3,4	112±2,0	89,7±1,5	65,4±2,4
$C_{33}$	93,9±2,1	103±1,8	87,0±2,5	129±2,3	80,0±1,5	104±1,2
$C_{44}$	46,9±2,6	41,1±1,0	29,6±1,8	46,4±2,6	31,8±0,5	31,8±0,5
$C_{55}$	18,6±1,2	32,5±1,5	26,8±1,6	53,4±4,0	15,9±1,8	43,7±1,0
$C_{66}$	52,9±3,8	30,4±1,0	45,8±2,8	40,6±2,0	26,3±1,8	31,3±2,1
$C_{12}$	23,6±4,9	22,9±3,5	38,7±6,3	50,7±5,5	5,9±1,6	15,3±1,1
$C_{13}$	35,2±3,3	25,8±3,3	50,6±4,4	22,8±4,9	12,3±3,8	18,4±1,8
$C_{23}$	35,1±3,6	23,3±1,7	27,1±8,4	46,4±4,6	22,1±2,5	6,0±2,3
$C_{14}$	0,5±2,0	-11±2,0	9,7±3,4	19,3±2,7	-1,8±1,6	-0,5±2,0
$C_{15}$	-12±3,4	5,3±1,5	2,0±2,6	-6,0±3,0	-9,8±2,7	0,1±1,0
$C_{16}$	-4,4±1,5	-3,1±1,2	3,3±3,8	-7,7±2,7	5,6±3,6	-2,5±0,9
$C_{24}$	16,7±4,4	2,5±2,0	-7,2±4,5	12,7±3,4	-0,5±2,9	-2,6±1,4
$C_{25}$	-2,2±2,1	0,7±1,9	3,2±3,9	4,0±1,9	8,4±4,3	-1,4±2,2
$C_{26}$	7,2±1,1	3,4±1,5	-0,6±3,5	13,4±1,9	-1,3±1,2	-0,4±0,8
$C_{34}$	-5,8±3,6	-0,7±1,6	6,7±4,3	-3,6±2,9	2,3±2,1	4,9±0,6
$C_{35}$	-7,6±3,0	-0,9±1,0	-4,3±1,8	9,3±2,5	7,5±2,7	2,7±0,9
$C_{36}$	-2,5±2,6	7,4±1,7	5,5±7,4	3,3±1,5	-4,4±6,8	-2,6±1,1
$C_{45}$	-3,5±1,6	0,1±1,3	-2,0±3,5	-4,3±1,6	-4,3±2,7	2,2±0,5
$C_{46}$	18,7±1,8	-3,3±1,2	2,1±1,5	-2,3±1,4	3,6±0,7	-2,5±0,7
$C_{56}$	-1,6±3,7	-2,8±1,9	1,4±2,5	-9,6±2,7	-2,0±1,2	-2,1±1,4
Група симетрії	$\bar{I}$	$\bar{I}$	$\bar{I}$	$\bar{I}$	$\bar{I}$	$\bar{I}$

Матричні індекси, $C_{mn}$ , ГПа	Номери зразків					
	106244	10687	10838	11033	10401/2(3)	13313(12)
$C_{11}$	56,9±9,4	82,3±1,1	83,0±1,7	52,0±2,2	105±8,2	88,4±0,1
$C_{22}$	50,3±9,6	76,1±1,1	65,0±0,9	43,0±0,6	101±6,4	77,7±0,2
$C_{33}$	62,2±6,7	87,8±1,7	86,6±0,8	21,9±2,4	80,1±5,1	72,6±0,1
$C_{44}$	14,7±5,6	25,4±1,6	24,3±0,9	21,3±0,8	35,8±3,2	30,0±0,1
$C_{55}$	33,3±9,7	27,3±0,4	26,7±0,6	24,2±2,1	24,2±3,2	29,8±0,1
$C_{66}$	23,2±6,0	28,0±1,0	23,4±1,3	22,4±0,8	38,1±7,0	32,0±0,1
$C_{12}$	14,8±6,1	43,6±2,2	25,1±1,6	7,9±2,2	23,4±7,2	22,1±0,4
$C_{13}$	4,2±19,9	34,7±0,9	29,7±1,7	17,0±3,3	30,5±6,6	16,7±0,2
$C_{23}$	10,1±9,9	31,6±0,8	26,0±1,1	8,3±2,3	11,8±10,8	20,1±0,5
$C_{14}$	1,4±11,2	-4,6±1,2	-0,1±2,7	7,0±3,0	5,3±5,9	2,1±0,3
$C_{15}$	-9,8±5,1	5,4±1,1	1,1±1,2	-0,5±0,9	0,9±4,8	1,0±0,3
$C_{16}$	4,1±4,9	2,9±1,0	-2,6±0,9	-9,9±2,0	1,3±3,4	1,4±0,3
$C_{24}$	3,0±3,3	2,3±0,8	-0,8±0,5	-1,6±3,0	0,2±5,6	3,1±0,6
$C_{25}$	-2,0±1,4	-3,8±1,1	2,1±1,2	-4,1±2,2	-0,6±5,6	2,5±0,2
$C_{26}$	-6,7±2,8	0,7±0,9	2,3±0,5	13,9±2,6	3,9±4,4	-2,4±0,3
$C_{34}$	-1,3±4,7	-1,3±0,7	-2,0±1,0	-1,5±0,8	3,1±3,4	0,2±0,1
$C_{35}$	11,0±4,3	-5,5±1,0	-1,0±1,1	-1,5±1,3	1,1±4,2	-0,6±0,3
$C_{36}$	-9,5±6,8	1,7±0,8	-4,4±2,3	17,0±2,9	1,5±7,0	1,0±0,3
$C_{45}$	3,0±3,1	-3,9±1,0	0,4±0,7	-3,7±0,9	-3,4±3,0	1,1±0,2
$C_{46}$	-0,8±3,4	-0,0±0,5	-0,1±1,0	2,2±1,4	-1,4±1,8	-0,5±0,1
$C_{56}$	-1,6±5,2	-1,2±0,4	2,6±0,9	2,6±2,3	-2,8±7,1	-3,2±0,6
Група симетрії	$\bar{1}$	$\bar{1}$	<i>mmm</i>	$\bar{1}$	$\bar{1}$	<i>mmm</i>

Закінчення табл. 8.5

Матричні індекси, $C_{mn}$ , ГПа	Номери зразків		
	14357 (18)	20540 (29)	20618 (30)
$C_{11}$	122,3±1,9	100,5±0,5	93,4±1,5
$C_{22}$	159,6±1,0	99,1±0,3	96,3±0,9
$C_{33}$	151,1±1,6	104,4±0,4	103,3±1,5
$C_{44}$	45,5±1,1	31,9±0,5	33,2±0,5
$C_{55}$	40,3±1,6	33,0±0,2	31,2±0,4
$C_{66}$	41,8±0,9	28,5±0,3	28,6±0,5
$C_{12}$	57,1±4,1	36,9±0,5	23,3±0,3
$C_{13}$	24,1±4,5	41,1±0,4	28,9±0,2
$C_{23}$	50,1±1,9	39,5±0,2	36,8±0,5
$C_{14}$	4,3±2,7	-0,8±0,3	1,7±0,3
$C_{15}$	4,1±1,6	-0,4±0,5	2,0±0,2
$C_{16}$	5,2±2,3	1,1±0,3	0,5±0,1
$C_{24}$	-0,7±1,1	0,7±0,3	1,6±0,4
$C_{25}$	-3,1±1,9	2,6±0,3	1,7±0,5
$C_{26}$	8,5±3,5	0,6±0,3	3,3±0,6
$C_{34}$	5,8±1,5	0,1±0,2	-3,9±0,5
$C_{35}$	-1,4±1,5	-0,2±0,3	-2,1±0,4
$C_{36}$	-17,8±6,4	2,06±0,4	3,6±0,5
$C_{45}$	-13,2±3,7	-1,6±0,5	-2,9±0,2
$C_{46}$	-2,3±0,6	0,5±0,2	0,5±0,2
$C_{56}$	-5,9±1,8	0,9±0,3	5,1±0,8
Група симетрії	$\bar{1}$	<i>mmm</i>	$\bar{1}$

**Таблиця 8.6.** Числові значення детермінованої складової ефективного тензора пружних постійних  $\langle C_{mn} \rangle$  (ГПа) та їхні довірчі межі при 5 %-му рівні значущості зразків гірських порід свердловини 22350 "Супутник-2"

Матричні індекси, $C_{mn}$ , ГПа	Номери зразків					
	10-90	12-90	14-90	15-90	17-90	1775225
$C_{11}$	76,7±1,4	85,5±1,2	104±1,1	52,4±3,7	132±5,2	113±2,3
$C_{22}$	81,4±2,7	79,8±1,2	112±0,7	53,3±1,6	138±5,0	141±1,7
$C_{33}$	37,5±2,4	36,4±1,2	86,7±1,7	40,5±4,2	79,5±1,5	106±2,3
$C_{44}$	21,1±2,0	14,3±0,7	39,2±0,8	5,6±2,3	40,1±0,7	41,0±1,5
$C_{55}$	18,4±1,3	25,7±1,1	40,8±1,2	9,0±3,5	41,8±1,0	41,6±2,2
$C_{66}$	37,3±1,5	36,2±1,0	40,4±0,7	19,9±2,3	9,3±5,3	44,8±1,2
$C_{12}$	5,0±5,4	16,0±2,5	23,7±1,6	12,8±5,3	22,8±1,3	54,4±2,2
$C_{13}$	19,2±7,0	18,7±1,5	30,6±2,6	12,6±5,0	20,4±1,6	34,5±2,2
$C_{23}$	15,5±3,6	4,2±9,1	31,2±1,4	24,0±6,3	27,1±1,3	23,8±2,7
$C_{14}$	-2,4±5,4	21,3±6,5	-0,1±1,6	7,0±3,7	-4,4±5,5	-0,8±1,8
$C_{15}$	-1,5±1,2	-1,1±0,9	0,2±0,7	-0,3±1,4	24,7±2,6	4,7±1,1
$C_{16}$	1,5±2,4	11,8±1,3	3,3±2,2	-8,5±2,5	-4,9±8,0	-3,1±1,1
$C_{24}$	1,5±2,6	13,6±4,1	-1,0±1,6	1,0±3,5	-2±0,5	1,5±1,4
$C_{25}$	-2,5±4,0	7,3±2,6	1,9±1,6	5,2±2,9	-2,1±2,3	1,7±1,7
$C_{26}$	2,2±2,2	-9,0±1,3	2,7±2,6	6,7±1,6	52,2±8,4	4,6±1,3
$C_{34}$	5,5±1,6	2,3±1,4	8,1±3,6	-1,0±1,8	21,6±2,7	-3,3±1,2
$C_{35}$	-1,8±1,5	-1,6±1,1	-2,3±1,0	1,8±1,4	-1,9±0,4	0,1±1,1
$C_{36}$	17,1±3,7	11,4±3,6	-9,8±3,1	-7,9±3,9	38,4±8,2	2,3±1,2
$C_{45}$	-3,2±1,1	-1,9±0,8	-6,3±2,3	2,7±2,3	-4,2±0,8	-1,2±1,1
$C_{46}$	1,7±1,0	2,2±0,9	1,4±1,1	-0,8±1,5	-6,4±1,1	-3,8±1,2
$C_{56}$	-8,1±2,3	-5,9±3,3	-6,6±3,0	-0,9±2,6	9,5±1,5	0,8±1,4
Група симетрії	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$

Закінчення табл. 8.6

Матричні індекси, $C_{mn}$ , ГПа	Номери зразків			
	1775226	19-90	223506	28-90
$C_{11}$	93,9±5,3	106,6±1,1	113,9±2,9	76,3±2,4
$C_{22}$	131,5±2,3	108,4±1,4	76,0±1,0	65,4±3,8
$C_{33}$	130,9±2,8	49,2±1,1	108,0±2,4	46,9±3,2
$C_{44}$	48,4±1,7	29,2±0,7	23,1±1,0	27,0±2,4
$C_{55}$	54,3±3,0	35,9±0,8	42,9±2,4	32,5±2,5
$C_{66}$	62,2±2,6	33,7±1,4	37,2±1,1	25,2±2,4
$C_{12}$	54,4±3,0	16,5±2,1	20,2±4,0	6,5±4,5
$C_{13}$	60,0±4,3	8,8±1,7	34,1±1,9	13,7±2,8
$C_{23}$	24,0±2,3	8,4±1,7	22,5±3,1	5,1±4,1
$C_{14}$	-9,2±1,8	-2,1±1,9	-1,5±2,3	-1,0±4,0
$C_{15}$	9,2±1,9	-8,1±1,3	-2,6±0,9	2,3±1,3
$C_{16}$	9,1±2,1	-2,5±1,1	-0,7±1,3	-0,7±1,4
$C_{24}$	-10,4±1,9	-5,1±1,0	5,0±1,2	3,3±3,5
$C_{25}$	-5,0±1,9	9,0±2,2	1,3±1,9	3,7±2,6
$C_{26}$	-11,0±2,3	3,7±1,1	2,6±1,8	-1,2±1,7
$C_{34}$	-5,5±1,9	-0,1±0,7	-6,0±1,7	5,1±1,9
$C_{35}$	-8,6±2,2	6,4±0,9	3,8±0,9	-1,9±2,5
$C_{36}$	-14,7±1,7	-4,4±1,0	5,9±2,1	-1,2±2,9
$C_{45}$	2,9±1,2	-1,7±0,6	-2,2±2,0	0,4±2,0
$C_{46}$	-0,8±1,1	1,8±1,7	-0,9±1,2	0,2±2,0
$C_{56}$	15,8±2,6	5,3±0,8	-0,1±1,7	-8,0±3,1
Група симетрії	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$

### 8.2.3. Параметри анізотропії фазових швидкостей об'ємних пружних хвиль

Для вичерпного дослідження закономірностей розповсюдження пружних хвиль у метаморфічних породах КНГС та її полігону був проведений аналіз параметрів пружної анізотропії зразків [61, 82, 119–122]. На азимутальну анізотропію цих параметрів жорсткі обмеження накладає симетрія пружного середовища.

Азимутальна залежність параметрів анізотропії для зразків досліджених метаморфічних порід представлена у вигляді стереопроєкцій ізоліній їхніх значень, а саме:

- фазових швидкостей квазіповздовжньої хвилі;
- різниці значень фазових швидкостей "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних хвиль;
- коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії;
- кута відхилення вектора пружних зміщень квазіповздовжньої хвилі від напрямку хвильової нормалі.

Стереопроєкції параметрів пружної анізотропії були розраховані для всіх відібраних зразків метаморфічних порід як КНГС, так і свердловин полігону.

Аналіз параметрів пружної анізотропії здійснено для всіх зразків метаморфічних порід КНГС і свердловини "Супутник-2".

Пружна симетрія середовища накладає досить жорсткі обмеження на характер азимутальної залежності параметрів анізотропії пружних хвиль. За результатами аналізу параметрів пружної анізотропії досліджених зразків встановлено:

- величина диференціального коефіцієнта пружної анізотропії для кварциту (№ 3) змінюється від 8 до 20 % (рис. 8.13, а), для плагіомігматиту № 12 – від 2 до 7,5 % (рис. 8.14, а), для амфіболіту (№ 18) – від 1,0 до 4,2 % (рис. 8.15, а) і для плагіомігматиту № 29 – від 2,5 до 14,5 % (рис. 8.16, а). Одержані результати добре зіставляються з величиною відносного середнього акустичного коефіцієнта анізотропії, розрахованого із власних значень регулярної складової акустичного тензора (табл. 8.3);

- указівна поверхня фазової швидкості квазіповздовжньої хвилі має шість екстремальних напрямків для амфіболіту (рис. 8.15, в), що є повздовжніми нормаллями. Уздовж останніх

поширюються повздовжні хвилі, вектори пружних зміщень яких збігаються з напрямком хвильової нормалі. Їм відповідають мінімальні кути відхилення векторів пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі;

- указівна поверхня фазової швидкості хвилі повздовжньої поляризації має локально виражені екстремуми для зразків: три – для № 29 (рис. 8.16, в), чотири – для № 3 (рис. 8.13, в) і три – для № 12 (рис. 8.14, в);

- напрямки хвильової нормалі, що відповідають екстремальним значенням фазових швидкостей, збігаються з мінімальними значеннями диференціального коефіцієнта пружної анізотропії (рис. 8.13, а – 8.16, а). Ці ж напрямки водночас є і повздовжніми нормаллями. Для них кути відхилення векторів пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі хвилі повздовжньої поляризації мінімальні (рис. 8.13, б–8.16, б);

- максимальні кути відхилення більше  $2,4^\circ$  для зразка № 18 (рис. 8.15, б),  $32^\circ$  – для зразка № 3 (рис. 8.13, б),  $6^\circ$  – для зразка № 12 (рис. 8.14, б) і  $11^\circ$  – для зразка № 29 (рис. 8.16, б);

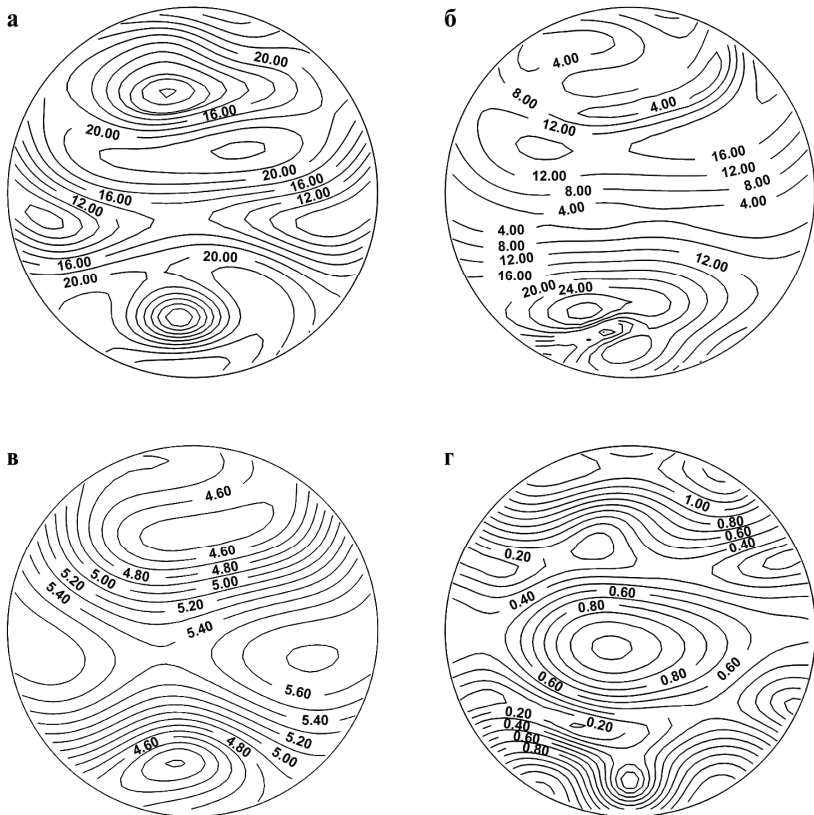
- для всіх зразків можна виділити щонайменше по два напрямки хвильової нормалі, уздовж яких поширюються поперечні моди з однаковими фазовими швидкостями (рис. 8.13, г – 8.16, г);

- різниця між "швидкою" і "повільною" поперечними модами досягає величини більше 1,1 км/с для кварциту № 3 (рис. 8.13, г), для амфіболіту – більше 0,22 км/с (рис. 8.15, г), а для плагіомігматитів № 12 і № 29 – більше 0,27 км/с (рис. 8.14, г) і 0,7 км/с (рис. 8.16, г) відповідно;

- для зразків кварциту № 3 і плагіомігматиту № 29 явище поляризації й розщеплення поперечних мод достатньо інтенсивне.

Подібний детальний аналіз параметрів анізотропії об'ємних пружних хвиль проведений для всіх зразків метаморфічних порід св. 22350 "Супутник-2" і в роботі представлений на прикладі найбільш поширених порід свердловини: гнейсу – № 10-90, тектонофація IX–X катазони і залізистого кварциту – № 28-90, тектонофація VII катазони.

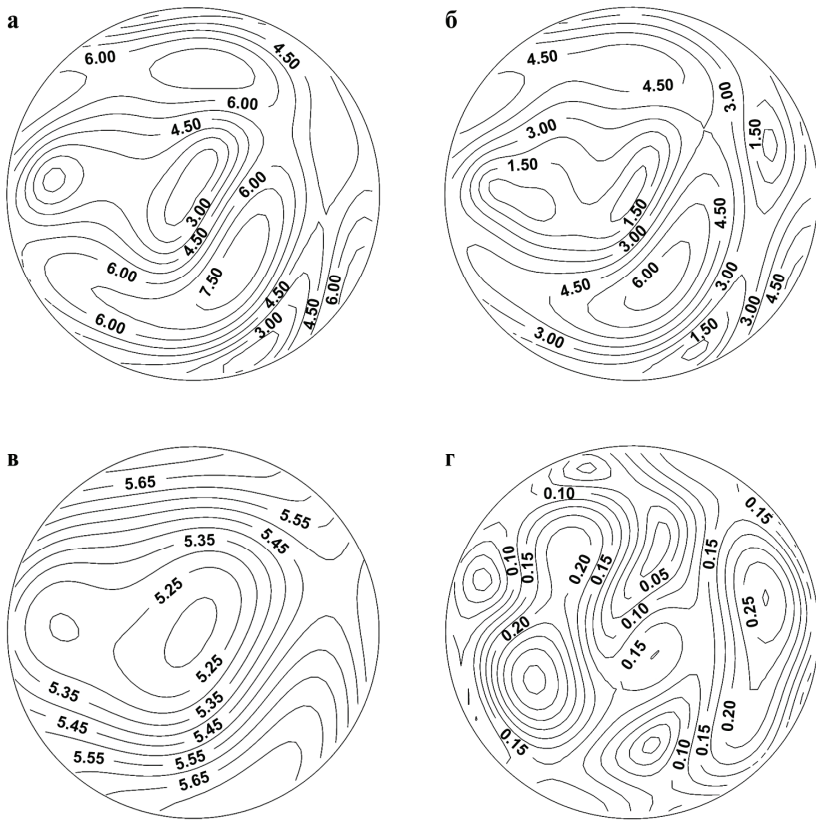
Результати експериментальних досліджень швидкостей пружних хвиль, акустичних констант і пружних постійних наведено в табл. 8.2, 8.4 та 8.6.



**Рис. 8.13.** Стереопроекції ізоліній значень параметрів анізотропії кварциту (№ 10401/2(3)): а – коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії (%); б – кута відхилення вектора пружних зміщень квазіповздовжньої хвилі від напрямку хвильової нормалі (град); в – швидкості квазіповздовжньої хвилі (км/с); г – різниці значень фазових швидкостей "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних хвиль (км/с)

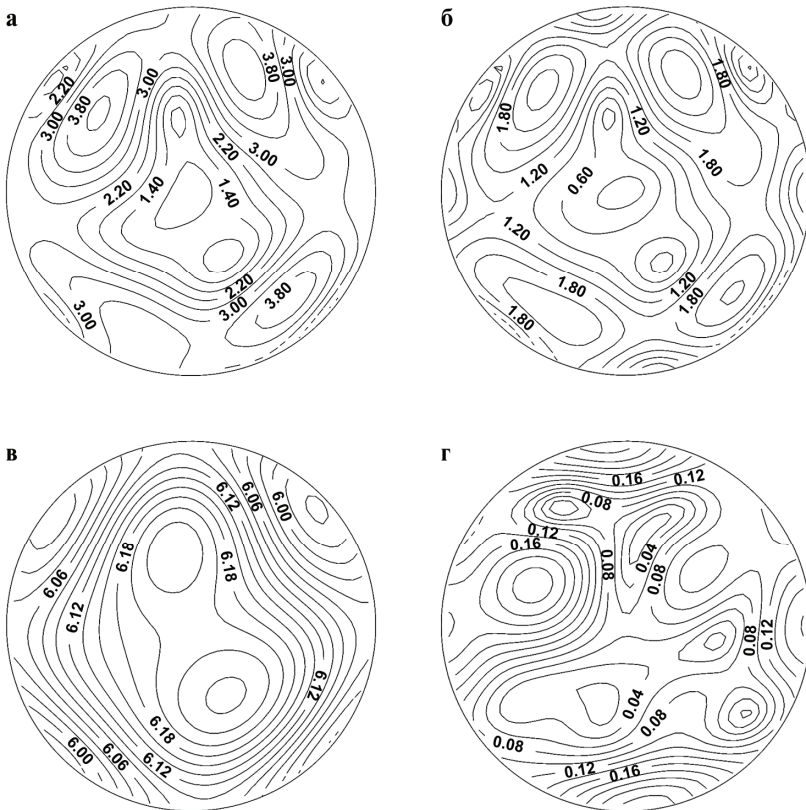
Установлено, що текстури цих зразків за співвідношенням власних значень акустичного тензора можна віднести до ромбічної системи. З аналізу діаграми параметрів акустичного еліпсоїда (рис. 8.12) визначено, що гнейс представлений планальною

(сланцюватою) акустичною текстурою, а залізистий кварцит – аксіальною або акустично лінійною текстурою.



**Рис. 8.14. Стереопроєкції ізолій значень параметрів анізотропії метаморфізованого граніту (№ 13313(12)) (умовні позначення див. на рис. 8.13)**

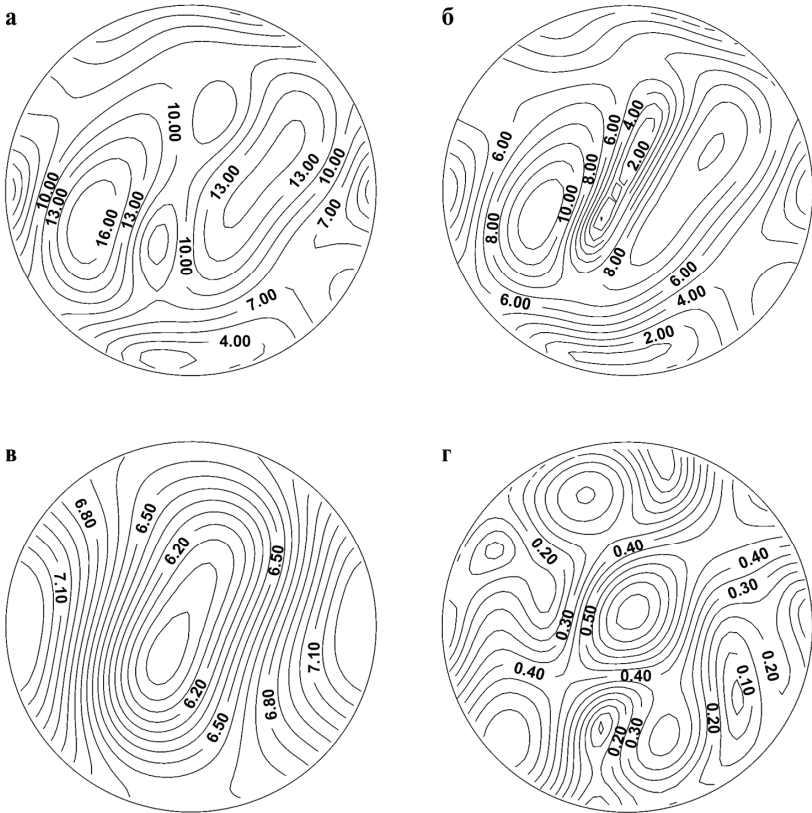
Значення величини інтегрального коефіцієнта  $A_{\Sigma}$  акустичної анізотропії становлять відповідно 23,4 % для гнейсу та 9,6 % для кварциту і мають відповідно високий і середній ступінь упорядкованості текстури, що цілком узгоджується з рівнем деформаційних перетворень цих порід.



**Рис. 8.15. Стереопроєкції ізоліній значень параметрів анізотропії метаморфізованого амфіболіту (№ 14357(18)) (умовні позначення див. на рис. 8.13)**

Аналіз указівних поверхонь параметрів анізотропії досліджених зразків дає можливість зробити такі висновки:

- величина диференціального коефіцієнта пружної анізотропії змінюється для гнейсу (№ 10-90) від 11 до 33 % (рис. 8.17, а), а для залізного кварциту – від 5 до 22 % (рис. 8.18, а). Ці результати цілком зіставляються з величиною відносного середнього акустичного коефіцієнта анізотропії, визначеного із власних значень регулярної складової акустичного тензора (табл. 8.4).



**Рис. 8.16. Стереопроєкції ізоліній значень параметрів анізотропії плагіомігматиту (№ 20540(29)) (умовні позначення див. на рис. 8.13)**

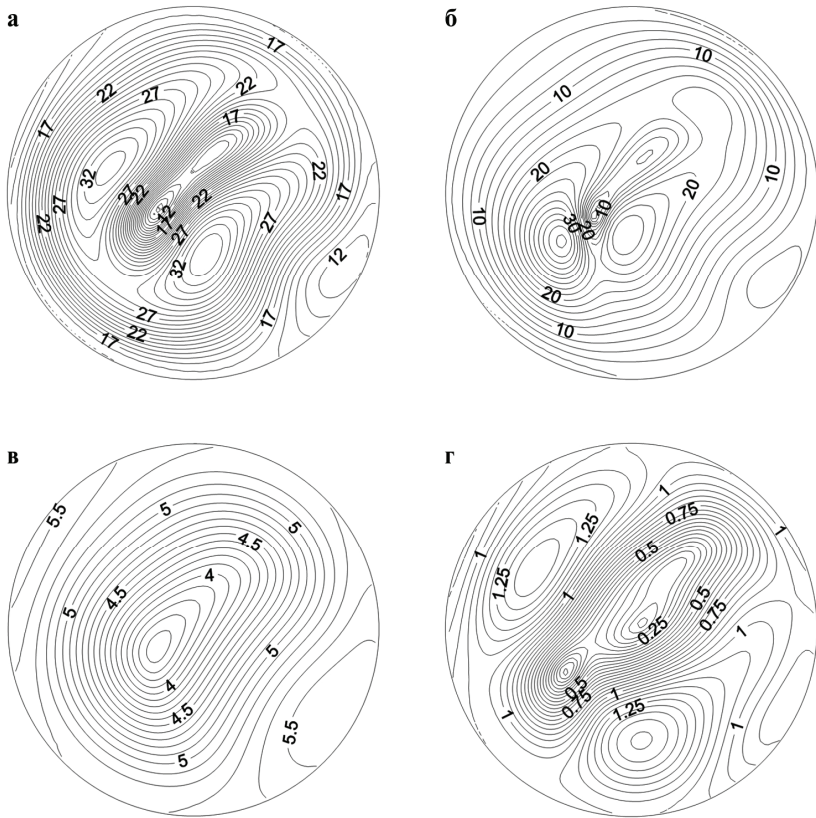
- стереопроєкції азимутальної залежності диференціального коефіцієнта пружної анізотропії та кута відхилення вектора пружних зміщень від напрямку вектора хвильової нормалі (рис. 8.17, а і б та рис. 8.18, а і б) мають однакові симетрії.
- указівна поверхня фазової швидкості квазіповздовжньої хвилі для зразка гнейсу має два екстремальні напрямки і три напрямки для залізного кварциту. Уздовж них поширюються повздовжні хвилі, вектори пружних зміщень яких збігаються

з напрямком хвильової нормалі (рис. 8.17, в та рис. 8.18, в). У плані їм відповідають мінімальні кути відхилення векторів пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі. Крім того, напрямки хвильової нормалі, що відповідають екстремальним значенням фазових швидкостей, збігаються з мінімумами диференціального коефіцієнта пружної анізотропії (рис. 8.17, а та рис. 8.18, а). Максимальні кути відхилення – більше  $34^\circ$  для зразка гнейсу (рис. 8.17, б) та близько  $24^\circ$  для залізного кварциту (рис. 8.18, б).

- для зразків метаморфізованого гнейсу (№ 10-90) та залізного кварциту (№ 28-90) можна виділити щонайменше два напрямки хвильової нормалі, уздовж яких розповсюджуються поперечні хвилі з однаковими фазовими швидкостями (рис. 8.17, г та рис. 8.18, г). Різниця між "швидкою" і "повільною" поперечними хвилями становить близько 1,35 км/с для гнейсу № 10-90 (рис. 8.17, г) та 0,6 км/с – для залізного кварциту (рис. 8.18, г). Така відчутна різниця у швидкостях свідчить про інтенсивні процеси поляризації та розщеплення поперечних мод, що підтверджується високими рівнями тектонофаций представлених зразків.

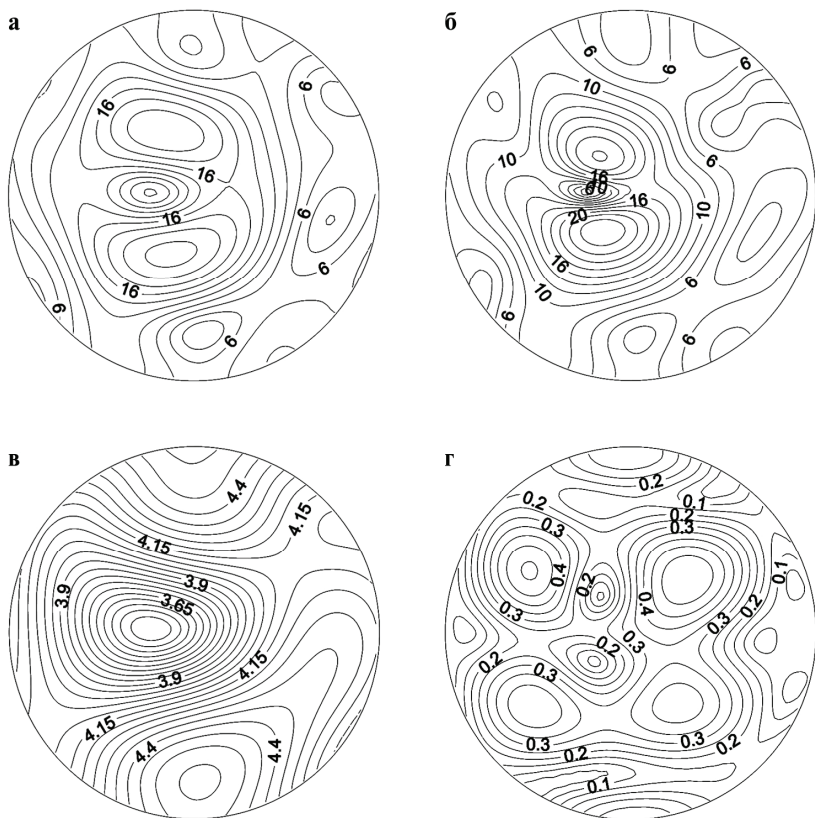
Аналіз параметрів пружної анізотропії метаморфічних порід КНГС та її полігону показав, що триклінне наближення забезпечило максимальне узгодження експериментальних і розрахункових даних. Узагальнений аналіз результатів ефективних пружних постійних і параметрів анізотропії об'ємних пружних хвиль дозволяє стверджувати, що пружна симетрія текстур метаморфічних порід КНГС та її полігону не вище за ромбічну, а переважною більшістю триклінна.

Рівень розбіжності результатів триклінного та ромбічного наближення при визначенні параметрів анізотропії об'ємних пружних хвиль показано на прикладі зразка № 10-90 (гнейс) св. № 22350 (рис. 8.17, а–г та рис. 8.19, а–г). Ці різниці для деяких параметрів анізотропії становлять більше 9 %, а середнє значення різниці для чотирьох параметрів пружної анізотропії становило 5,1 %. Отже, триклінне наближення при визначенні параметрів пружної анізотропії зразків метаморфічних порід КНГС та її полігону виявилось оптимальним.



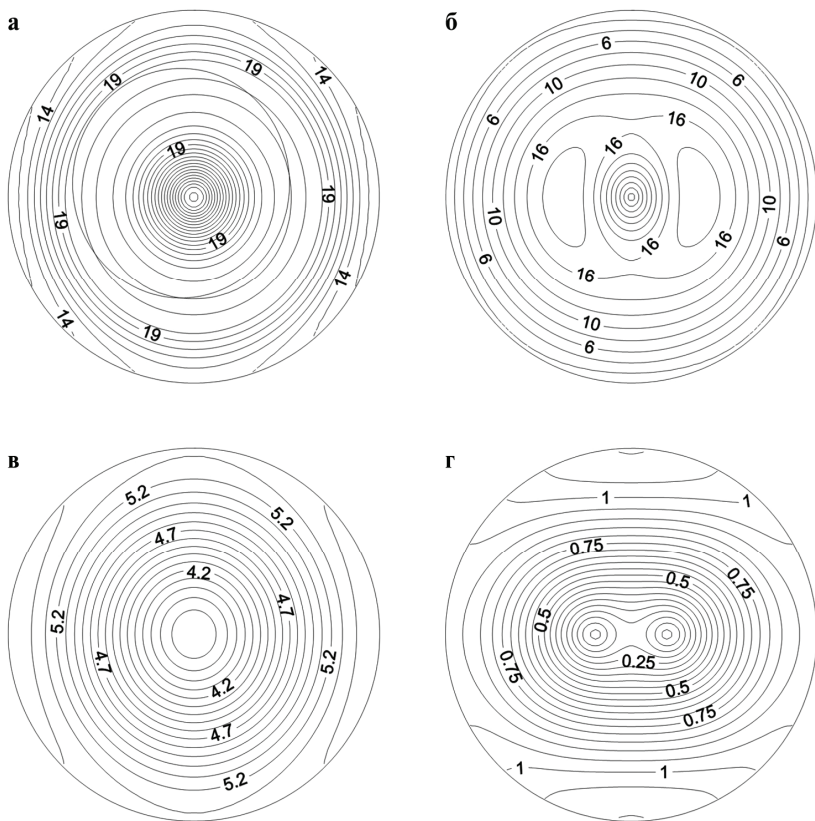
**Рис. 8.17.** Стереопроєкції ізоліній значень параметрів анізотропії гнейсу № 10-90 свердловини "Супутник-2" (умовні позначення див. на рис. 8.13)

На прикладі проведеного всебічного акустичного текстурно-го аналізу 177 зразків метаморфічних гірських порід Криворіжжя показано високі можливості методу при вивченні акустичної й пружної анізотропії [61, 82, 119–122]. Зокрема, встановлено, що симетрія акустичного тензора переважної більшості текстур метаморфічних порід Криворіжжя ромбічна. Водночас виділено деякі текстури, які можна апроксимувати і більш високою поперечно-ізоτροпною симетрією.



**Рис. 8.18.** Стереопроєкції ізоліній значень параметрів анізотропії залізного кварциту № 28-90 свердловини "Супутник-2" (умовні позначення див. на рис. 8.13)

За результатами аналізу параметрів акустичної лінійності  $L_{\mu}$  та акустичної сланцюватості  $S_{\mu}$  з'ясовано, що для більшості досліджених зразків притаманний сланцюватий мотив. Для всіх свердловин жодне із значень  $L_{\mu}$  і  $S_{\mu}$  не потрапляє на координатні осі, незважаючи на те, що параметри акустичного еліпсоїда деяких текстур мають незначні відхилення від координатних осей, що свідчить про відсутність текстур поперечно-ізотропної симетрії.



**Рис. 8.19.** Стереопроєкції ізоліній значень параметрів анізотропії гнейсу № 10-90 свердловини "Супутник-2", розраховані в ромбічному наближенні (умовні позначення див. на рис. 8.13)

При проведенні порівняльного аналізу параметрів акустичного еліпсоїда текстур основних різновидів порід КНГС і "Супутник-2" зі ступенем тектонічних перетворень (рівень тектонофацій) установлено:

- для КНГС майже 75 % зразків притаманна така закономірність: вищим балам тектонофацій мезозони (ІХ–Х рівні) відповідають області на діаграмі  $L_{\mu} = f(S_{\mu})$ , максимально наближені

до осі  $S_{\mu}$ , або розташовані поблизу неї, більш низьким балам тектонофацій мезозони (VII–VIII) відповідають області на діаграмі, розміщені поблизу прямої, яка поділяє акустичні текстури на переважно лінійні або сланцюваті або вище за неї;

- для свердловини "Супутник-2", породи якої формувалися в умовах катазони, більшості зразків тектонофацій вищих балів притаманний сланцюватий мотив текстури. Менш високобальним тектонофаціям відповідають точки, що лежать поблизу прямої, що поділяє акустичні текстури на лінійні й сланцюваті.

Пружна симетрія текстур метаморфічних порід КНГС та її полігону, що була досліджена на основі аналізу тензора ефективних пружних постійних, визначена не вище ромбічної, а переважно більшістю триклінною.

За результатами аналізу параметрів пружної анізотропії зразків метаморфічних порід Криворіжжя встановлено:

- швидкості квазіповздовжньої та "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних хвиль змінюються в широких межах:  $V_p$  – від 3650 до 7220 м/с, а  $V_s$  – від 2390 до 4520 м/с, що характеризує складні деформаційні умови формування метаморфічних порід Кривбасу;

- різниця між швидкостями "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних мод зразків змінюється від мінімальної 0,08 км/с до максимальної – 1,65 км/с, що свідчить про існування інтенсивних ефектів розщеплення квазіпоперечних хвиль і високу анізотропність середовища;

- інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії  $A_{\mu}$  змінюється для досліджених метаморфічних порід від 0,8 до 25,5 %, а для порід КНГС – від 1,8 до 25 % і свердловини 22350 "Супутник-2" – від 2,8 % до 24,9 %. Близько 64 % досліджених зразків характеризуються високими значеннями цього параметра ( $A_{\mu} > 10\%$ ). Лише для двох свердловин полігону КНГС 16887 та 16906 характерні низькі ( $A_{\mu} < 5\%$ ) і середні ( $A_{\mu} < 10\%$ ) значення цього параметра акустичної анізотропії;

- величина диференціального коефіцієнта пружної анізотропії змінюється від мінімальних 0,6 % до максимальних зна-

чень 54 % для поодиноких зразків кристалічних сланців і гнейсів із КНГС, свердловини "Супутник-2" та деяких свердловин полігону. Для деяких зразків установлені напрямки, де особливості розповсюдження об'ємних пружних хвиль фактично нічим не відрізняється від ізотропного середовища. Середні значення диференціального коефіцієнта пружної анізотропії для досліджених зразків добре узгоджується зі значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії;

- кут відхилення вектора пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі змінюється від мінімального, що становить  $0,5^\circ$ , до максимальних значень  $52-56^\circ$ , що також характеризує значні розбіжності у пружних властивостях метаморфічних порід Криворіжжя.

# 9. ТЕКТОНОФАЦІАЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТАМОРФІЧНИХ ПОРІД КРИВБАСУ ЗА ДАНИМИ АКУСТИЧНОГО ТЕКСТУРНОГО АНАЛІЗУ

---

## 9.1. Принципи визначення тектонофацій метаморфічних порід Криворіжжя за даними акустичного текстурного аналізу

У формуванні тектонічної структури Кривбасу значну роль відіграє розривна і в'язкоподібна тектоніка, тісно пов'язана із зональним метаморфізмом амфіболітової, епідот-амфіболітової та зеленосланцевої фацій [40, 90, 104].

Для дослідження дислокаційної тектоніки застосовують методи структурного і тектонофаціального аналізу (розд. 6), в основу якого покладено кількісні ознаки деформацій та текстурно-структурні й мінеральні зміни порід, які супроводжують ці деформації.

Тектонічні деформації гірських порід проявляються в орієнтації кристалографічних осей мінералів, у видовженні або сплюснуванні породотвірних мінералів і формуванні макро- і мікротріщин, які залежать від інтенсивності деформацій і термодинамічних умов (температури, напруженого стану).

Структура і текстура гірських порід проходять у процесі формування і перетворення низку стадій деформації: пластична деформація – перекристалізація – розриви і в'язкі розриви – крихке руйнування (у процесі розвантаження).

Між структурою, складом і ступенем деформації існує закономірна відповідність. Так, сильно деформовані породи форму-

ються в умовах більш низьких тисків і температур, ніж менш деформовані породи [40, 29, 73, 105, 110]. Процеси катаклазу характеризуються текстурними змінами порід і мінералів (зокрема кварцу): розгнейсуванням, переорієнтацією кристалів мінералів і зміною їхніх розмірів і форми.

Для аналізу деформацій і ступенів дислокаційних перетворень метаморфічних порід Криворіжжя використовувалися параметри акустичного еліпсоїда (акустична лінійність  $L_\mu$  та акустична сланцюватість  $S_\mu$ , а також інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії  $A_\mu$ ).

При аналізі параметрів акустичного еліпсоїда текстур метаморфічних порід береться до уваги, що його тензор має геометричний образ, який являє собою характеристичну поверхню другого порядку – тривісний еліпсоїд. Якщо скористатися узагальненим поняттям цієї поверхні, прийнятої при аналізі деформації – еліпсоїдом деформації Флінна [29, 123], то можна побудувати поверхню, пов'язану з компонентами акустичного тензора, приведеними до головної системи координат, рівняння якої має такий вигляд:

$$\frac{x_1^2}{\langle \mu_1 \rangle^2} + \frac{x_2^2}{\langle \mu_2 \rangle^2} + \frac{x_3^2}{\langle \mu_3 \rangle^2} = 1.$$

Ця поверхня є акустичним еліпсоїдом і має тісний взаємозв'язок із формою та орієнтацією еліпсоїда деформації, який характеризує скінченну однорідну деформацію. Хід деформації геометрично виражає зміни форми еліпсоїда деформацій. Унаслідок прогресивного розвитку цього процесу кожний еліпсоїд деформації при зміні від кулі до його кінцевої форми має пройти через неперервну серію інших еліпсоїдальних форм. Графічно його зображують діаграмами деформації Флінна [29, 123].

Акустичний еліпсоїд характеризує ступінь упорядкованості структурних елементів текстури гірської породи, а інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії – наскільки текстура гірської породи відхиляється від найближчої до неї впорядкованої текстури.

Зміна форми та орієнтація структурних елементів гірської породи зумовлені девіаторною складовою тензора деформацій.

Інтенсивність деформації зсуву (що і спричиняє орієнтацію структурних елементів) визначається величиною, яка з точністю до постійних дорівнює другому інваріанту девіаторної частини тензора деформацій

$$I_{\varepsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}, \quad (9.1)$$

де  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  – власні значення деформацій [29, 110, 124].

Беремо до уваги, що при підвищенні концентрації впорядкованих структурних елементів зі зростанням інтенсивності деформації зсуву відповідно збільшуються і величини інтегральних коефіцієнтів акустичної й пружної анізотропії. Цілком природно, це дає підстави стверджувати, що величина інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії  $I_{\mu}$  має бути пропорційна параметру інтенсивності деформацій  $I_{\varepsilon}$ , а саме

$$I_{\mu} = \theta \cdot I_{\varepsilon}, \quad (9.2)$$

де  $\theta$  – деякий масштабний множник, який залежить від фізичної природи впорядкованих структурних елементів текстури гірської породи.

У свою чергу, величина інтенсивності деформацій з точністю до постійного множника дорівнює куту зсуву  $\omega_{\varepsilon}$  між двома ортогональними напрямками, які лежать в октаедричній площадці, тобто

$$\omega_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_{\varepsilon}, \quad (9.3)$$

де  $\omega_{\varepsilon}$  – кут, що визначає положення ортогональних напрямків в октаедричній площадці, між якими відбувається зсув. Відповідно, беручи до уваги (9.2), величина кута зсуву буде пропорційною величині інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії

$$\omega_{\varepsilon} = \beta I_{\mu}, \quad (9.4)$$

де  $\beta$  – деякий масштабний множник, який залежить від фізичної природи впорядкованих структурних елементів текстури гірської породи.

Для оцінки величини множника  $\beta$  були використані значення кута зсуву  $\omega_{\varepsilon}$  із табл. 9.1, який у природних дислокаційних

структурах фактично безпосередньо корелюється зі значеннями кутів падіння шарів у вертикальних флексурах і на крилах вертикальних складок [99].

Результати математичного моделювання акустичної й пружної анізотропії тектонофацій свідчать про неухильне зростання інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{\alpha}$  зі зростанням ступеня дислокаційних перетворень (бала тектонофацій) для всіх без винятку моделей. Причому, якщо для середньобальних тектонофацій (V–VII) це зростання відносно незначне, то для вищих балів тектонофацій (VIII–X) спостерігається суттєве (до п'ятикратного) зростання цього параметра. Найбільші значення  $A_{\alpha}$  для тектонофації X досягають величини майже 40 % у катазоні (пластичні деформації), близько 35 % – у мезозоні (пружно-пластичні деформації) та 12,5 % – в умовах епізони (крихкі деформації). Ці результати дають можливість стверджувати, що інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії, певно, більшою мірою обумовлений інтенсивністю деформаційних перетворень. Проте, як показали результати моделювання тектонофацій для моделей III, а, III, б, IV, а, IV, б, він залежить також від типу породи та її мінералогічного складу, а у випадку крихких деформацій (моделі V, VI, VII, VIII) ще й від структури тріщинно-порового простору.

Значення множника  $\beta$  для досліджених зразків із КНГС і свердловини "Супутник-2" змінюються в значно більших інтервалах для відповідних тектонофацій мезозони і катазони. Проте тенденція зменшення цього показника із зростанням бала тектонічних перетворень залишається. При розрахунках  $\beta$  для Криворізької надглибокої свердловини встановлено:

- для тектонофації VI  $\beta$  змінюється від 10,8 до 21,2 із середнім значенням 16,5;
- для тектонофації VII  $\beta$  змінюється від 6,8 до 11,2 з найбільш поширеними значеннями 7,6–8,8;
- для тектонофації VIII інтервал зміни  $\beta$  становить 5,0–9,9 з найбільш поширеними значеннями 5,0–7,0;
- для найвищих тектонофацій мезозони IX–X  $\beta$  змінюються у вузькому інтервалі значень від 4,1 до 6,5.

Відповідні розрахунки для свердловини "Супутник-2" показали:

- для тектонофації VI єдине значення множника  $\beta$  становить 19,64;
- для тектонофації VII  $\beta$  змінюється від 6,7 до 13,75 з найбільш поширеними значеннями 7,2–8,8;
- для тектонофації VIII  $\beta$  змінюється від 4,7 до 6,7;
- значення множника  $\beta$  для найвищих тектонофацій IX–X катазони змінюється від 3,5 до 6,2.

## 9.2. Тектонофації катазони

Породи свердловини "Супутник-2" представлені в тектонофаціальному відношенні найбільш високобальними тектонофаціями VIII–X, а в деяких випадках навіть IX–X катазони, на незначних інтервалах – тектонофаціями VI. Виняток становлять невеликі інтервали в приустьевій та призабійній частинах свердловини, яким відповідають тектонофації VII–IX мезозони (табл. 9.1). У таблиці наведено дані про інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії  $A_{\mu}$ , параметри акустичної анізотропії та симетрію акустичного тензора. За результатами аналізу тектонофаціальних даних і параметрів акустичної анізотропії зразків метаморфічних порід свердловини "Супутник-2" встановлено:

- за величиною інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії 34 % порід високоанізотропні ( $A_{\mu} > 10\%$ ), 52 % – середньоанізотропні ( $5\% < A_{\mu} < 10\%$ ) та 5 % – низькоанізотропні ( $A_{\mu} < 5\%$ );
- усі без винятку зразки вищих тектонофацій VIII–X характеризуються високими значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{\mu}$ , а найбільш високобальним тектонофаціям IX–X катазони відповідають значення  $A_{\mu}$  більше 14 %;

**Таблиця 9.1.** Характеристика тектонофацій катазони метаморфічних порід свердловини "Супутник-2" за даними акустичного текстурного аналізу

Номери зразків	Глибина, м	Тип породи	Тектонофації (за Лукієнком – Павловим)	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_p$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_p$	$S_p$	Акустична деформційна фація
7-90	490	Сланець біотитовий	VI-VII	7,8	Планальна mm	1,05	1,15	VI
8-90	513	Сланець бітита-амфіболовий	VI-VII	2,8	Поперечно-ізотропна	1,06	1,00	V
9-90	650	Сланець хлорит-магнетит-кварцовий	VI-VII	7,1	Аксіальна mm	1,10	1,08	VI
10-90	674	Гнейс	IX-X	23,4	Планальна mm	1,06	1,72	X
11-90	705	Гнейс	IX	14,6	Планальна mm	1,07	1,27	IX
12-90	788	Сланець біотитовий	VIII-IX	24,9	Планальна mm	1,13	1,71	X
13-90	809	Гнейс	VI	9,5	Планальна mm	1,11	1,13	VI
14-90	823	Залізистий кварцит	V-VI	6,0	Планальна mm	1,04	1,11	VI
15-90	904	Сланець біотитовий	VII-VIII	16,1	Планальна mm	1,03	1,43	IX

Продовження табл. 9.1

Номери зразків	Глибина, м	Тип породи	Тектонофації (за Лукіємком – Павловим)	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформаційна фація
17-90	915	Гнейс	VI	6,5	Планальна mpm	1,03	1,14	VI
18-90	1115	Кварцит мусковітовий	VI-VIII	9,0	Планальна mpm	1,11	1,13	VI
19-90	1246	Сланець біотитовий	IX	18,0	Планальна mpm	1,03	1,40	IX
22-90	1510	Гнейс	VIII	13,4	Планальна mpm	1,10	1,27	VIII
223505	1617	Сланець гранат-біотитовий	IX	20,2	Планальна mpm	1,19	1,42	X
223506	1644	Сланець біотитовий	IX	14,2	Планальна mpm	1,12	1,28	IX
23-90	1910	Кварцит слюдяний	VI-VIII	10,4	Планальна mpm	1,02	1,25	VIII
24-90	1984	Сланець гранат-біотитовий	VI-VIII	5,0	Планальна mpm	1,05	1,08	VI
1775225	2560	Кварцит залізистий	VI	7,4	Аксiальна mpm	1,13	1,05	VI

Закінчення табл. 9.1

Номери зразків	Глибина, м	Тип породи	Тектонофації (за Лукіємом – Павловим)	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформаційна фація
1775226	2582	Кварцит залізистий	VII	6,0	Планальна mpm	1,04	1,11	VI
27-90	2720	Граніт мікроклін-плагіоклазовий	VI–VII (мезозона)	5,6	Аксіальна mpm	1,09	1,055	VI (мезозона)
28-90	2754	Кварцит залізистий	VI–VII (мезозона)	9,6	Аксіальна mpm	1,15	1,11	VII (мезозона)

- 92 % зразків порід тектонофацій VI–VII відповідають середні значення інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії й лише для одного зразка притаманне низьке значення цього параметра (№ 18-90), який характеризується поперечно-ізотропною симетрією акустичного тензора. Чіткого розмежування VI–VII рівня тектонофацій катазони за коефіцієнтом інтегральної акустичної анізотропії зробити не вдалося;
- зразкам найвищих тектонофацій VIII–X притаманна планарна ромбічна симетрія текстури акустичного тензора, причому параметр акустичної сланцюватості  $S_{\mu}$  набагато перевищує параметр акустичної лінійності  $L_{\mu}$  ;
- аксіальну ромбічну або акустичну лінійну текстуру мають чотири зразки (18 %), в яких структурні неоднорідності порід витягнуті переважно субвертикально, а отже, порода перебувала в умовах бокового стиснення. Проте значення параметрів акустичної лінійності цих зразків не набагато перевищують значення параметрів акустичної сланцюватості, що свідчить про складність деформаційних перетворень метаморфічних порід. Те саме стосується і всіх зразків із середніми значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії, для яких перевага одного з параметрів акустичної анізотропії над іншими незначна.

### 9.3. Тектонофації мезозони

У тектонофаціальному відношенні породи Криворізької наглибокої свердловини представлені тектонофаціями VI–X мезозони, в основному тектонофаціями VII–IX, а на деяких (іноді досить значних) інтервалах – найбільш високобальними тектонофаціями IX–X мезозони. Уздовж стовбура свердловини існують два потужні інтервали дроблення і підвищеної тріщинуватості (на інтервалі 3450–3800 м і в призабійній частині), які внесли істотний дисбаланс у кореляцію даних тектонофаціальних досліджень і текстурного аналізу метаморфічних порід КНГС акустичним методом.

У табл. 9.2. представлено результати комплексного аналізу тектонофацій та параметрів акустичної анізотропії метаморфічних порід КНГС. За величиною інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії близько 51 % метаморфічних порід КНГС можна віднести до класу високоанізотропних ( $A_{\mu} > 10\%$ ), 41 % – до класу середньоанізотропних і лише 8 % – до класу низькоанізотропних порід. Причому 82 % низькоанізотропних в акустичному відношенні порід приурочені до інтенсивних зон дроблення і підвищеної тріщинуватості, у першу чергу, у призабійній частині свердловини. Майже 95 % досліджених зразків з вищими балами тектонофацій VIII–X характеризуються високими значеннями інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії, а для найбільш високобальних тектонофацій IX–X мезозони значення цього параметра не менше 11 %. Для 84 % зразків тектонофацій VI–VII характерні середні значення інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії, а інші зразки характеризуються низьким рівнем акустичної анізотропії ( $A_{\mu} < 5\%$ ). Як і для умов катазони (свердловина "Супутник-2") чіткого розмежування тектонофацій VI–VII мезозони при порівняльному аналізі тектонофаціальних досліджень зі значеннями коефіцієнта інтегральної акустичної анізотропії  $A_{\mu}$  провести не вдалося. Зроблено класифікацію текстур на класи симетрії. Загалом симетрія текстури акустичного тензора для всіх зразків КНГС виявилася не вище за ромбічну. Причому близько 52 % зразків мають акустичну планальну ромбічну симетрію текстури, а 48 % – акустичну аксіальну ромбічну.

На відміну від умов катазони породам з найвищими балами тектонофацій VIII–X мезозони майже рівною мірою притаманні як планальна, так і аксіальна симетрія текстури акустичного тензора, причому в деяких випадках, навіть для акустично високоанізотропних середовищ, перевага одного параметра над іншим незначна. Це підкреслює, що природа деформацій в умовах катазони і мезозони істотно відрізняється. Майже для 78 % зразків метаморфічних порід КНГС параметри акустичної анізотропії  $L_{\mu}$  і  $S_{\mu}$  не набагато перевищують один одного, що свідчить про наявність неодноразових процесів деформаційних перетворень метаморфічних порід.

**Таблиця 9.2.** Характеристика тектонофацій мезозони метаморфічних порід свердловини Криворізької надглибокої свердловини за даними акустичного текстурного аналізу

Номери зразків	Інтервал глибин відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Тектонофації (за Лукієнком – Павловим)	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_p$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_\mu$	$S_\mu$	Акустична деформаційна фація
5028	971	Сланець амфібол-біотитовий	IX-X	17,3	Аксальна mmp	1,50	1,14	X
5063	978	Сланець біотитовий	IX-X	14,3	Планальна mmp	1,17	1,23	IX
5077	978	Сланець амфібол-епідотовий	IX-X	15,7	Планальна mmp	1,12	1,33	IX
5168/1	978	Сланець біотитовий	IX-X	13,4	Планальна mmp	1,12	1,25	IX
5190	1027	Сланець біотитовий	IX	11,2	Аксальна mmp	1,17	1,13	VIII
5192	1035	Сланець біотитовий	IX	12,6	Аксальна mmp	1,17	1,17	IX
7287/2	1440,8–1447,7	Сланець біотит-амфіболовий	VII	7,2	Планальна mmp	1,06	1,13	VII
7753	1509,4–1608,5	Сланець гранат-біотитовий	VIII	13,1	Планальна mmp	1,05	1,31	IX

Продовження табл. 9.2

Номери зразків	Інтервал глибин відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Текстофації (за Лукієнком – Павловим)	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_r$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_r$	$S_r$	Акустична деформаційна фація
7755	1509,4–1608,5	Сланець гранатобюїтовий	VII	7,4	Аксiальна mmm	1,15	1,03	VII
7757/1	1509,4–1608,5	Сланець гранатобюїтовий	IX	16,7	Аксiальна mmm	1,17	1,13	X
8839/1	1851	Сланець хлоритамфіболовий	VII	7,8	Аксiальна mmm	1,11	1,09	VII
8844/1	1855,2	Сланець гранаткумінгтонітовий	VII	5,8	Аксiальна mmm	1,09	1,06	VI
8955/1	1882	Сланець гранатхлоритовий	IX	9,6	Планальна mmm	1,03	1,22	VIII
9076/4	1908	Кварцит	IX	14,6	Аксiальна mmm	1,25	1,13	IX
9096	1917,3	Кварцит	VIII	5,8	Планальна mmm	1,05	1,10	VI
9133/2	1928	Сланець хлоритактинолітовий	IX	20,2	Планальна mmm	1,12	1,50	X

Продовження табл. 9.2

Номери зразків	Інтервал глибин відбору керн, м	Петрографічний тип породи	Тектонофації (за Лукієнком – Павловим)	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_p$ , %	Симетрія акустичного тевзора	$L_\mu$	$S_\mu$	Акустична деформаційна фація
9170	1939	Сланець кварц-актинолітовий	IX	9,9	Планальна mm	1,12	1,14	VIII
9206/1	1957	Сланець актиноліт-магнетит-кварцовий	VIII	11,5	Аксіальна mm	1,23	1,06	VIII
9226	1962,6	Залізистий кварцит	VII	5,9	Аксіальна mm	1,10	1,04	VI
9516/1	2061–2065	Сланець мусковітовий	IX	16,2	Аксіальна mm	1,25	1,19	X
9561	2080	Сланець амфіболовий	IX	13,8	Планальна mm	1,14	1,24	IX
9593/4	2096	Сланець амфіболовий	IX	15,7	Планальна mm	1,13	1,31	IX
9845	2186,5	Сланець біотит-актинолітовий	IX	15,6	Планальна mm	1,12	1,32	IX
9883	2199	Сланець кварц-амфіболовий	IX	18,4	Планальна mm	1,12	1,43	X

Продовження табл. 9.2

Номери зразків	Інтервал глибин відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Тектонофації (за Лукішком – Павловим)	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформційна фація
10013/4	2245	Сланець біотит-амфіболовий	VII	6,7	Аксiальна mmm	1,12	1,06	VII
10045	2255	Сланець кварц-біотитовий	VIII	13,0	Плaнальна mmm	1,05	1,30	IX
10158	2287	Кварцит мусковітовий	VIII	14,8	Плaнальна mmm	1,16	1,25	IX
10184/1	2293	Сланець серицит-кварцовий	VII	6,8	Плaнальна mmm	1,04	1,13	VII
10283/1	2316	Сланець стaвроліт-мусковіт-кварцовий	VI	6,7	Плaнальна mmm	1,06	1,11	VII
10313/1	2325	Сланець стaвроліт-мусковіт-кварцовий	VI	6,7	Аксiальна mmm	1,12	1,04	VII
10331	2334	Кварцит слюдястий	IX	17,7	Плaнальна mmm	1,10	1,42	X

Продовження табл. 9.2

Номери зразків	Інтервал глибин відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Тектонофації (за Лукієнком – Павловим)	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформційна фація
10401/2 (3)	2349,2– 2356,5	Кварцит слюди́стий з андалузитом	VIII	9,5	Планальна mmp	1,05	1,19	VIII
10418	2350	Кварцит слюди́стий	IX	18,4	аксiальна mmp	1,27	1,25	X
10421/4	2362	Кварцит слюди́стий	VIII	13,5	Планальна mmp	1,14	1,23	IX
10434/3 (1)	2366– 2377	Сланець серицит-кварцовий	VI	9,5	Планальна mmp	1,16	1,23	VIII
10512/2	2384,6– 2390,6	Граніт	VI	6,5	Планальна mmp	1,06	1,11	VII
10615/11	2431– 2436	Граніт	VI	6,7	Планальна mmp	1,08	1,09	VII
10624/4	2436,5	Катаклизований гнейс	VIII	10,7	Планальна mmp	1,03	1,25	VIII
10687	2471– 2476	Катаклизит по плагіомігматиту	VI	3,4	Планальна mmp	1,02	1,06	V
10817/2	2520,5– 2525,5	Граніт	VI	7,9	Аксiальна mmp	1,11	1,10	VII

Продовження табл. 9.2

Номери зразків	Інтервал глибин відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Тектонофації (за Лукієнком – Павловим)	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_p$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_\mu$	$S_\mu$	Акустична деформційна фація
10838	2534–2536	Граніт	VII	8,6	Планальна mmp	1,03	1,18	VII
10877/3	2550–2553	Граніт	VII	7,9	Аксiальна mmp	1,11	1,10	VII
11033	2632	Катаклизит по плагіомігматиту	VIII	15,1	Планальна mmp	1,13	1,29	IX
11036	2634	Катаклизований плагіогнейс	VIII	11,9	Аксiальна mmp	1,17	1,15	VIII
11055	2638	Бластомілоніт граніту (мігматиту)	IX	19,1	Аксiальна mmp	1,41	1,09	X
11586 (4)	2794,2–2800,5	Сланець серицит-кварцовий	VIII	10,4	Планальна mmp	1,05	1,14	VIII
11768 (5)	2825,4–2831,0	Тектоносланець серицит-хлоритовий	VIII	11,1	Аксiальна mmp	1,20	1,18	VIII
12505/3 (7)	3028,7–3030,6	Сланець окварцьований	VI	5,1	Планальна mmp	1,09	1,16	VI

Закінчення табл. 9.2

Номери зразків	Інтервал глибин відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Тектонофації (за Лукієнком – Павловим)	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформацийна фація
12969 (10)	3164,7– 3171,2	Плагіюмігмагіт катаклазований	VIII	7,6	Аксiальна mm	1,13	1,11	VII
13313 (12)	3260,7– 3268,1	Плагіюмігмагіт катаклазований	IX	5,2	Аксiальна mm	1,08	1,05	VI
14357 (18)	3477,6– 3484,3	Амфібуліт	VIII	7,9	Планальна mm	1,04	1,16	VII
14532 (19)	3508,6– 3516,3	Плагіюмігмагіт	VIII	8,0	Аксiальна mm	1,14	1,09	VII
20149/2 (27)	5125	Плагіюмігмагіт	VI	2,6	Аксiальна mm	1,04	1,02	V
20266 (28)	5158	Плагіюмігмагіт	VI	3,3	Аксiальна mm	1,06	1,06	V
20540 (29)	5232– 5246	Плагіюмігмагіт	VI	2,6	Аксiальна mm	1,04	1,02	V
20759/2 (31)	5337	Плагіюграніт хлоритизований, альбітизований	VIII	10,8	Аксiальна mm	1,19	1,19	VIII

Виділено дві потужні високоанізотропні зони в інтервалах 971–1600 м та 1930–2200 м, яким відповідають найвищі тектонофації VIII–X мезозони. Це сланці різного мінерального складу і кварцити залістисті та біотитові. В інтервалі глибин 5125–5280 м, представленому плагіомігматитами, і за даними тектонофаціальних досліджень [40, 94], пов'язаному з інтенсивними кліважними розломами, значення інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_{\text{ц}}$  мінімальні (у межах 2,6–3,8 %), що за результатами моделювання можна було б віднести до тектонофацій вторинної епізони (п. 7.3).

Розроблена методика акустичного текстурного аналізу тектонофацій була застосована для зразків метаморфічних порід свердловин полігону КНГС, що не були охоплені тектонофаціальними дослідженнями. За результатами аналізу для них встановлено рівень дислокаційних перетворень (табл. 9.3).

Для повнішого аналізу характеру пружних деформацій і текстур гірських порід застосовують інверсію азимутальної залежності квазіповздовжніх і квазіпоперечних хвиль у функцію розподілу орієнтації мінералів і мікротріщин.

Розглянемо переваги цього методу на прикладі метаморфічних порід Криворізької надглибокої свердловини.

При аналізі було досліджено зразки плагіогранітів, кварциту мусковітового та амфіболіту. Зразки плагіогранітів зазнали впливу катакластичного метаморфізму. Мінералогічний склад плагіогранітів: кварц – 35 %, плагіоклаз – 45 %, біотит – 14 %, мусковіт – 6 %. Структура лепідогранобластова, бластомілонітова.

Зерна кварцу лінзоподібної форми мають переважну орієнтацію.

Паралельно зернам кварцу розташовані луски біотиту і мусковіту. Наявність таких слюдяних прошарків, що паралельно орієнтовані лінзам кварцу, надає плагіограніту сланцюватої текстури.

Стереопроєкції ізоліній квазіповздовжньої швидкості плагіограніту  $G1$  ( $H = 2650$  м) і  $G2$  ( $H = 3600$  м) зображені на рис. 9.1. Проведено інверсію азимутальної залежності квазіповздовжньої хвилі плагіогранітів у ФРО мікротріщин, кварцу, слюди, плагіоклазу.

**Таблиця 9.3.** Характеристика тектонофацій метаморфічних порід свердловин полігону Криворізької надрізької свердловини за даними акустичного текстурного аналізу

Номери зразків	Глибина відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформаційна фація
16879/12	196,4	Кварцит кумінгтонітовий	1,9	Аксальна pmpm	1,03	1,02	V
16879/16	280	Сланець біотит-карбонатовий	10,2	Аксальна pmpm	1,19	1,06	VIII
16879/20	351,1	Кварцит	4,4	Аксальна pmpm	1,06	1,05	V
16879/21	366,5	Сланець кварц-піроксеновий	4,8	Аксальна pmpm	1,08	1,04	V
16879/31	466,9	Сланець гідро-слюдистий-кварц-польовошпагатовий	13,4	Планальна pmpm	1,15	1,22	IX
16879/38	552,6	Сланець хлорит-слюдистий	15,1	Планальна pmpm	1,05	1,37	IX
16879/42	582,8	Бластомілоніт	8,8	Планальна pmpm	1,10	1,13	VII-VIII
16883/28	104,7	Сланець біотит-хлорит-кварцовий	17,6	Планальна pmpm	1,05	1,47	X
16883/61	124,6	Сланець кварц-біотит-хлоритовий	13,4	Планальна pmpm	1,07	1,30	IX

Продовження табл. 9.3

Номери зразків	Глибина відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформаційна фація
16883/63	125,3	Сланець кварц-амфіболовий	10,9	Планальна mm	1,08	1,21	VIII
16883/64	125,6	Сланець кварц-біотит-амфіболовий	12,9	Планальна mm	1,09	1,27	IX
16883/65	125,7	Сланець біотит-амфібол-кварцовий	12,8	Планальна mm	1,10	1,25	IX
16883/66	125,9	Сланець біотит-амфібол-кварцовий	6,9	Планальна mm	1,02	1,15	VII
16883/67	126,4	Сланець біотит-амфібол-кварцовий	12,2	Аксальна mm	1,23	1,08	IX
16883/90	147,3	Сланець амфібол-біотит-кварцовий	9,8	Планальна mm	1,08	1,18	VIII
16883/128	192	Сланець біотит-амфібол-кварцовий	11,9	Планальна mm	1,03	1,28	VIII-IX

Продовження табл. 9.3

Номери зразків	Глибина відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформаційна фація
16883/138	201,8	Сланець біо тит-амфібол-кварцовий	7,2	Планальна mm	1,03	1,15	VII
16883/141	204,6	Сланець біо тит-амфібол-кварцовий	7,6	Аксіальна mm	1,11	1,09	VII
16883/146	209,0	Сланець біо тит-кварцовий	20,3	Планальна mm	1,08	1,55	X
16883/154	217,4	Сланець хлорит-кварц-амфіболовий	8,5	Аксіальна mm	1,14	1,08	VII
16883/155	218,4	Сланець біо тит-кварц-амфіболовий	5,7	Планальна mm	1,07	1,07	VI
16883/158	221,2	Сланець амфібол-кварцовий	12,1	Планальна mm	1,16	1,16	IX
16883/177	231,0	Сланець біо тит-амфібол-кварцовий	16,2	Планальна mm	1,07	1,39	X

Продовження табл. 9.3

Номери зразків	Глибина відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Коефіцієнт акустичної анізотропії $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформційна фація
16883/181	245,7	Сланець біо тит-амфібол-кварцовий	6,2	Планальна mm	1,07	1,09	VI
16883/189	246	Сланець біо тит-амфібол-кварцовий	7,2	Аксіальна mm	1,11	1,07	VII
16887/5	53,5	Сланець біо тит-амфіболовий	5,5	Планальна mm	1,01	1,12	VI
16888/24	173,3	Сланець амфіболовий	5,6	Аксіальна mm	1,11	1,02	VI
16888/25	173,3	Сланець біо тит-амфібол-хлоритовий	5,1	Аксіальна mm	1,10	1,02	VI
16888/38	201,7	Плагіограніт біотитовий	2,1	Планальна mm	1,02	1,04	V
16888/46	216,3	Сланець мілкозернистий біотит-амфіболовий	8,9	Аксіальна mm	1,12	1,06	VII-VIII

Продовження табл. 9.3

Номери зразків	Глибина відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформційна фація
16888/47	219	Сланець біотит-амфіболовий	5,9	Аксіальна mm	1,12	1,11	VI
16888/79	285,3	Мігматит біотит-роговообманковий	3,0	Аксіальна mm	1,03	1,02	V
16903/5	92,0	Гнейс	18,7	Планальна mm	1,05	1,23	X
16903/8	123,0	Плагіограніт	5,9	Аксіальна mm	1,12	1,07	VI
16903/16	196,0	Гнейс біотитовий слюдяний	15,6	Планальна mm	1,16	1,08	IX
16903/18	215,9	Гнейс біотитовий слюдяний	16,3	Планальна mm	1,07	1,28	IX
16903/23	244,2	Гнейс біотитовий слюдяний	2,9	Планальна mm	1,01	1,39	V
16903/31	290,5	Катаклазит по плагіограніту	9,0	Планальна mm	1,06	1,12	VI-VIII
16906/14	207,1	Граніт катаклазований мідонізований	1,9	Планальна mm	1,02	1,06	V

Продовження табл. 9.3

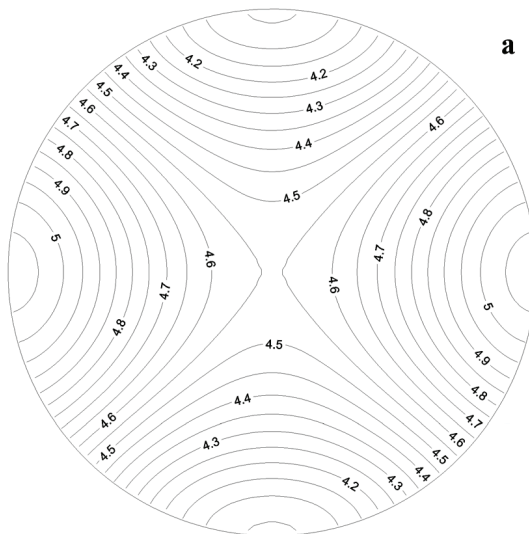
Номери зразків	Глибина відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Коефіцієнт акустичної анізотропії $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформаційна фація
16906/16	212,0	Кагаклазит по плагіограніту	2,0	Планальна mm	1,01	1,03	V
16906/18	217,4	Кагаклазит по плагіограніту	1,7	Планальна mm	1,01	1,03	V
16906/23	227,4	Кагаклазит по плагіограніту	7,4	Аксіальна mm	1,11	1,03	VI
16906/25	234,7	Кагаклазит по плагіограніту	4,8	Планальна mm	1,06	1,08	V
16906/39	261,0	Граніт катаклазований міонізований	2,8	Аксіальна mm	1,05	1,06	VI
16906/45	277,3	Кагаклазит по плагіограніту	0,8	Планальна поперечно- ізотропна	1,00	1,02	V
16906/48	318,5	Кагаклазит по лейкофатовому граніту	3,1	Планальна mm	1,01	1,01	V
16912/6	384,4	Слянець хлорит- карбонатний	7,6	Планальна mm	1,04	1,15	VI

Продовження табл. 9.3

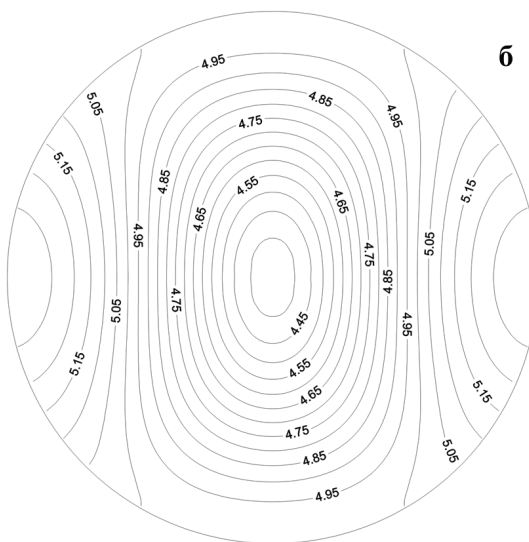
Номери зразків	Глибина відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформаційна фація
16912/14	385,2	Сланець карбонат-біотит-хлоритовий	9,2	Планальна mm	1,01	1,22	VIII
16912/20	385,9	Сланець карбонат-біотит-хлоритовий	13,7	Планальна mm	1,11	1,11	IX
16912/27	394,2	Сланець слюдисто-карбонатний	6,1	Планальна mm	1,05	1,07	VI
16912/30	396,1	Сланець слюдисто-карбонатний	9,2	Планальна mm	1,03	1,11	VIII
16912/42	399,8	Мікросланець слюдисто-карбонатний	7,9	Планальна mm	1,03	1,21	VII
20500/293	190,5–196	Сланець хлорит-кварц-біотитовий	19,6	Планальна mm	1,09	1,51	IX
20500/500	232–238	Сланець хлорит-кварц-біотитовий	25,5	Планальна mm	1,07	1,82	X
20500/1266	367,9–383,3	Метагравеліт катаклазований	9,8	Аксальна mm	1,13	1,13	VIII
20500/1501	436–439	Сланець біотит-кварцовий	6,5	Планальна mm	1,03	1,04	VI

Закінчення табл. 9.3

Номери зразків	Глибина відбору керна, м	Петрографічний тип породи	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора	$L_{\mu}$	$S_{\mu}$	Акустична деформаційна фація
20500/1754	484–486	Сланець біо тиг-амфіболовий-	2,1	Аксіальна mm	1,03	1,07	V
20500/1882	505,3–507,4	Метаконгломерат	4,3	Планальна mm	1,01	1,13	V
20500/2483	627,5–628,6	Капаклазит по метаконгломерату	4,3	Аксіальна mm	1,06	1,02	V
20500/3737	885,3–886,9	Метатісковик	2,4	Планальна mm	1,02	1,09	V



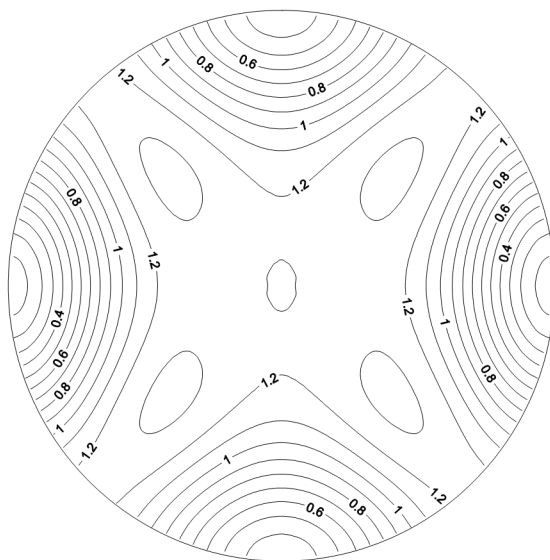
**а**



**б**

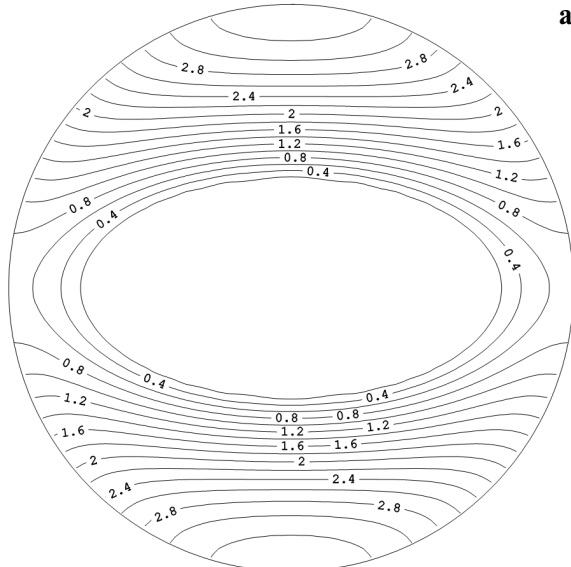
**Рис. 9.1. Стереопроєкції фазових швидкостей квазіповздовжніх хвиль плагіогранітів Криворізької надглибокої свердловини: а – G1 ( $H = 2650$  м); б – G2 ( $H = 3600$  м)**

Для плагіограніту  $G1$  характерні два ортогональні напрямки орієнтації мікротріщин, орієнтовані під кутом майже  $45^\circ$  до координатних осей  $X_1$  і  $X_2$  (рис. 9.2). Вони збігаються з напрямками максимальних напруг зсуву і однозначно свідчать, що це тріщини зсуву. Величина формату мікротріщин  $\alpha = 0,05$  показує, що мікротріщини розкриті. Зерна біотиту і мусковіту формату  $\alpha = 2,7$  мають переважну орієнтацію вздовж осі  $X_1$  і свідчать про їхню синтетектонічну перекристалізацію в напрямку найменших діючих напруг (рис. 9.3).

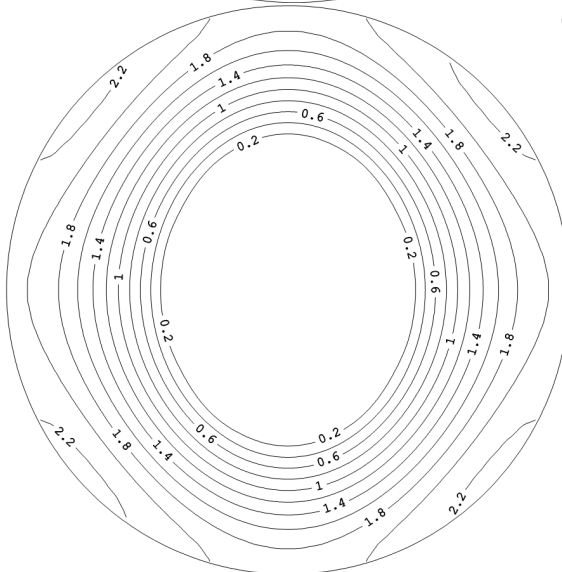


**Рис. 9.3.** Діаграма орієнтації полюсів мікротріщин плагіограніту  $G1$  ( $H = 2650$  м)

Зерна кварцу формату  $\alpha = 12,7$  мають переважну орієнтацію в площині  $X_1X_2$  (рис. 9.3, б). Причому максимальні напрямки переважної орієнтації осей  $C$  кварцу утворюють кут  $45^\circ$  з координатними осями  $X_1$  і  $X_2$  та, імовірно, збігаються з напрямками максимальних напруг зсуву.

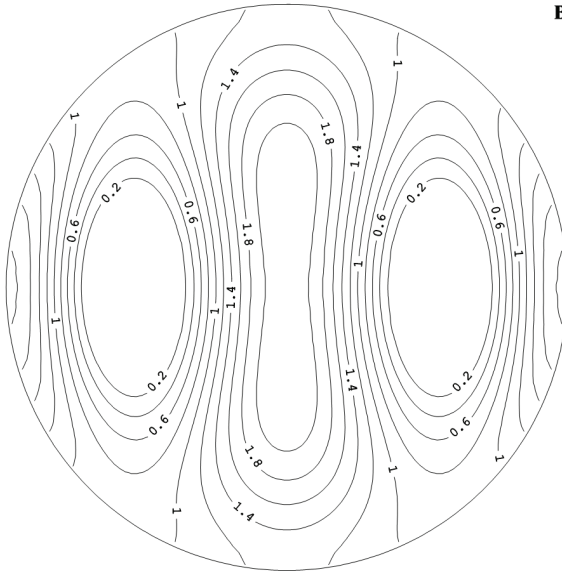


**а**



**б**

**Рис. 9.3.** Діаграма орієнтації кристалографічних осей *C* кварцу і слюди та осі *b* плагіоклазу плагіограніту *G1* ( $H = 2650$  м):  
**а** – слюда; **б** – кварц



**Рис. 9.3.** Діаграма орієнтації кристалографічних осей *C* кварцу і слюди та осі *b* плагіоклазу плагіограніту *G1* ( $H = 2650$  м):  
в – плагіоклаз

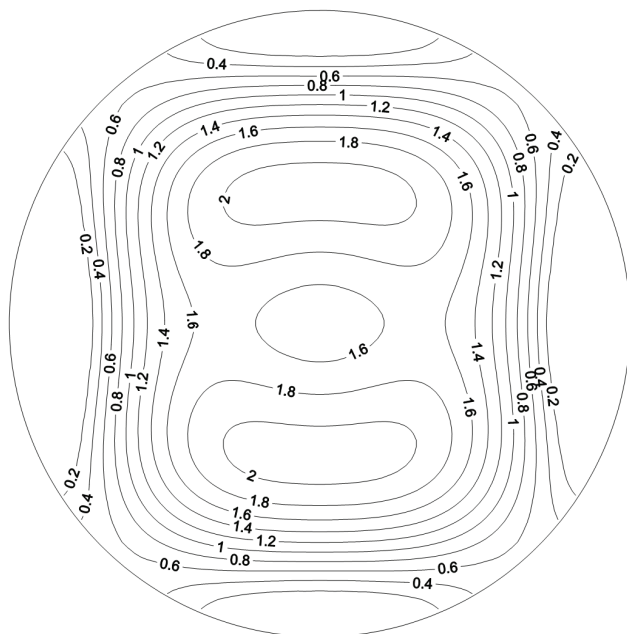
За даними Делланджело і Тулліса [124], для пластичних зон зсуву характерна орієнтація подовжених зерен кварцу під кутом  $45^{\circ}$ – $30^{\circ}$ , а при зростанні швидкості деформації виникає переважно орієнтована мікротріщинуватість.

Формування сланцюватості зумовлено анізотропним ростом зерен кварцу при перекристалізації в умовах відносно низьких температур і високих швидкостей деформацій в присутності води [42].

Для зразка плагіограніту *G2* із зони дроблення розподіл мікротріщин суттєво відрізняється (рис. 9.4). Насамперед у координатній площині  $X_1X_3$  під кутом  $45^{\circ}$  до осі  $X_3$  спостерігаються два симетричні напрямки максимальної концентрації тріщин зсуву.

Голкоподібні зерна кварцу формату  $\alpha = 12,4$  мають переважну орієнтацію теж у площині  $X_1X_2$  під кутом  $45^{\circ}$  до координатних осей  $X_1$  і  $X_2$ , що свідчить про синтетектонічну перекриста-

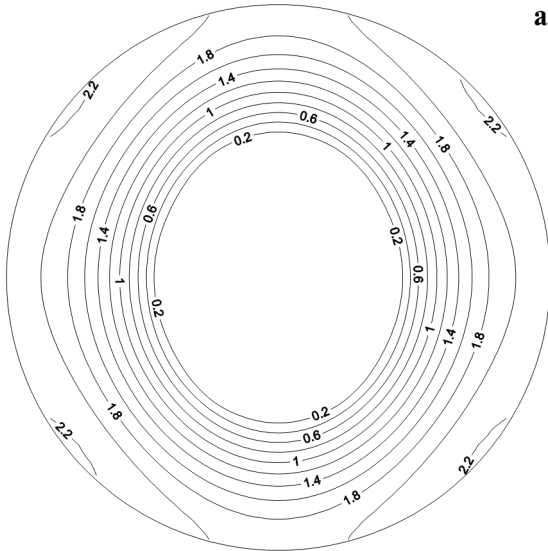
лізацію кварцу (рис. 9.5, а). Максимальні концентрації рекристалізованих кристалографічних осей  $C$  зерен мусковіту теж розташовуються в координатній площині  $X_1X_2$  (рис. 9.5, в).



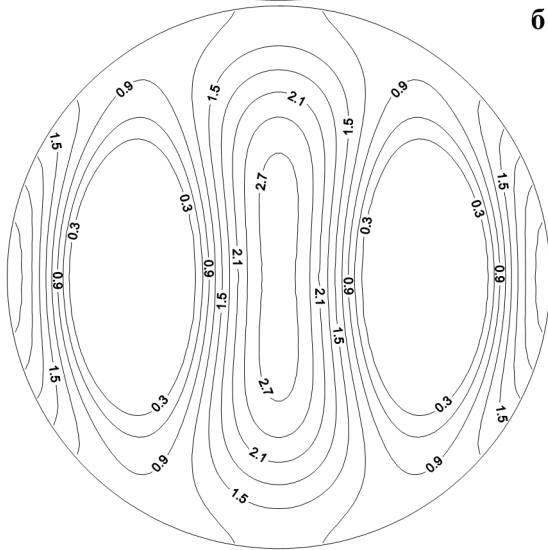
**Рис. 9.4. Діаграма орієнтації полюсів мікротріщин плагіограніту G2 ( $H = 3600$  м)**

Переважає більшість кристалографічних осей в плагіоклазі орієнтована в площині  $X_1X_2$  і їхній максимум збігається з віссю  $X_3$ , яка паралельна осі свердловини (рис. 9.5, б).

Мусковітовий кварцит ( $K-10158$ ,  $H = 2287$  м) має такий мінералогічний склад: кварц – 92 %, мусковіт – 5,2 %. Більшість розкритих мікротріщин формату  $\alpha = 0,19$  мусковітового кварциту орієнтована в площині  $X_1X_2$  (рис. 9.6, а). Причому максимальні концентрації тріщин відриву орієнтовані під кутом 30–35° до координатної осі  $X_3$ . Голкоподібні зерна кварцу формату  $\alpha = 3,9$  переважно орієнтовані вздовж осі  $X_3$  (рис. 9.6, б).

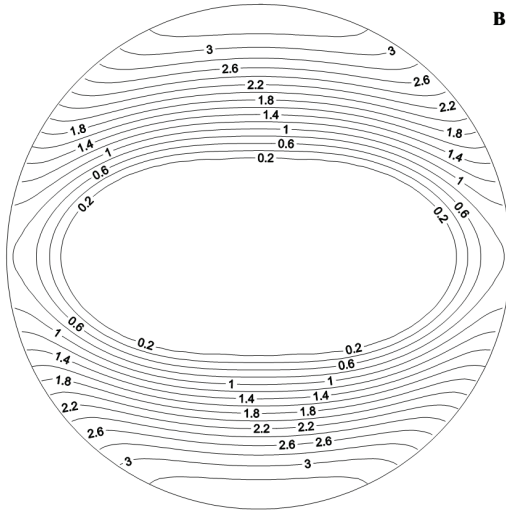


**а**



**б**

**Рис. 9.5.** Діаграма орієнтації кристалографічних осей *C* кварцу і мусковіту та осі *b* плагіоклазу плагіограніту *G2* ( $H = 3600$  м):  
**а** – кварц; **б** – плагіоклаз



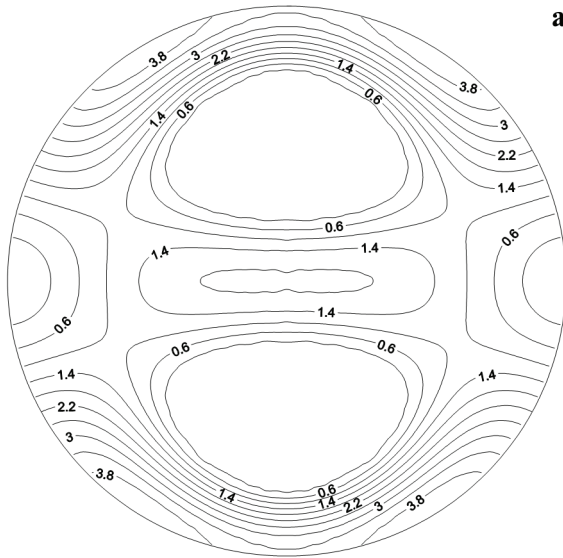
**Рис. 9.5.** Діаграма орієнтації кристалографічних осей  $C$  кварцу і мусковіту та осі  $b$  плагіоклазу плагіограніту  $G2$  ( $H = 3600$  м):  
**в – мусковіт**

Орієнтація мусковіту має три переважні напрямки (рис. 9.6, б). Один із них паралельний координатній осі  $X_3$  та орієнтації кристалографічної осі  $C$  кварцу, а два інші, менш інтенсивні, – під кутом  $45^\circ$  до координатних осей  $X_1$  і  $X_2$ , що свідчить про наявність двох генерацій мусковіту.

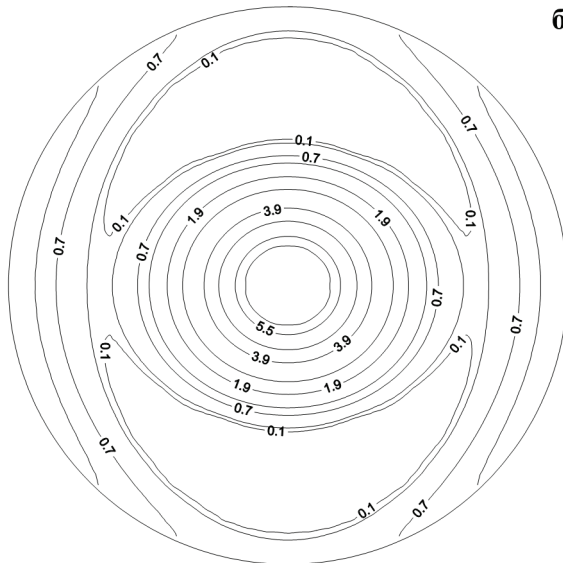
Для текстури амфіболіту ( $A18$ ,  $H = 3480$  м) характерні два напрямки орієнтації мікротріщин (рис. 9.7), один з яких найбільш інтенсивний і паралельний осі  $X_3$ , а другий менш інтенсивний, орієнтований в напрямку осі  $X_2$ .

Кристалографічна вісь  $C$  рогової обманки має найбільш інтенсивний максимум уздовж осі  $X_2$  і менш інтенсивний максимум уздовж осі  $X_1$  (рис. 9.8, а).

Цим основним напрямкам підпорядковані й напрямки переважної орієнтації кристалографічних осей  $C$  кварцу і біотиту та кристалографічної осі в плагіоклазі (рис. 9.8, б, в, г).



**а**



**б**

**Рис. 9.6.** Діаграма орієнтації мікротріщин, кристалографічних осей  $C$  кварцу і мусковіту мусковітового кварциту ( $K-10158, H = 2287$  м):  
**а** – мікротріщини; **б** – кварц

Закінчення рис. 9.6

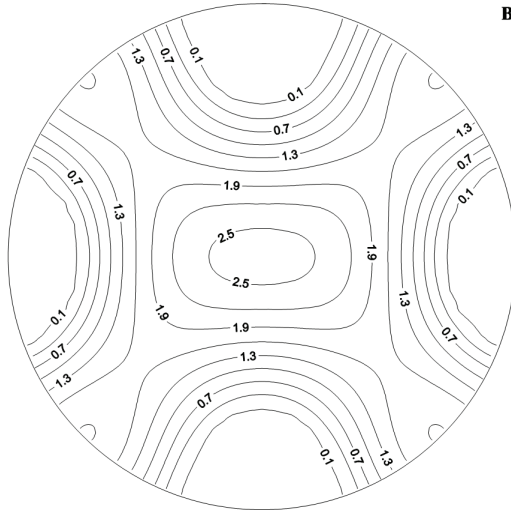


Рис. 9.6. Діаграма орієнтації мікротріщин, кристалографічних осей *C* кварцу і мусковіту мусковітового кварциту (*K-10158*, *H* = 2287 м):  
В – мусковіт

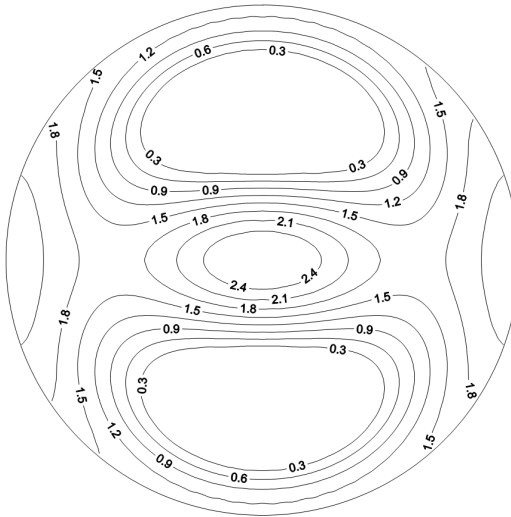
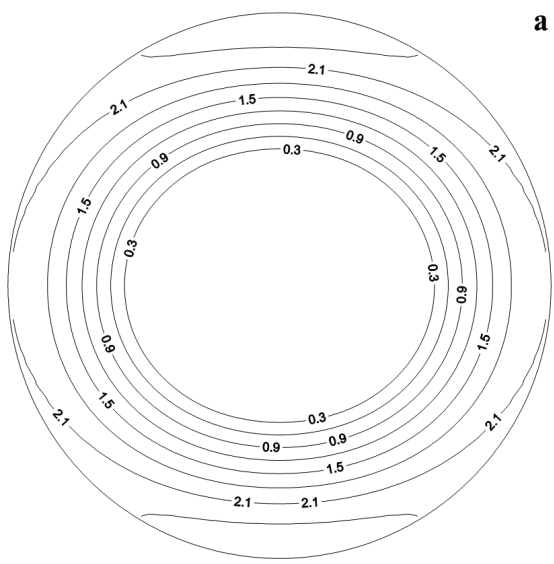
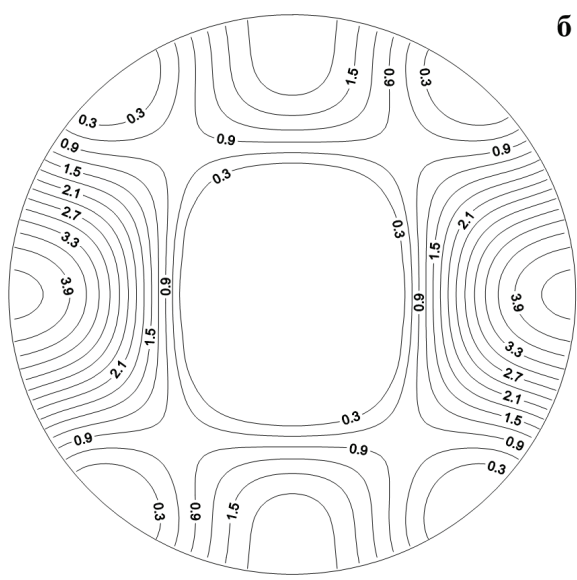


Рис. 9.7. Діаграма орієнтації полюсів мікротріщин амфіболіту *A-18*



**а**



**б**

**Рис. 9.8.** Діаграма орієнтації кристалографічних осей *C* рогової обманки, кварцу, біотиту і плагіоклазу амфіболіту А-18:  
**а** – рогова обманка; **б** – кварц

Закінчення рис. 9.8

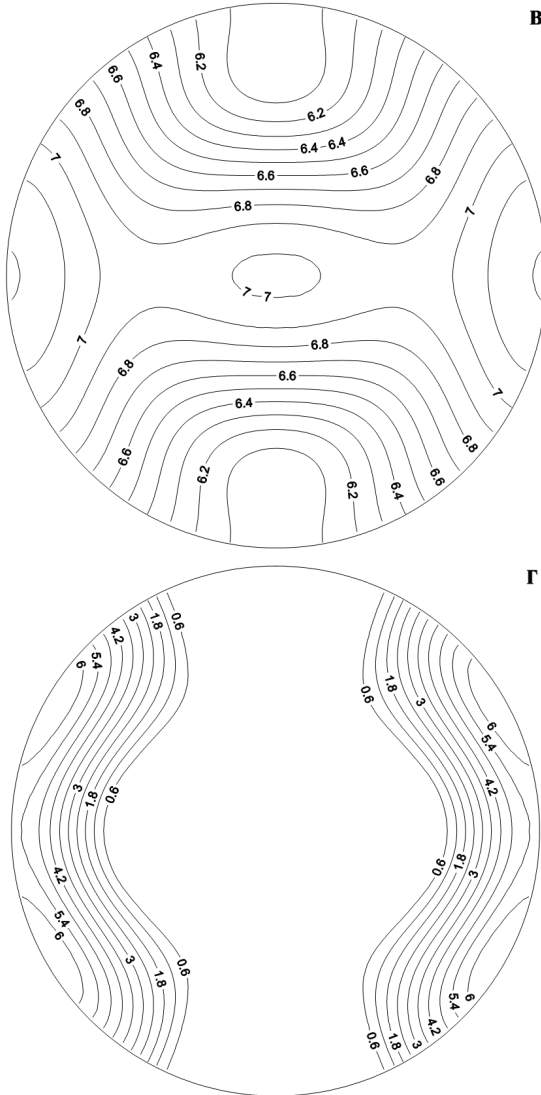


Рис. 9.8. Діаграма орієнтації кристалографічних осей *C* рогової обманки, кварцу, біотиту і плагіоклазу амфіболіту А-18:  
в – біотит; г – плагіоклаз

## 9.4. Динамічний структурний аналіз залізистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя

Методика акустичного текстурного аналізу має широкі можливості при динамічному аналізі міжструктурної орієнтації мінералів і тріщин [3, 13].

Для дослідження мікроорієнтацій мінералів і мікротріщин текстур гірських порід використовують прямі й непрямі методи [3, 13, 114]. Серед непрямих методів поширення одержали методи магнітної тензорометрії [124–126]. Однак їхні можливості обмежуються визначенням орієнтації лише феромагнітних мінералів. Значно більші можливості серед непрямих методів мають акустичні методи, які забезпечують визначення мікроорієнтацій мінералів і мікротріщин на зразках будь-якого розміру і будь-якого генетичного типу текстур гірських порід [29, 61, 127–129].

Для ілюстрації можливостей акустичного методу текстурного аналізу досліджено зразки залізистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя, що зазнали неодноразових тектонічних деформацій.

Кристалізаційне розсланцювання у в'язких розломах обумовлено орієнтацією плоских і витягнутих зерен породотвірних мінералів і пластичною формозміною цих зерен, що знаходить відображення у формуванні анізотропних текстур.

Кварц і магнетит є головними породотвірними мінералами залізистих кварцитів і формують анхімономінеральні шари, лінійні й вигнуті в досить примхливі складки, що ритмічно чергуються у просторі.

Механізми кристалографічного орієнтування осей мінералів текстур гірських порід можна поділити на дві категорії [36, 129–131]:

- залежні від енергії анізотропного кристала;
- залежні від динамічної деформації (від руху дислокацій і синтетектонічної перекристалізації).

У природних і в лабораторних умовах механізми (2) мають набагато більше значення. Переважна орієнтація мінералів найчастіше виникає в результаті перекристалізації або обертання зерен (при сковзанні зерен).

Метаморфічна сегрегація на рівномірно розподілені у просторі світлі й темні смуги різного складу виникає в результаті спільної дії реакції й дифузії на межах зерен, якщо розчинення під тиском, дифузія й осадження в гірській породі здатні не відставати від швидкості деформації [32, 36, 120, 122].

Дослідження кварцитів насувної зони Альпійських покровів показало [43], що у зразках, які були під впливом високотемпературного метаморфізму, кристалографічні осі *C* кварцу орієнтовані в площині сланцюватості перпендикулярно лінійності й нормально до сланцюватості для зразків, що зазнали впливу низькотемпературного метаморфізму.

За даними математичного моделювання методом Тейлора [33] процесу пластичної деформації кварциту встановлено, що ефект пружної анізотропії його текстури виникає внаслідок формування переважної орієнтації кристалів кварцу. Причому деформації сприяють сплющуванню зерен кварцу за низької температури та їхньому подовженню за високої температури.

Експериментальні дослідження тонкозернистого кварциту при комбінованому простому зсуві й аксіальному стисненні ( $T = 800\text{ }^{\circ}\text{C}$  і тиск 1500 ГПа) показали [120], що межі зони руйнування орієнтувалися під кутом  $45\text{--}30^{\circ}$  до осі стискання. При збільшенні швидкості деформації розвивалася планарна тріщинуватість з переважною орієнтацією вздовж осі *C* кварцу. Подовжені зерна кварцу є центрами мікроскладчастості. Вторинна складчастість викликана перекристалізацією зерен, які орієнтувалися під кутом  $30\text{--}40^{\circ}$  до меж зони зсуву.

Високоточні дослідження, проведені паралельно двома методами (федоровський столик і фотометричний метод) [132], дозволили встановити, що у складках вісь поясу оптичної осі кварцу *C* збігається із шарніром, а головна площина симетрії поясу орієнтації оптичних осей кварцу перпендикулярна до осьової площини складки. Суворо закономірне положення осі *C* кварцу у складчастій структурі безсумнівно доводить синхронність кристалізації кварцу зі складчастою деформацією [13]. Очевидним є також і синхронне утворення сланцюватості, що паралельна осьовій площині.

У породах залізисто-кремнієвої формації [133, 134] діаграми з поясовими орієнтаціями осі  $C$  кварцу, перпендикулярними до сланцюватості, становлять третю частину.

Поясові орієнтування осі  $C$  кварцу, перпендикулярні до сланцюватості й смугастості, виявляють площинне поширення. При дослідженні мікроструктурних діаграм кварцу залізистих кварцитів виявлено досить незвичайну орієнтацію його зерен, що погоджується з виявленою орієнтацією магнетиту й динамічними умовами петрогенезу [133, 135].

Для залізистих кварцитів родовищ Кольського регіону все різноманіття мікроструктурних орієнтацій кварциту можна звести до трьох типів [133]:

- з розподілом кристалографічної осі  $C$  кварцу вздовж траєкторій з малими кутами з головним напрямком стискання  $\sigma_1$  як осі симетрії ( $\sigma_1$  збігається з нормаллю до шаруватості (сланцюватості));

- з розподілом кристалографічної осі  $C$  кварцу вздовж траєкторій з малими кутами з напругою стиснення  $\sigma_3$  як осі симетрії ( $\sigma_3$  майже збігається з лінійністю амфіболу і піроксену);

- з розподілом кристалографічної осі  $C$  кварцу, що лежать на взаємно перпендикулярних площинах, орієнтованих під кутом  $45^\circ$  відносно смугастості (площини, в яких діють головні напруги  $\sigma_2 - \sigma_3$ ) і  $\sigma_2$  збігається з лінією їхнього перетину.

Значна частина прямосмугатих залізистих кварцитів характеризується мікроструктурними діаграмами, на яких орієнтації осей  $C$  кварцу розташовані вздовж  $90-130$ -градусних кінчних поверхонь з напрямком мінімального стискання (розтягання)  $\sigma_3$ , який є вісю симетрії. Така орієнтація зерен кварцу немовби індіферентна до смугастості та сланцюватості й досить типова для товщ високих стадій метаморфізму, у тому числі й залізорудних [133, 136]. У прямосмугатих залізистих кварцитах провідним напрямком орієнтації є вісь розтягання  $\sigma_3$ . Під час утворення складок починається пластичне сковзання тими площинами  $\{001\}$  кварцу і  $\{111\}$  магнетиту, орієнтування яких виявилося найбільш близьким до положення площадок максимальних

дотичних напруг. У результаті ці осі переорієнтуються під кутом  $\sim 45^\circ$  до площини  $\sigma_2 - \sigma_3$  (смугастості).

Зразки для експериментальних досліджень були виготовлені з блока антиклінальної мікроскладки розміром  $30 \times 30$  см. За даними досліджень шліфів і аншліфів були визначені мінералогічний склад зразків та їхні структурно-текстурні особливості.

Зразки МКС-2 і МКС-4 – це залістисті кварцити, текстура смугаста, структура мікрогранобластова. Мінеральний склад: кварц – 75 %, кальцит – 10–15 %, магнетит – 15–20 %. Потужність мікробарів – 5–8 мм. Присутні шари з незакономірно розподіленими в них дрібними зернами рудних мінералів розміром 0,03–0,04 мм (3–5 %), карбонату (1–2 %) і магнезит-кварцові шари із вмістом кварцу до 10–15 %. В асоціації з магнетит-кварцовими прошарками спостерігається магнетит-карбонатні прошарки, збагачені (до 75 %) карбонатом.

Зразки МКС-5 і МКС-6 – залістисті кварцити, текстура шарувата, пloidчаста, структура гранобластова, мозаїчна. Мінералогічний склад: кварц – 50–55 %, кальцит – 10–12 %, магнетит – 35–40 %. Спостерігається чергування великих кварцових прошарків (1–1,5 см) і прошарків магнетит-кварц-карбонатного складу; в останніх можуть виявлятися мікрошари потужністю 0,5–2 мм, збагачені магнетитом і кварцом.

Зразки МКС-7, МКС-8 і МКС-9 – залістисті кварцити, текстура тонкосмугаста, мікропloidчаста, структура мікрогранобластова, мозаїчна, зубчаста (роговикова). Мінералогічний склад: кварц – 45–50 %; магнетит – 50 %; кальцит – 3–5 %. Спостерігається незакономірне чергування прошарків різної потужності (0,05–0,08 мм) магнетит-кварцового складу (вміст кварцу 60–70 %), магнетитового складу й магнетит-кварц-карбонатного складу (вміст кварцу 20–25 %, кальциту 10–15 %, магнетиту 60–70 %).

Зразки МКС-12, МКС-13 – залістисті кварцити; текстура тонкосмугаста; структура мікрогранобластова, мозаїчна. Мінералогічний склад: кварц – 75–85 %, магнетит – 15–20 %, кальцит – 5–10 %. Спостерігається чергування кварцових прошарків із домішкою 1–2 % кальциту, кварц-карбонатних прошарків із вмістом 35–40 % кальциту і кварц-магнетитові прошарки із вмістом 30–50 % магнетиту й до 30 % кальциту. Кварц утворює ізометричні округлі зерна

полігональної форми розміром 0,05–0,08 мм. Кальцит – мікрокристалічний з розміром зерен 0,02–0,03 мм утворює скупчення, що виповнюють проміжки між зернами кварцу і магнетиту.

Визначення ефективних пружних постійних залізистих кварцитів здійснювалося за методикою інваріантно-поляризаційного ультразвукового методу. Результати експериментальних вимірів швидкостей пружних хвиль залізистих кварцитів подано в табл. 9.4.

З урівноважених значень фазових швидкостей пружних хвиль були обчислені регулярні власні значення акустичного тензора з метою встановлення стандартної акустичної системи координат, для якої розраховуються ефективні пружні постійні. Результати розрахунків наведено в табл. 9.5.

Симетрія акустичного тензора планальна ромбічна. Величина інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії змінюється від 1,8 до 7,4 %.

З урівноважених значень фазових швидкостей квазіповздовжньої й квазіпоперечних хвиль були обчислені регулярні складові ефективних пружних постійних текстур залізистих кварцитів у ромбічному наближенні (табл. 9.6).

Користуючись модифікованим методом Якобі [29], зі знайдених пружних постійних була обчислена азимутальна залежність фазових швидкостей залізистих кварцитів. На рис. 9.9 зображені стереопроєкції ізоліній фазових швидкостей квазіповздовжніх хвиль залізистих кварцитів, які мають від 2 до 5 акустичних осей. Причому для зразків МКС-2, МКС-4, МКС-5, МКС-7, МКС-9 деякі з них розташовані в площині смугастості. Незважаючи на невелику величину коефіцієнта акустичної анізотропії, спостерігаються значні величини різниці між "швидкою" і "повільною" квазіпоперечними хвилями, які досягають величини більше 0,8 км/с (рис. 9.10, б). Кількість акустичних осей текстур залізистих кварцитів коливається від 2 до 6 (рис. 9.10).

На рис. 9.11 зображено отримані методом інверсії полюсні діаграми орієнтації кристалографічної осі *C* кварцу магнетитових кварцитів мікроскладки, що свідчать про наявність їхньої переважної орієнтації, яка не збігається з площиною смугастості.

**Таблиця 9.4.** Експериментальні (е) і врівноважені (в) значення фазових швидкостей об'ємних пружних хвиль залізистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя

Кристалографічний символ напрямку	Значення фазових швидкостей квазіповздовжньої, "ш видкої" й "повільної" квазіпоперечних швидкостей, км/с											
	Номери зразків											
	МКС-2		МКС-4		МКС-5		МКС-6		МКС-7			
е	в	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в	
100	5,27	5,36	5,76	5,76	5,71	5,73	5,58	5,54	5,66	5,63		
	3,18	3,23	3,32	3,32	3,17	3,18	3,32	3,29	3,48	3,46		
	3,29	3,38	3,42	3,42	3,29	3,30	3,41	3,38	3,50	3,48		
010	5,83	5,93	5,90	5,90	5,44	5,46	5,54	5,50	5,70	5,67		
	3,39	3,45	3,30	3,30	3,22	3,23	3,47	3,44	3,40	3,38		
	3,39	3,45	3,35	3,35	3,23	3,24	3,50	3,47	3,43	3,41		
001	5,23	5,32	5,62	5,62	5,35	5,37	5,75	5,71	5,70	5,67		
	3,30	3,36	3,36	3,36	3,24	3,25	3,34	3,31	3,36	3,34		
	3,43	3,49	3,44	3,44	3,37	3,38	3,42	3,39	3,40	3,38		
110	5,84	5,75	5,55	5,67	5,67	5,68	5,44	5,50	5,76	5,74		
	3,30	3,25	3,30	3,37	3,17	3,17	3,36	3,40	3,37	3,36		
	3,35	3,30	3,35	3,42	3,23	3,23	3,41	3,45	3,43	3,42		
101	5,58	5,40	5,50	5,50	5,63	5,59	5,51	5,60	5,47	5,52		
	3,35	3,29	3,42	3,34	3,42	3,39	3,32	3,33	3,38	3,42		
	3,40	3,33	3,51	3,43	3,42	3,39	3,35	3,36	3,42	3,47		
011	5,73	5,62	5,65	5,56	5,30	5,22	5,58	5,58	5,80	5,80		
	3,45	3,45	3,36	3,38	3,29	3,27	3,38	3,36	3,36	3,31		

Кристалографічний символ напрямку	Значення фазових швидкостей квазіповздовжньої, "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних швидкостей, км/с											
	Номери зразків											
	МКС-2		МКС-4		МКС-5		МКС-6		МКС-7		МКС-13	
	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в
	3,47	3,47	3,41	3,43	3,35	3,33	3,43	3,41	3,39	3,34		
011	5,79	5,78	5,66	5,73	5,62	5,54	5,75	5,69	5,80	5,64		
	3,30	3,30	3,48	3,50	3,32	3,30	3,34	3,32	3,38	3,33		
	3,34	3,34	3,50	3,52	3,36	3,34	3,43	3,41	3,43	3,38		
110	5,75	5,66	5,73	3,89	5,43	5,40	5,52	5,55	5,69	5,59		
	3,41	3,36	3,24	3,31	3,36	3,36	3,25	3,29	3,46	3,45		
	3,46	3,41	3,38	3,45	3,38	3,38	3,39	3,43	3,50	3,49		
101	5,56	5,38	5,72	5,72	5,36	5,33	5,55	5,64	5,71	5,77		
	3,39	3,33	3,57	3,49	3,30	3,27	3,28	3,29	3,35	3,39		
	3,41	3,35	3,63	3,55	3,39	3,37	3,40	3,41	3,39	3,43		
Густина, кг/м <sup>3</sup>	3540		3530		3420		3540		3880			
	МКС-8		МКС-9		МКС-12		МКС-13					
	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в
100	6,15	6,15	6,08	6,11	5,25	5,28	5,51	5,50	5,50	5,50		
	3,47	3,47	3,42	3,43	3,39	3,41	3,28	3,27	3,27	3,27		
	3,57	3,57	3,44	3,45	3,43	3,44	3,40	3,40	3,39	3,39		
010	6,10	6,10	6,11	6,14	5,91	5,94	5,78	5,77	5,77	5,77		

Кристалографічний символ напрямку	Значення фазових швидкостей квазіповздовжньої, "швидкої" й "повільної" квазіпоперечних швидкостей, км/с															
	МКС-8				МКС-9				МКС-12				МКС-13			
	e		v		e		v		e		v		e		v	
	e	v	e	v	e	v	e	v	e	v	e	v	e	v	e	v
	3,46	3,46	3,37	3,38	3,45	3,47	3,47	3,45	3,47	3,31	3,30					
	3,56	3,56	3,39	3,40	3,51	3,53	3,53	3,51	3,53	3,62	3,61					
001	5,76	5,76	5,95	5,98	5,50	5,53	5,53	5,50	5,53	5,02	5,01					
	3,40	3,40	3,38	3,39	3,46	3,48	3,48	3,46	3,48	3,40	3,39					
	3,48	3,48	3,45	2,46	3,56	3,58	3,58	3,56	3,58	3,44	3,43					
110	6,14	6,18	6,10	6,07	5,32	5,42	5,42	5,32	5,42	5,80	5,73					
	3,48	3,51	3,43	3,41	3,53	3,60	3,60	3,53	3,60	3,26	3,22					
	3,53	3,56	3,45	3,43	3,62	3,70	3,70	3,62	3,70	3,44	3,40					
101	5,94	5,94	6,05	6,00	5,50	5,45	5,45	5,50	5,45	5,20	5,23					
	3,50	3,47	3,49	3,48	3,53	3,43	3,43	3,53	3,43	3,01	3,06					
	3,63	3,60	3,51	3,50	3,59	3,49	3,49	3,59	3,49	3,43	3,49					
011	5,83	5,84	6,11	6,09	5,80	5,63	5,63	5,80	5,63	5,40	5,55					
	3,46	3,49	3,39	3,39	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	3,28	3,31					
	3,48	3,51	3,44	3,44	3,57	3,57	3,57	3,57	3,57	3,46	3,49					
0 $\bar{1}$ 1	5,89	6,00	6,04	6,03	5,79	5,78	5,78	5,79	5,78	5,24	5,34					
	3,42	3,45	3,40	3,40	3,52	3,52	3,52	3,52	3,52	3,22	3,25					
	3,45	3,48	3,43	3,43	3,55	3,55	3,55	3,55	3,55	3,52	3,55					
1 $\bar{1}$ 0	6,04	6,14	6,26	6,22	5,25	5,35	5,35	5,25	5,35	5,78	5,76					

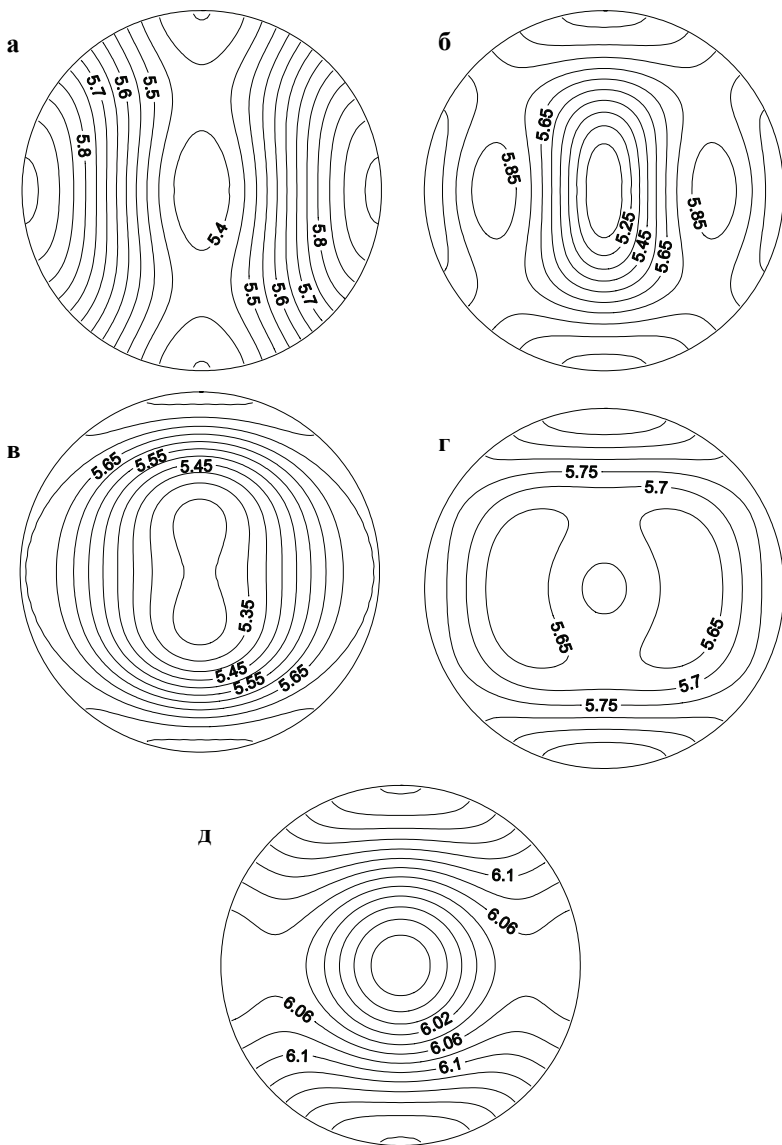
Кристалографічний символ напрямку	Значення фазових швидкостей квазіповздовжньої, швидкої й повільної квазіпоперечних швидкостей, км/с											
	Номери зразків											
	МКС-8			МКС-9			МКС-12			МКС-13		
	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в	е	в
	3,38	3,41	3,39	3,37	3,53	3,60	3,28	3,24				
	3,40	3,43	3,40	3,38	3,61	3,68	3,38	3,34				
$\bar{1}01$	5,90	5,92	6,11	6,06	5,53	5,48	5,33	5,36				
	3,48	3,45	3,41	3,40	3,47	3,37	3,12	3,18				
	3,52	3,49	3,44	3,43	3,52	3,42	3,55	3,61				
Густина, кг/м <sup>3</sup>	3820			4050			3080			3090		

**Таблиця 9.5.** Власні значення регулярної складової акустичного тензора та їхні довірчі межі при 5 %-му рівні значимості ( $\gamma 10^6 \text{ м}^2 \text{ с}^{-2}$ ) у чисельнику і напрямні косинуси його власних напрямків (у знаменнику) залізистих кварцитів мікроскладки Криворізьжя, обчислені з урівноважених значень фазових швидкостей пружних хвиль

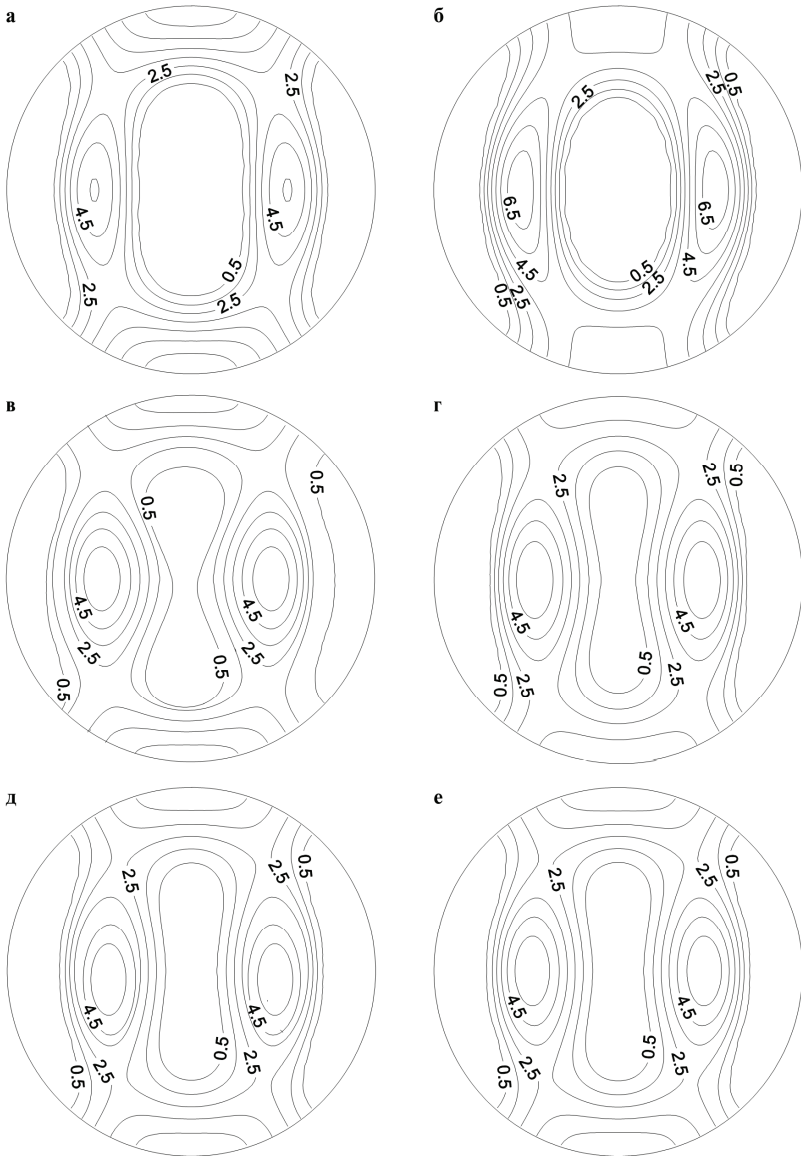
Номер зразка	$\frac{\langle \mu_{11} \rangle \pm \Delta}{l^{(1)}, m^{(1)}, n^{(1)}}$	$\frac{\langle \mu_{22} \rangle \pm \Delta}{l^{(2)}, m^{(2)}, n^{(2)}}$	$\frac{\langle \mu_{33} \rangle \pm \Delta}{l^{(3)}, m^{(3)}, n^{(3)}}$	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_{\mu}$ , %	Симетрія акустичного тензора
МКС-2	$50,46 \pm 0,21$ -0,99; -0,022; -0,043	$59,04 \pm 0,21$ -0,022; 1,00; 0,005	$51,80 \pm 0,21$ 0,043; 0,006; -0,999	7,0	<i>mmm</i>
МКС-4	$57,54 \pm 0,12$ 0,836; -0,234; -0,48	$57,87 \pm 0,12$ 0,026; -0,89; 0,462	$52,24 \pm 0,13$ 0,549; 0,399; 0,735	4,6	<i>mmm</i>
МКС-5	$54,89 \pm 0,13$ 0,870; -0,122; 0,478	$52,18 \pm 0,14$ 0,385; 0,775; -0,50	$48,43 \pm 0,14$ -0,309; 0,621; 0,721	5,1	<i>mmm</i>
МКС-6	$52,94 \pm 0,04$ -0,992; 0,077; -0,103	$53,90 \pm 0,04$ 0,027; 0,910; 0,414	$55,34 \pm 0,04$ 0,476; -0,421; 0,772	1,8	<i>mmm</i>
МКС-7	$56,68 \pm 0,16$ 0,82; -0,112; -0,565	$55,64 \pm 0,16$ 0,325; 0,900; 0,291	$53,78 \pm 0,17$ 0,476; -0,421; 0,772	2,2	<i>mmm</i>
МКС-8	$63,37 \pm 0,11$ 0,817; -0,576; 0,008	$61,28 \pm 0,01$ -0,563; 0,80; -0,20	$56,65 \pm 0,10$ -0,124; 0,163; 0,979	4,6	<i>mmm</i>
МКС-9	$61,57 \pm 0,11$ 0,778; -0,63; -0,034	$60,34 \pm 0,12$ 0,605; 0,734; 0,309	$59,16 \pm 0,10$ -0,169; -0,261; 0,950	1,6	<i>mmm</i>
МКС-12	$51,29 \pm 0,03$ 0,995; -0,060; -0,08	$59,91 \pm 0,03$ -0,045; -0,98; 0,18	$55,30 \pm 0,03$ -0,087; -0,18; -0,980	6,3	<i>mmm</i>
МКС-13	$52,86 \pm 0,04$ -0,95; -0,086; 0,291	$57,35 \pm 0,04$ -0,049; 0,99; 0,133	$47,76 \pm 0,04$ 0,33; -0,112; 0,947	7,4	<i>mmm</i>

**Таблиця 9. 6.** Значення регулярної складової ефективного тензора пружних постійних та її довірчих меж при 5 %-му рівні значимості, ГПа залізистих кварцитів мікроскладки, обчислені з урівноважених значень фазових швидкостей

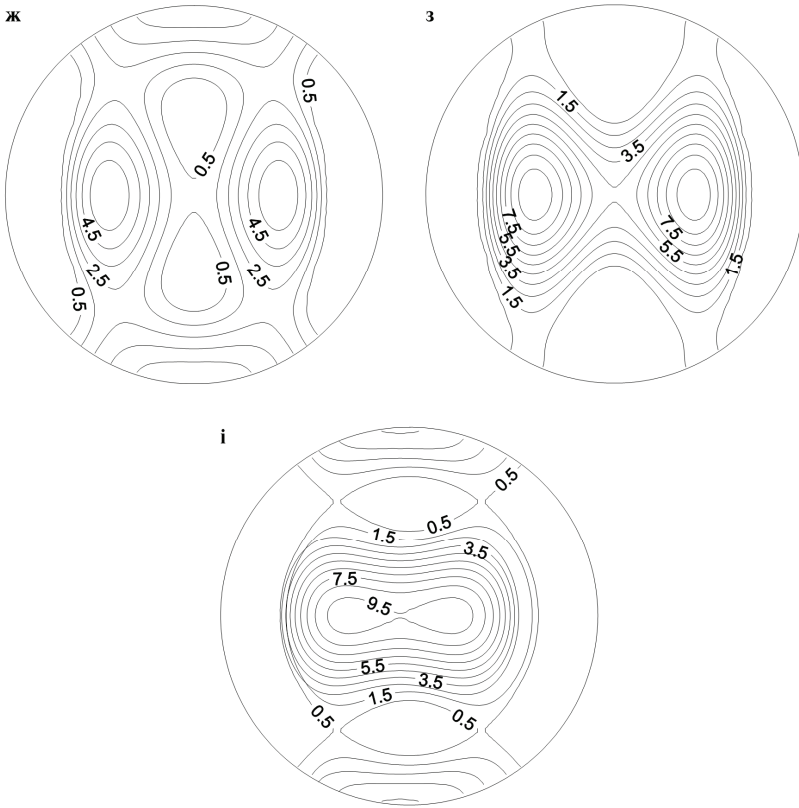
Матричні індекси	Номери зразків											
	МКС-2	МКС-4	МКС-5	МКС-6	МКС-7	МКС-8	МКС-9	МКС-12	МКС-13			
$C_{11}$	101,2±0,9	130,8±2,5	115,8±1,8	111,6±1,6	137±3,1	146,9±1,1	155,8±0,6	85,0±1,3	94,1±1,4			
$C_{22}$	125,9±0,9	109,6±1,3	111,2±1,1	115,5±2,6	129,4±3,3	143,9±1,3	147,9±0,9	109,3±1,4	105,2±1,1			
$C_{33}$	101,7±0,9	89,9±2,2	95,8±0,6	123,9±2,6	126,6±5,1	125,5±0,8	143,1±1,0	93,6±1,0	78,3±1,7			
$C_{44}$	43,2±0,6	58,5±2,7	32,6±0,6	35,7±1,8	43,0±2,9	43,2±0,6	49,7±0,8	39,3±1,0	35,9±1,0			
$C_{55}$	38,4±0,8	35,9±1,0	37,2±0,9	36,3±0,9	39,1±2,8	47,8±0,5	46,8±0,5	37,4±0,6	33,3±1,5			
$C_{66}$	39,5±0,9	36,3±1,8	34,7±1,1	39,5±0,9	43,4±1,2	47,1±1,1	46,8±0,6	35,8±1,0	36,0±0,8			
$C_{12}$	38,4±1,8	43,3±1,2	42,4±0,8	29,6±2,7	39,8±2,6	49,8±1,0	58,5±1,0	10,6±2,3	32,5±2,8			
$C_{13}$	29,5±2,6	29,4±3,2	17,5±1,5	33,0±2,5	41,0±2,2	42,4±1,1	56,1±1,0	21,4±1,9	22,4±2,3			
$C_{23}$	29,7±1,6	27,5±1,7	37,9±1,4	20,5±3,9	31,0±3,1	40,4±0,8	50,8±1,1	21,0±1,5	17,7±2,2			



**Рис. 9.9.** Ізолії фазових швидкостей квазіповздовжніх хвиль залістистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя:  
 а – МСК-2; б – МСК-4; в – МСК-5; г – МСК-7; д – МСК-9



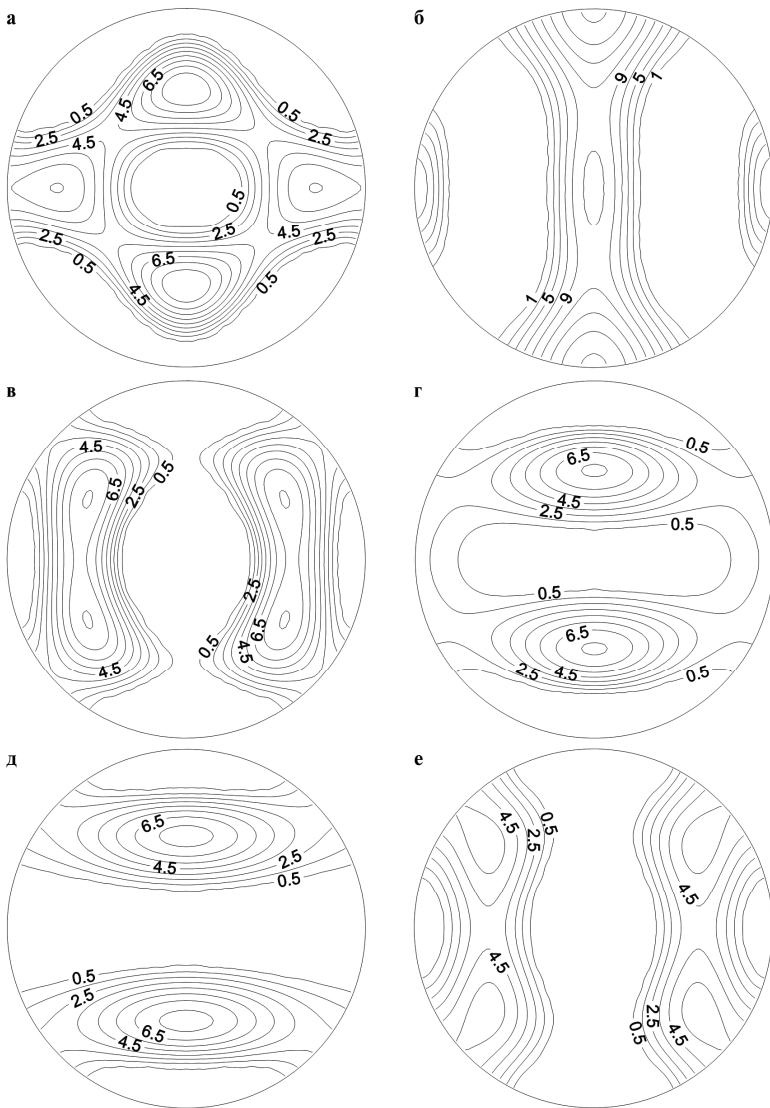
**Рис. 9.10.** Стереопроєкції ізокліній полюсної діаграми нормалі до мікротріщин залістистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя: а – МСК-2; б – МСК-4; в – МСК-5; г – МСК-6; д – МСК-7; е – МСК-8



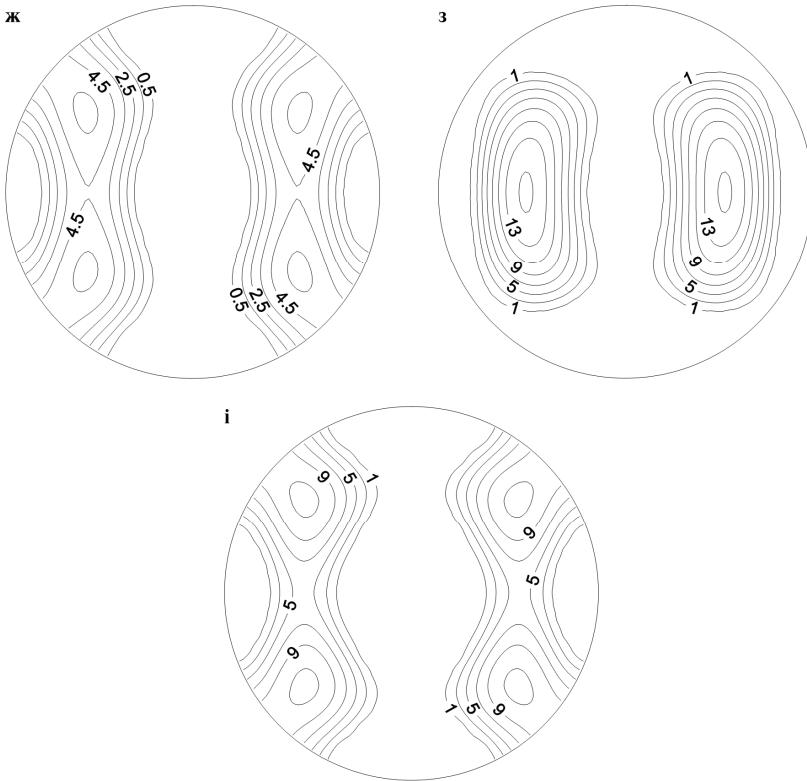
**Рис. 9.10.** Стереопроєкції ізоліній полюсної діаграми нормалі до мікротріщин залізистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя: ж – МСК-9; з – МСК-12; і – МСК-13

Отримані стереопроєкції переважної орієнтації осі *C* кварцу можна розділити на два типи (рис. 9.11):

1. Орієнтації з чотирма локально розташованими максимумами під кутом до смугастості.
2. Орієнтації з двома симетрично розташованими максимумами під кутом до смугастості.



**Рис. 9.11. Стереопроєкції ізоліній полюсної діаграми орієнтації кристалографічної осі С кварцу залістистих кварцитів мікрокладки Криворіжжя: а – МСК-2; б – МСК-4; в – МСК-5; г – МСК-6; д – МСК-7; е – МСК-8**



**Рис. 9.11. Стереопроєкції ізоліній полюсної діаграми орієнтації кристаліграфічної осі  $C$  кварцу залістистих кварцитів мікроструктури Криворіжжя: ж – МСК-9; з – МСК-12; і – МСК-13**

Вміст орієнтованих сфероїдальних зерен кварцу, величина формату  $\alpha$  яких коливається від 0,2 до 0,7, змінюється від 11 до 67 % (табл. 9.7).

Якщо взяти до уваги роботу [217] і припустити, що вздовж осі  $X_3$  діяли одnobічні напруги стиснення, то для випадку а) очевидна кореляція осі  $C$  кварцу з напрямками, близькими до напрямків діючих зсувних напруг. У випадку б) спостерігається аналогічна картина, що відповідає напруженому стану плоского зсуву.

**Таблиця 9.7. Параметри формату зерен орієнтованих мінералів і мікротріщин та їхня концентрація за даними інверсій азимутальної залежності швидкостей пружних хвиль залізистих кварцитів**

Номер зразка	Мікротріщини		Кварц		Кальцит		Магнетит	
	формат	концен-трація, %	формат	концен-трація, %	формат	концен-трація, %	формат	концен-трація, %
МКС-2	0,007	0,03	0,7	32	0,7	27	0,7	35
МКС-4	0,072	0,03	0,7	32	0,7	27	0,7	35
МКС-5	0,007	0,10	0,2	30	0,8	29	0,7	30
МКС-6	0,489	0,001	0,6	50	0,7	13	0,6	36
МКС-7	0,851	0,001	0,6	22	0,7	30	0,7	48
МКС-8	0,067	0,04	0,4	22	0,7	34	0,6	43
МКС-9	0,008	0,001	0,4	11	0,7	38	0,7	51
МКС-12	0,009	0,05	0,5	67	0,5	17	0,7	16
МКС-13	0,040	0,001	0,2	54	0,8	17	0,6	29

Виділяється випадок, коли найбільш інтенсивні напрямки орієнтації зерен кварцу перебувають у площині  $X_1X_3$  (рис. 9.11, б), що пояснюється, імовірно, характером орієнтування зерен кварцу відносно діючих головних напруг при формуванні мікроскладки.

Мікроорієнтації осей  $C$  кальциту в залізистих кварцитах можна розділити на типи (рис. 9.12):

1. Орієнтації з двома локально вираженими максимумами в діючих дотичних напрямках у координатній площині  $X_2X_3$ .

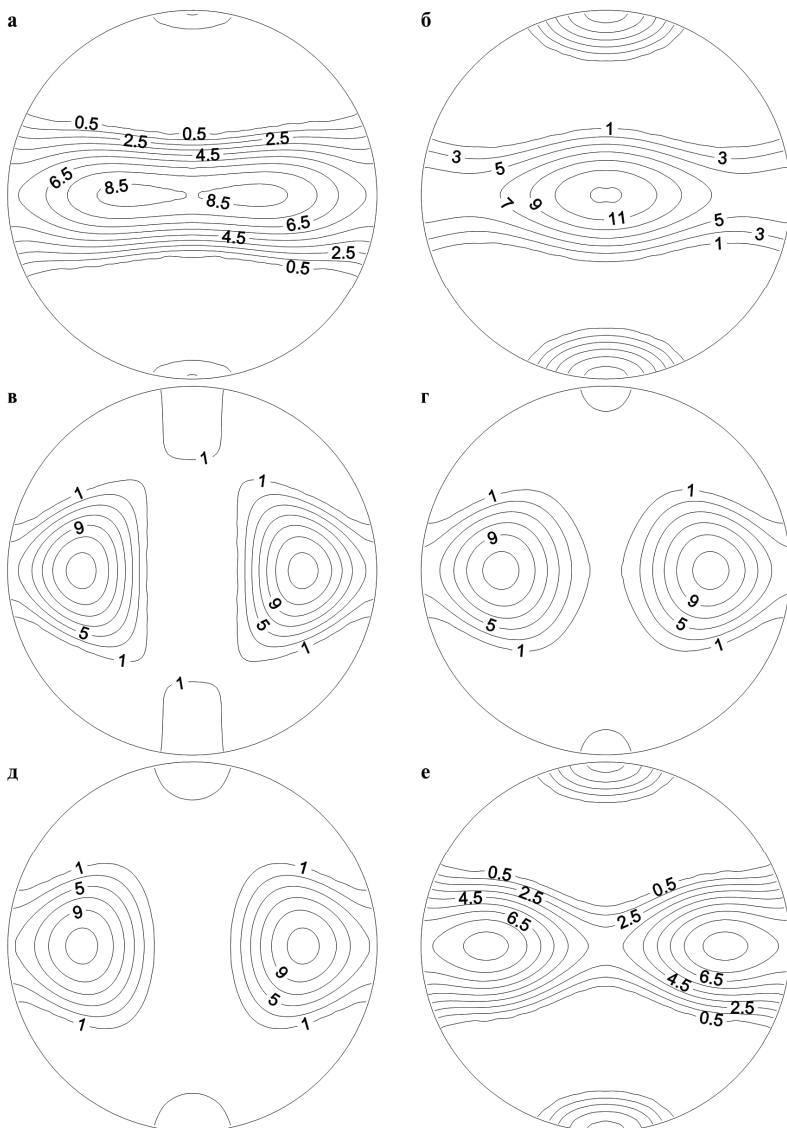
2. Орієнтації з двома локальними вираженими максимумами і двома менш вираженими максимумами у площині смугастості ( $X_1X_2$ ).

Кількість орієнтованих зерен кальциту за даними інверсії (табл. 9.4) коливається від 13 до 38 %, а величина формату  $\alpha$  сфероїдальних зерен змінюється від 0,5 до 0,8.

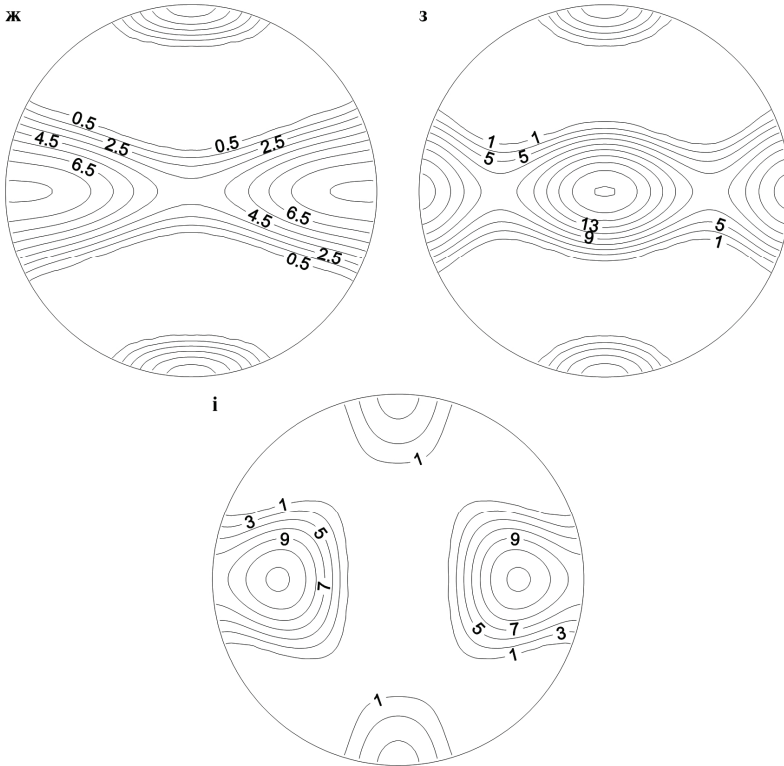
Складна орієнтація осі  $C$  кальциту як відносно більш пластично деформованого мінералу пояснюється впливом на його орієнтацію жорсткіших і менш пластичних мінералів кварцу і магнетиту.

У магнетиті сковзання відбувається переважно вздовж площини  $\{111\}$  [215 217, 218]. Інтенсивність орієнтації кристалографічного напрямку  $\{111\}$  магнетиту за даними інверсії (рис. 8.13) порівняно з орієнтацією кварцу менша (рис. 9.11). При складкоутворенні внаслідок пластичного сковзання вздовж площин  $\{111\}$  магнетиту їхня орієнтація виявилася близькою до положення площадок максимальних напруг зсуву (рис. 9.13).

Отже, переважна орієнтація магнетиту також не лежить у площині смугастості. Величина формату сфероїдальних зерен магнетиту коливається в межах 0,6–0,7, а концентрація орієнтованих зерен магнетиту – від 16 до 51 % (табл. 9.4). Причому просторово напрямки максимальної інтенсивності орієнтації кварцу і магнетиту не збігаються. Особливістю напрямків максимальної орієнтації магнетиту є їхня локалізація в координатній площині  $X_1X_3$ , в якій діє максимально стискаюча напруга  $\sigma_3$ . Для кварцу характерні текстури з напрямками максимальної інтенсивності орієнтації кристалографічної осі  $C$  кварцу, розташованими симетрично під кутом  $45^\circ$  відносно координатних площадок, у яких діють головні напруги.



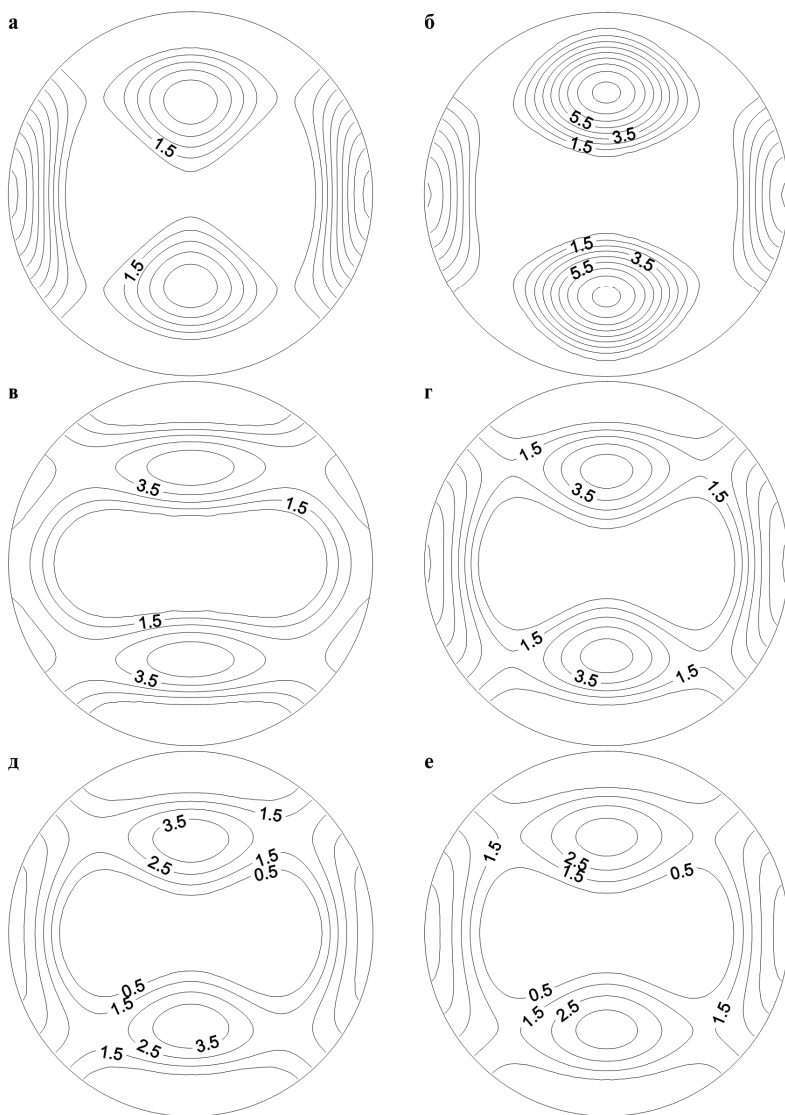
**Рис. 9.12.** Стереопроєкції ізоліній полюсної діаграми орієнтації кристалографічної осі *C* кальциту залізистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя: а – МСК-2; б – МСК-4; в – МСК-5; г – МСК-6; д – МСК-7; е – МСК-8



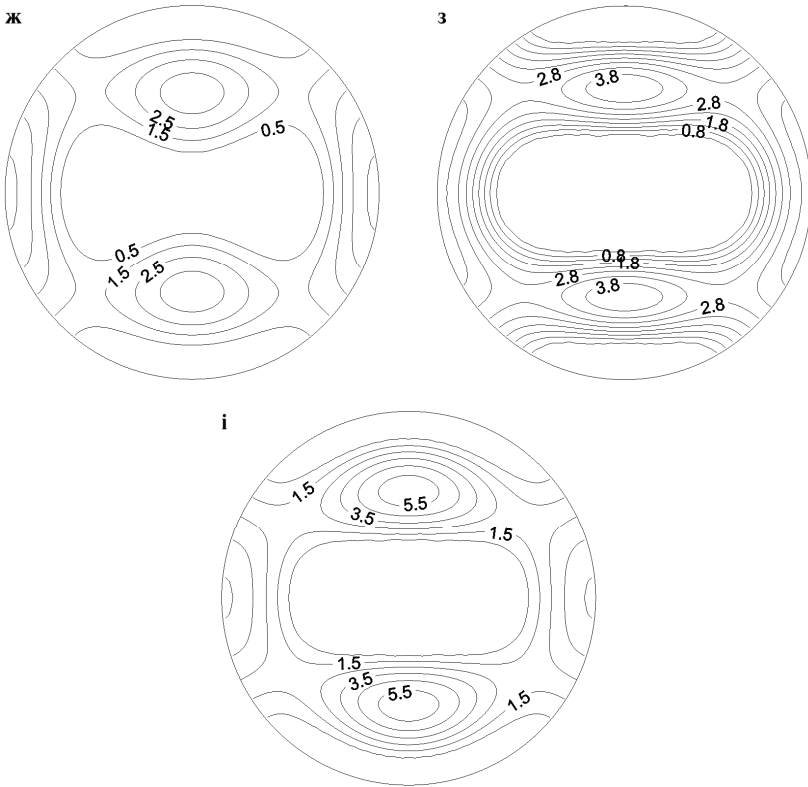
**Рис. 9.12. Стереопроєкції ізолій полюсної діаграми орієнтації кристалографічної осі  $C$  кальциту залізистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя: ж – МСК-9; з – МСК-12; і – МСК-13**

З метою дослідження ролі крихких деформацій у формуванні текстури залізистих кварцитів з мікроскладки у процесі інверсії були визначені й мікроорієнтації нормалей до площин сфероїдальних мікротріщин.

Найбільші концентрації орієнтованих мікротріщин спостерігаються в координатній площині  $X_2X_3$  і, найімовірніше, пов'язані із двійникуванням мінеральних зерен кальциту (рис. 9.12), оскільки спостерігається їхня кореляція з мікроорієнтацією кальциту.



**Рис. 9.13. Стереопроєкції ізоліній полюсної діаграми орієнтації кристалографічної осі *C* магнетиту залізистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя: а – МСК-2; б – МСК-4; в – МСК-5; г – МСК-6; д – МСК-7; е – МСК-8**



**Рис. 9.13.** Стереопроєкції ізоліній полюсної діаграми орієнтації кристалографічної осі *C* магнетиту залізистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя: ж – МСК-9; з – МСК-12; і – МСК-13

Одержані результати свідчать про широкі можливості акустичного методу текстурного аналізу полімінеральних мікротріщинуватих гірських порід.

Уперше отримано повні набори матриць пружних постійних залізистих кварцитів у ромбічному наближенні, які забезпечують вичерпний кількісний аналіз пружної й акустичної анізотропії цих порід.

Практичне застосування методу інверсії дало можливість визначити функції розподілу орієнтації кварцу, магнетиту, кальциту і мікротріщин для текстур залізистих кварцитів Криворіжжя. Показано, що залізисті кварцити з видимими текстурними ознаками смугастості характеризуються пружною симетрією не вище ромбічної, а не поперечно-ізотропною, як це прийнято вважати.

Результати досліджень та інтерпретації даних добре узгоджуються з даними оптичних і магнітних методів дослідження текстур залізистих кварцитів [13, 133, 135, 136]. Зокрема, підтверджується висновок робіт [133, 136], відповідно до якого орієнтації кристалографічних осей *C* кварцу і магнетиту не лежать у площині смугастості. Наявність декількох напрямків орієнтації кристалографічних осей *C* кварцу й кальциту, напрямки орієнтації нормалей до площини сковзання магнетиту свідчать, принаймні, про два етапи деформації залізистих кварцитів Криворіжжя.

Перший етап деформації пов'язаний з формуванням у кременисто-залізистих відкладах в умовах високих температур і тисків метаморфічної смугастості в результаті спільної дії реакції й дифузії на межах зерен при малих швидкостях деформацій.

Другий етап пов'язаний з пластичними деформаціями в умовах стресу при помірних температурах і незначній ролі синтетонічної рекристалізації.

Розроблений метод забезпечує можливість вирішувати задачі динамічного аналізу мікроорієнтації мінералів і мікротріщин будь-яких генетичних типів текстур гірських порід.

Таким чином, за результатами комплексного аналізу параметрів акустичного еліпсоїда, інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії, параметрів пружної анізотропії й функції розподілу орієнтації мінералів і мікротріщин зразків метаморфічних порід свердловин КНГС, "Супутник-2" і залізистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя показана ефективність застосування акустичного методу текстурного аналізу гірських порід для вирішення задач тектонофаціального аналізу та динамічних структурних задач.

Установлено, що для метаморфічних порід, що відповідають реологічним обстановкам мезозони і катазони, спостерігається прямий зв'язок між величиною інтегрального коефіцієнта акус-

тичної анізотропії  $A_u$  і ступенем деформаційних перетворень (відповідний бал тектонофацій). Для вищих балів тектонофацій характерні найвищі значення інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії до 25,4 %, а для середніх балів тектонофацій V–VII – переважно середні й іноді низькі значення цього параметра. На основі аналізу зв'язків між балом тектонофацій і величиною інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії для умов катазони і мезозони створена шкала акустичних деформаційних фацій, яка цілком узгоджується з результатами тектонофаціальних досліджень.

При дослідженні параметрів акустичного еліпсоїда зразків досліджених метаморфічних порід з позиції тектонофаціального аналізу встановлено, що для всіх тектонофацій VIII–X катазони властива планальна текстура акустичного тензора, тоді як для відповідних тектонофацій мезозони притаманні як аксіальні, так і планальні текстури, що свідчить про різну природу деформацій в умовах катазони і мезозони.

За результатами проведеної інверсії азимутальної залежності квазіповздовжньої і квазіпоперечних хвиль у функцію розподілу орієнтації мінералів і мікротріщин для зразків метаморфічних порід КНГС встановлено переважну орієнтацію мікротріщин і породотвірних мінералів, наявність для деяких зразків двох ортогональних напрямків орієнтації мікротріщин; показано, що вони збігаються з напрямками дії максимальних напруж зсуву.

За результатами динамічного структурного аналізу залізистих кварцитів мікроскладки Криворіжжя, що зазнали неодноразового впливу тектонічних деформацій, встановлено переважні напрямки мікроорієнтації осей кварцу, магнетиту і кальциту, найбільш імовірні формати зерен породотвірних мінералів і концентрації їхніх орієнтованих зерен. При дослідженні ролі крихких деформацій у формуванні текстури залізистих кварцитів шляхом визначення мікроорієнтації нормалей до площин сфероїдальних мікротріщин з'ясовано, що найбільші концентрації орієнтованих мікротріщин спостерігаються в площині  $X_2X_3$  і, швидше за все, пов'язані з двійникуванням мінеральних зерен кальциту.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

---

1. *Поваренных, А.С.* О месте петрофизики в системе наук о Земле / А.С. Поваренных, Г.Т. Продайвода // *Методология и теория в геологии.* – К. : Наук. думка, 1982. – С. 145–153.
2. *Поваренных, А.С.* О методологическом значении системных исследований в геологических науках / А.С. Поваренных, Г.Т. Продайвода // *Методология и теория в геологии.* – К. : Наук. думка, 1982. – С. 68–76.
3. *Продайвода, Г.Т.* Основы сейсмоакустики / Г.Т. Продайвода. – К. : ВПЦ "Київ. ун-т", 2001. – 296 с.
4. *Продайвода, Г.Т.* Принципы симметрии в петрофизике / Г.Т. Продайвода // *Геол. журн.* – 1978. – Т. 38, № 14. – С. 61–70.
5. *Шафрановский, И.И.* Симметрия в геологии / И.И. Шафрановский, Л.М. Плотников. – Л. : Недра, 1975. – С. 144.
6. *Бернал, Дж. Д.* Поля обхвата обобщенной кристаллографии / Дж. Д. Бернал, С.Х. Каролайл // *Кристаллография.* – 1968. – Т. 13, вып. 5. – С. 927–951.
7. *Вайнштейн, Б.К.* Дифракция рентгеновских лучей на цепных молекулах / Б.К. Вайнштейн. – М. : Изд-во АН СССР. – 1963. – 370 с.
8. *Дембо, Т.М.* Опыт геометрической систематизации направленных текстур и структур горных пород / Т.М. Дембо // *Бюл. Моск. об-ва использования природы. Отд. Геологии.* – 1954. – Т. 29, вып. 4. – С. 79–92.
9. *Шубников, А.В.* Пьезоэлектрические текстуры / А.В. Шубников. – М. : Изд-во АН СССР, 1946. – 100 с.
10. *Казаков, А.Н.* Деформация и наложенная складчатость в метаморфических комплексах / А.Н. Казаков. – Л. : Наука, 1976. – 237 с.
11. *Казаков, А.Н.* Синхронный структурный и структурно-метаморфический парагенезис / А.Н. Казаков. Структурная эволюция метаморфических комплексов. – Л. : Наука, 1977. – С. 5–16.
12. *Шафрановский, И.И.* Группы симметрии в структурной петрологии / И.И. Шафрановский // *Зап. Всесоюз. минералог. об-ва.* – 1956. – Ч. 85, вып. 4. – С. 491–497.
13. *Казаков, А.Н.* Динамический анализ микроструктурных ориентировок минералов / И.И. Шафрановский. – Л. : Наука, 1987. – 270 с.

14. *Вассоевич, Н.Б.* Текстура осадочных пород / Н.Б. Вассоевич // Справочное руководство по петрографии осадочных пород. – Л. : Недра, 1958. – Т. 1. – С. 35–129.

15. *Эз, В.В.* Структурная геология метаморфических комплексов / В.В. Эз. – М. : Недра, 1978. – 191 с.

16. *Simmons, G.* Microcracks in rocks / G. Simmons, D. Richter // Phys. and Chem. Miner. and Rocks. – London C.a. – 1976. – P. 105–137.

17. *Hadley, K.* Companion of calculated and observed crack densities and seismic velocities of westerbi granite / K. Hadley // J. Geophys. Res. – 1976. – V. 81. – P. 3484–3494.

18. *Kranz, R.L.* Microranks in Rocks / R.L. Kranz, A. Revién // Tectonophysics. – 1983. – V. 100. – № 1–3. – P. 449–480.

19. *Paterson, M.S.* Symmetry Concepts in the Structural Analysis of Deformed Rock / M.S. Paterson, L.E. Weiss // Geol. Sci. Amer. Bull. – 1961. – V. 72, № 6. – P. 841–882.

20. *Продайвода, Г.Т.* Применение принципов обобщенной кристаллографической симметрии в петрофизике / Г.Т. Продайвода // Прикладная геохимия и петрофизика. – К. : Наук. думка, 1981. – С. 12–22.

21. *Виглин, А.С.* Количественная мера текстуры поликристаллического материала / А.С. Виглин // Физика твердого тела. – 1960. – Т. 2, вып. 10. – С. 2463–2476.

22. *Bunge, H.J.* Mathematische Methoden der Texturanalyse / H.J. Bunge. – Berlin : Acad.Verl., 1969. – P. 3253.

23. *Roe, F.J.* Description of Crystallite Orientation in Polycrystalline Materials / F.J. Roe // J. Appl. Physics. – 1965. – V. 36, № 6. – P. 2024–2031.

24. *Галдин, Н.Е.* Физические свойства глубинных метаморфических и магматических пород при высоких давлениях и температурах / Н.Е. Галдин. – М. : Наука, 1977. – С. 127.

25. *Варшалович, Д.А.* Квантовая теория углового момента / Д.А. Варшалович, А.Н. Москалев, В.К. Херсонский. – Л. : Наука, 1975. – 439 с.

26. *Гельфонд, И.М.* Представления группы вращений и группы Лоренца, их применение / И.М. Гельфонд, Р.А. Минлос, Э.Я. Шапиро. – М., 1958. – 366 с.

27. *Бунге, Г.И.* К вопросу о разрешающей способности различных методов исследования текстуры / Г.И. Бунге // Физика металлов и металловедение. – 1962. – Т. 13, вып. 4. – С. 512–516.

28. *Вишняков, Я.Д.* Теория образования текстур в металлах и сплавах / Я.Д. Вишняков, А.А. Бабареко, С.А. Владимиров, И.В. Эгиз. – М. : Наука, 1979. – 342 с.

29. *Александров, К.С.* Анизотропия упругих свойств минералов и горных пород / К.С. Александров, Г.Т. Продайвода. – Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2000. – 354 с.
30. *Бэкофен, В.* Процессы деформации / В. Бэкофен. – М. : Металлургия, 1973. – 288 с.
31. *Кудрявцев, И.П.* Текстура в металлах и сплавах / И.П. Кудрявцев. – М. : Металлургия, 1965. – 292 с.
32. *Николя, А.* Основы деформации горных пород / А. Николя. – М. : Мир, 1992. – 167 с.
33. *Lister, G.S.* Fabric Transitions in Plastically Deformed Quarsites: Competition between Basal, Prism and Rhomb Systems / G.S. Lister // *Bull. Mineral.* – 1979. – V. 102, № 2–3. – P. 232–241.
34. *Smith, M.L.* The Azimuthal Depedence of Love and Rayeigh Wave Propagation in a Slightby Anisotropic Medium / M.L. Smith, F.A. Danlen // *J. Geophys. Res.* – 1973. – V. 78, № 17. – P. 3321–3333.
35. *Taylor, G.I.* Plastic strain in materials / G.I. Taylor // *J. Inst. Met.* – 1938. – V. 62. – P. 307–324.
36. *Wenk, H.R.* Preferred Orientation in Minerals: Revien and Outlook / H.R. Wenk // *Textures of Materials.* – 1978. – V. 2. – P. 47–83.
37. *Флинн, Д.* Деформация при метаморфизме / Д. Флинн // *Природа метаморфизма.* – М. : Мир, 1967. – С. 49–77.
38. *Вербицкий, Т.З.* Математическое моделирование в сейсморазведке / Т.З. Вербицкий, Р.С. Починайко, Ю.П. Стародуб, А.С. Федоришин. – К. : Наук. думка, – 1985. – 275 с.
39. *Wenk, H.R.* Modelling plastic deformation of peridotite with the self-consistent theory / H.R. Wenk, K. Bennett, G.R. Canova, A. Molinari // *J. Geophys. Res.* – 1991. – V. 96, № 85. – P. 8337–8349.
40. *Лукієнко, О.І.* Тектонофаціальна структура Кривбасу / О.І. Лукієнко // *Вісн. Київ. ун-ту. Геологія.* – 2000. – Вип. 17. – С. 8–13.
41. *Turner, F.J.* Structural analyze of metamorphic tectonites / F.J. Turner, L.E. Weiss. – N.Y. : McCraw-Hill Bock Comp., 1963. – 189 p.
42. *Wenk, H.R.* Development of Texture and Elastic Anisotropy During Deformation of ncp Metas / H.R. Wenk, T. Takeshita, R. Jeancoz, C.C. Johnsou // *Geophys. J. Lett.* – 1988. – V. 15. – P. 76–79.
43. *Takheshita, T.* Plastic Anisotropy and Geomatrical Hardening in Qurtrites. Tektonophysics / T. Takheshita, H.R. Wenk. – 1988. – V. 149, № 3–4. – P. 345–361.
44. *Фокин, А.Г.* Упругие модули текстурированных материалов / А.Г. Фокин, Г.Л. Шермергор // *Инж. журн., МТГ.* – 1967. – № 1. – С. 129–134.

45. *Reuss, A.* Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle / A. Reuss // *Z. Angew. Math. Mech.* – 1929. – V. 9, № 1. – P. 49–58.
46. *Voigt, W.* Lehrbuch der Kristallophysic / W. Voigt // Berlin Teubner. – 1928. – 962 S.
47. *Беликов, Б.П.* Упругие константы породообразующих минералов и горных пород / Б.П. Беликов, К.С. Александров, Т.В. Рыжова. – М. : Наука, 1970. – 276 с.
48. *Christensen, N.J.* Seismic anisotropy in the Upper Mantle / N.J. Christensen, R.S. Crosson // *Tectonophysics.* – 1968. – V. 6, № 2. – P. 93–107.
49. *Продайвода, Г.Т.* Тензорное представление петрофизических характеристик / Г.Т. Продайвода // Математические методы описания горных пород и расчета эффективных свойств. – М. : МОИП. – 1986. – С. 25–28.
50. *Продайвода, Г.Т.* Теория эффективных физических свойств анизотропных горных пород / Г.Т. Продайвода, Л.П. Хорошун, П.В. Лещенко // Докл. АН УССР. – 1987. – С. 23–27.
51. *Продайвода, Г.Т.* Математичне моделювання геофізичних параметрів / Г.Т. Продайвода, С.А. Вижва. – К. : ВЦ "Київ. ун-т". – 1999. – 112 с.
52. *Prodaivoda, G.T.* Calculation of Effective Anisotropic Elastic Constants for Wave Propagation through cracked Rocks / G.T. Prodaivoda, A.K. Aleksandrov, S.A. Vyzhva, L.V. Nazarenko // *Russ. Geol. and Geophys.* – 2000. – V. 41, № 3. – P. 430–443.
53. *Шермергор, Т.Д.* Теория упругости микронеоднородных сред / Т.Д. Шермергор. – М. : Наука. – 1977. – 400 с.
54. *Hess, H.H.* Seismic Anisotropy of the Uppermost mantle under oceans / H.H. Hess // *Nature.* – 1964. – V. 203. – P. 629–631.
55. *Hill, R.* A self-consistent mechanics of composite materials / R. Hill // *J. Mech. and Phys. Solids.* – 1965. – V. 13, № 4. – P. 213–222.
56. *Hashin, Z.* A variational approach to the theory of the elastic behaviour of polycrystals / Z. Hashin, S. Shtrikman // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1962. – V. 10, № 4. – P. 343–352.
57. *O'Connell, R.* Seismic velocities in dry and saturated cracked solids / R. O'Connell, B. Budiansky // *J. Geophys. Res.* – 1974. – V. 79, № 35. – P. 5412–5426.
58. *Hashin, Z.* variational approach to the theory of the elastic behaviour of polycrystals / Z. Hashin, S.A. Shtrikman // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1963. – V. 11. – P. 127–140.
59. *Продайвода, Г.Т.* Визначення спектра розподілу параметрів структури тріщинно-порового простору гірських порід за даними інве-

рсії швидкості пружних хвиль від тиску / Г.Т. Продайвода, Б.П. Маслов, В.В. Король // Геофиз. журн. – 1995. – Т. 17, № 5. – С. 75–80.

60. *Продайвода, Г.Т.* Сейсмоминералогическая модель континентальной верхней мантии Земли / Г.Т. Продайвода, Б.П. Маслов, Т.Г. Продайвода // Физика Земли. – 2003. – № 1. – С. 11–13.

61. *Продайвода, Г.Т.* Определения функции распределения ориентации оливина и упругой симметрии дунита по данным ультразвуковых измерений / Г.Т. Продайвода // Физика Земли. – 1994. – № 5. – С. 42–52.

62. *Продайвода, Г.Т.* Петроакустический метод структурного анализа горных пород / Г.Т. Продайвода // Геофиз. журн. – 1980. – Т. 2, № 1. – С. 88–91.

63. *Backus, G.E.* A geometric picture of anisotropic Elastic Tensors / G.E. Backus // Rev. Geophys. Space Phys. – 1970. – V. 80, № 3. – P. 633–671.

64. *Sayers, C.M.* Ancular dependent Ultrasonic wave Velocities in Aggregates of Hexaxonal Crystals / C.M. Sayers // Ultrasonic. – 1986. – V. 24, № 3. – P. 289–291.

65. *Sayers, C.M.* Elastic wave anisotropy in the Upper Mantle / C.M. Sayers // Geophys. J. R astr. Soc. – 1987. – V. 88, № 2. – P. 417–424.

66. *Sayers, C.M.* Inversion of Ultrasonic wave velocity measurements to obtain the Microcrack orientation Distribution Function in Rocks / C.M. Sayers // Ultrasonic. – 1988. – V. 26, № 2. – P. 73–77.

67. *Бугаевский, А.Г.* Динамика формирования сейсмической анизотропии в океанической верхней мантии / А.Г. Бугаевский, Е.М. Чесноков // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1986. – № 11. – С. 58–68.

68. *Sayers, C.M.* Orientation of Olivine in Dunite from Elastic Wave Velocity Measurements / C.M. Sayers // Geophys. Res. Lett. – 1987. – V. 14, № 10. – P. 1050–1052.

69. *Sayers, C.M.* Stress-Induced Ultrasonic Wave velocity Anisotropy in Fractured Rock / C.M. Sayers // Ultrasonic. – 1988. – V. 26, № 6. – P. 311–317.

70. *Sayers, C.M.* The crystal structure of iron in the Earth's inner core / C.M. Sayers // Geophys. J. Int. – 1990. – V. 103. – P. 285–286.

71. *Hatsor, Yossef H.* Microstructure effects on microcracking and brittle failure of dolomites / Yossef H. Hatsor, Alon Zur, Yaakov Mimran // Tectonophysics. – 1998. – 281, № 3–4. – P. 141–161.

72. *Белевцев, Р.Я.* Глубинная геологическая структура и вертикальная метаморфическая зональность Криворожского железорудного бассейна / Р.Я. Белевцев, Я.Н. Белевцев, Н.С. Курлов, В.В. Решетняк // Геол. журн. – 1990. – № 2. – С. 109–118.

73. Паталаха, Е.И. Тектонофации мезозоны (атлас микроструктур) / Е.И. Паталаха, А.И. Лукиенко, В.А. Дербенев. – Алма-Ата : Изд-во "Наука" КазССР, 1987. – 184 с.

74. Башмаков, В.А. Методы исследования на ЭВМ морфологии пустотного пространства пород-коллекторов / В.А. Башмаков, В.И. Клюев, Т.А. Югай, Н.Е. Кабухина // Цифровая обработка геол.-геофиз. информ. сложнопостроен. сред (на примере Прикаспийской впадины). – Саратов, 1988. – С. 41–48.

75. Кожан, О.М. Програмно-апаратний комплекс обробки графічної інформації РІР і його використання для вирішення задач промислової геофізики / О.М. Кожан, С.А. Вижива // Матеріали наукової конференції проф.-викл. складу геол. факультету. – К., 1999. – С. 44–45.

76. Александров, К.С. Анизотропия упругих свойств горных пород / К.С. Александров, Т.В. Рыжова, Б.П. Беликов, Л.А. Шабанова // Изв. АН СССР. Сер. Геол. – 1968. – № 6. – С. 17–28.

77. Розробка інтерпретаційної основи сейсмоакустичного інваріантно-поляризаційного методу (на прикладі Криворізької і Лисівської надглибоких свердловин) / [Продайвода Г.Т., Безродний Д.А., Павлов Г.Г. та ін.] : Звіт про НДР / Київ. нац. ун-т. – № ГР 0100U004548. – К., 2002. – 127 с.

78. Продайвода, Г.Т. Ультразвуковая аппаратура для исследования анизотропии горных пород / Г.Т. Продайвода, А.В. Свиридов, В.Т. Лахтанов та ін. // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1987. – № 5. – С. 97–102.

79. Рыжова Т.В. Упругие свойства породообразующих минералов / Т.В. Рыжова, К.С. Александров, Б.П. Беликов // Зап. Всесоюз. минералог. о-ва. – 1969. – Ч. 98, вып. 1. – С. 41–54.

80. Продайвода, Г.Т. Упругие свойства и анизотропия объемных упругих волн известняков и доломитов пород / Г.Т. Продайвода // Вісн. Київ. ун-ту. Геологія. – 1995. – Вип. 13. – С. 8–23.

81. Продайвода, Г.Т. Аппаратура и методика изучения акустической анизотропии горных пород / Г.Т. Продайвода // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1987. – № 5. – С. 97–102.

82. Продайвода, Г.Т. Акустический метод определения функции распределения ориентации минералов и микротрещин полиминеральных горных пород / Г.Т. Продайвода, Д.А. Безродный, Т.Г. Продайвода // Геофиз. журн. – 2005. – № 3. – С. 54–61.

83. Продайвода, Г.Т. Анізотропія об'ємних пружних хвиль метаморфічних порід Криворіжжя за даними ультразвукових досліджень / Г.Т. Продайвода, Д.А. Безродний, І.М. Безродна // Моніторинг небезпечних геологічних процесів та екологічного стану середовища : матеріали II міжнар. конф. – К., 2001. – С. 25–26.

84. *Безродний, Д.А.* Дослідження пружної анізотропії для вирішення задач тектоно-фаціального аналізу / Д.А. Безродний // Моніторинг небезпечних геологічних процесів та екологічного стану середовища : матеріали Всеукр. конф. – К., 2007. – С. 50–52.

85. *Продайвода, Г.Т.* Дослідження пружної симетрії параметрів анізотропії метаморфічних порід полігону Криворізької надглибокої свердловини / Г.Т. Продайвода, Д.А. Безродний, Л.І. Миколенко // Моніторинг небезпечних геологічних процесів та екологічного стану середовища : матеріали VI міжнар. конф. – К., 2005. – С. 48–49.

86. *Патент 20040706083* Україна, МПК (2006) G01N 29/04. Акустичний спосіб структурного аналізу матеріалів / Продайвода Г.Т., Безродний Д.А., Продайвода Т.Г.; заявник і патентоутримувач Київ. нац. ун-т ім. Т.Г. Шевченка. – № 78541; заявл. 22.07.04; опубл. 15.12.06. Бюл. № 12.

87. *Продайвода, Г.Т.* Математичне моделювання анізотропії ефективних акустичних і пружних постійних тектонічно-деформованих метаморфічних гірських порід / Г.Т. Продайвода, Д.А. Безродний, Т.Г. Продайвода // Вісн. Київ. ун-ту. Геологія. – 2003. – № 26. – С. 20–24.

88. *Безродний, Д.А.* Математичне моделювання тектонофацій мезозони на основі акустичного аналізу метаморфічних порід Кривбасу / Д.А. Безродний // Вісн. Київ. ун-ту. Геологія. – 2008. – № 44. – С. 13–16.

89. *Безродний, Д.А.* Математичне моделювання впливу кристалографічної орієнтації мінералів і мікротріщин на параметри пружної та акустичної анізотропії / Д.А. Безродний, І.М. Безродна // Вісн. Київ. ун-ту. Геологія. – 2008. – № 45. – С. 49–52.

90. *Курлов, Н.С.* Криворожская сверхглубокая скважина: значение для петрогенеза и петрологии / Н.С. Курлов, Р.Я. Белевцев, В.В. Решетняк, Ю.П. Мечников // Минералог. журн. – 1997. – № 5.

91. *Продайвода, Г.Т.* Автоматизированная система численного и графического анализа акустической анизотропии горных пород / Г.Т. Продайвода, В.И. Нейман, Ю.В. Нахшин // Весн. Киев. ун-та. Геологія. – 1990. – Вып. 9. – С. 43–54.

92. *Дерябин, Н.И.* Еще раз о формировании пород Криворожской структуры / Н.И. Дерябин // Геол. журн. – 2008. – № 1. – С. 103–111.

93. *Дерябин, Н.И.* Докембрийская пульсационная эволюция структуры Кривбаса / Н.И. Дерябин, У.З. Науменко // Эволюция докембрийских гранитоидов і пов'язаних з ними корисних копалин у зв'язку з енергетикою Землі і етапами її тектоно-магматичної активізації : матеріали конф. – 2008. – С. 152–159.

94. *Лебедев, Т.С.* Физические свойства горных пород Криворожской сверхглубокой скважины (Украина) в различных термобарических

условиях / Т.С. Лебедев, В.А. Корчин, В.И. Шаповал, Б.Я. Савенко, С.И. Шепель, П.А. Буртный // Геофиз. журн. – 2002. – Т. 24, № 2. – С. 8–40.

95. *Белевцев, Р.Я.* Бурение и комплексные исследования Криворожской сверхглубокой скважины (СГ-8) 1984–1998 гг. / Р.Я. Белевцев, Н.С. Курлов, Ю.П. Мечников // Отчет Криворожской экспедиции сверхглубокого бурения. – Кривой Рог, 1998. – 369 с.

96. *Белевцев, Р.Я.* Рудно-метасоматическая зональность в Криворожском бассейне по данным сверхглубокого бурения / Р.Я. Белевцев, З. Галецкий, Н.С. Курлов // Глибинна будова літосфери та нетрадиційне використання надр Землі. – К.: Б. в., 1996. – С. 19–20.

97. *Каляев, Г.И.* Палеотектоника и строение земной коры докембрийской палеорудной провинции Украины / Г.И. Каляев, Е.Б. Глеваский, П.С. Димитров. – К.: Наук. думка, 1984.

98. *Каляев, Г.И.* Тектоника докембрия Украинской железорудной провинции / Г.И. Каляев. – К., 1965. – 190 с.

99. *Литосфера* Центральной и Восточной Европы / гл. ред. А.В. Чекунов. Геотраверсы IV, VI, VIII / Т.В. Ильченко, Н.В. Сологуб, А.А. Трипольский и др. – К.: Наук. думка, 1988. – 171 с.

100. *Паталаха, Е.И.* Тектонофациальный анализ складчатых сооружений фанерозоя (обоснование, методика, приложение) / Е.И. Паталаха. – М.: Недра, 1985. – 168 с.

101. *Грубенман У.* Метаморфизм горных пород: Общая часть [пер. с нем. С.П. Соловцова; под ред. А.П. Герасимова] / У. Грубенман, П. Ниггли. – Л.; М.: Георазведиздат, 1933. – 376 с.

102. *Паталаха, Е.И.* Бифуркация односистемного сдвигового течения земной коры как основа складкообразования / Е.И. Паталаха, И.А. Гарагаш // ДАН СССР. – Т. 317, № 2. – 1991. – С. 150–161.

103. *Лукієнко, О.І.* Типи розломів за реологічними формами прояву та їхня будова, умови й фактори утворення і еволюція / О.І. Лукієнко // Вісн. Київ. ун-ту. Геологія, 1998. – Вип. 15. – С. 12–17.

104. *Лукієнко, О.І.* Реологічні типи дислокаційної тектоніки Українського щита на Середньому Побужжі (за результатами тектонофациальних досліджень) / О.І. Лукієнко, Д.В. Кравченко // Вісн. Київ. ун-ту. Геологія. – 2002. – Вип. 21–22. – С. 102–106.

105. *Паталаха, Е.И.* Тектонические потоки как основа понимания геологических структур / Е.И. Паталаха, А.И. Лукиенко, В.В. Гончар. – К.: НАНУ, 1995. – 159 с.

106. *Паталаха, Е.И.* Тектонофации мезозоны / Е.И. Паталаха. – Алма-Ата, 1987. – 181с.

107. *Лукиєнко, О.І.* Синергетика тектонічної течії гірських порід у зонах розломів (з позицій тектонофаціального аналізу) / О.І. Лукиєнко // Геолог України. – 2005. – № 2. – С. 48–55.

108. *Лебедев, Т.С.* РТ-исследования физических свойств пород верхней части разреза Криворожской сверхглубокой скважины. 2. Упругие характеристики / Т.С. Лебедев, В.А. Корчин, П.А. Буртный // Геофиз. журн. – 1992. – Т. 14, № 5. – С. 35–41.

109. *Продайвода, Г.Т.* Упругая симметрия и параметры анизотропии образцов архейских гнейсов и амфиболитов Кольской сверхглубокой скважины / Г.Т. Продайвода, К.С. Александров // Геология и геофизика. – 1998. – Т. 39, № 3. – С. 377–387.

110. *Продайвода, Г.Т.* Акустика текстур гірських порід : навч. посіб. / Г.Т. Продайвода. – К. : ВГЛ "Обрії", 2004. – 142 с.

111. *Продайвода, Г.Т.* Теория эффективных физических свойств анизотропных горных пород / Г.Т. Продайвода, Л.П. Хорошун, П.В. Лещенко // Докл. АН УССР. – 1987. – С. 23–27.

112. *Бетехтин, А.Г.* Минералогия / А.Г. Бетехтин. – М. : Гос. изд. геол. лит-ры, 1950. – 956 с.

113. *Вишняков, Я.Д.* Теория образования текстур в металлах и сплавах / Я.Д. Вишняков, А.А. Бабаренко, С.А. Владимиров, И.В. Эгиз. – М. : Наука, 1979. – 330 с.

114. *Bunge, H.I.* Three-Dimensional Texture Analysis of three Quartzites / H.I. Bunge, H.R. Wenk // Tectonophysics. – 1977. – V. 40. – P. 257–285.

115. *Продайвода, Г.Т.* Метод расчета эффективных упругих постоянных в анизотропных микротрещиноватых горных породах / Г.Т. Продайвода, К.С. Александров, С.А. Выжва, Л.В. Назаренко // Геология и геофизика. – 2000. – Т. 41, № 3. – С. 436–449.

116. *Продайвода, Г.Т.* Математическое моделирование азимутальной анизотропии термоупругих свойств океанической верхней мантии / Г.Т. Продайвода, Л.П. Хорошун, Л.В. Назаренко, С.А. Выжва // Физика Земли. – 1987. – № 5. – С. – 48–60.

117. *Хоршун, Л.П.* Математическое моделирование эффективных петрофизических характеристик анизотропных горных пород / Л.П. Хоршун, П.В. Лещенко, Г.Т. Продайвода // Изв. АН УССР. Сер. Физика Земли. – 1990. – № 3. – С. 63–75.

118. *Рыжова, Т.В.* Упругие свойства породообразующих минералов. Калинатровые полевые шпаты / Т.В. Рыжова, К.С. Александров // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1965, № 1. – С. 98–101.

119. *Безродний, Д.А.* Пружна симетрія і параметри акустичної анізотропії порід Криворізької залізорудної зони / Д.А. Безродний // Актуальні

проблеми геології України : тези наук. конф. проф.-викл. складу геол. ф-ту. – К., ВПЦ "Київ. ун-т", 2000. – С. 73.

120. *Безродний, Д.А.* Пружна анізотропія метаморфічних порід Кривбасу та її використання для вирішення задач тектонофаціального аналізу : дис. ... канд. геол. наук / Д.А. Безродний. – К., 2008. – С. 250.

121. *Безродний, Д.А.* Математичне моделювання впливу кристалографічної орієнтації мінералів і мікротріщин на параметри пружної й акустичної анізотропії / Д.А. Безродний, І.М. Безродна // Вісн. Київ. ун-ту. Геологія. – 2008. – № 45. – С. 49–52.

122. *Ortoleva, P.* Kinetics of Metamorphic Layering in Anisotropically Stressed Rocks / P. Ortoleva, E. Merino, P. Stricknolm // *Americ. J. of Science.* – 1982. – V. 282, № 5. – P. 617–643.

123. *Безродний, Д.А.* Дослідження пружної анізотропії для вирішення задач тектонофаціального аналізу / Д.А. Безродний // Моніторинг небезпечних геологічних процесів та екологічного стану середовища : матеріали Всеукр. конф. – К., 2007. – С. 50–52.

124. *Продайвода, Г.Т.* Механіка суцільного середовища / Г.Т. Продайвода. – К. : ВПЦ "Київ. ун-т", 1999. – 112 с.

125. *Dell'angelo, L.N.* Fabric development in experimentalles sheared gyartzites / L.N. Dell'angelo, I. Tullis // *Tectonophysics.* – 1989. – V. 169. – P. 1–21.

126. *Hrouda, F.* Magnetic Anisotropy of Rocks and its Application in Geology and Geophysics / F. Hrouda // *Geophys. Surv.* – 1982. – V. 5, № 1. – P. 37–82.

127. *Hrouda, F.* Conversion of the magnetic susceptibility tensor into the orientation tensor in some Rocks / F. Hrouda, K. Schulmann // *Phys. Earth. Planet. Int.* – 1990. – V. 63. – P. 71–77.

128. *Баюк, Е.И.* Упругая анизотропия горных пород при высоких давлениях / Е.И. Баюк, М.П. Воларович, Ф.М. Левитова. – М. : Наука, 1982. – 170 с.

129. *Продайвода, Г.Т.* Основи сейсмоакустики / Г.Т. Продайвода. – К. : ВПЦ "Київ. ун-т", 2001. – 296 с.

130. *Продайвода, Г.Т.* Акустический метод определения функции распределения минералов в горных породах / Г.Т. Продайвода // *Геофиз. журн.* – 1993. – Т. 15, № 4. – С. 22–29.

131. *Федоров, Ф.И.* Теория упругих волн в кристаллах / Ф.И. Федоров. – М. : Наука, 1965. – 384 с.

132. *Toriumi, M.* Preferred Orientation of Olivine in Mantee-Derived Peridotites and Stress in the Lithosphere / M. Toriumi // *J. Phys. Earth.* – 1984. – V. 32, № 3. – P. 259–279.

133. *Price, G.B.* Application of the photometric method to fabric mapping around folds / G. B.Price // *Tectonophysics*. – 1981. – V. 78, № 1–4. – P. 85–100.

134. *Базай, А.В.* Сравнительный анализ микроструктурной ориентировки кварца и магнетита из железистых кварцитов Кольского региона / А.В.Базай, Г.Ю.Иванюк // *Зап. Всесоюз. минералог. об-ва*. – 1997. – Ч. 86, № 6. – С. 116–124.

135. *Кожевников, В.Н.* Предпочтительная ориентировка амфиболитов / В.Н.Кожевников, Ю.И.Лазарев // *Зап. Всесоюз. минералог. об-ва*. – 1976. – Ч. 105, вып. 4. – С. 408–417.

136. *Иванюк, Г.Ю.* Магнетит как индикатор симметрии поля напряжений при формировании железистых кварцитов / Г.Ю. Иванюк // *Минералог. журн.* – 1991, № 2. – С. 78–83.

137. *Лазарев, Ю.И.* Структурная и метаморфическая петрология железистых кварцитов Костомукшского месторождения / Ю.И. Лазарев. – Л. : Наука, 1971. – 192 с.

# ЗМІСТ

---

---

ВСТУП.....	3
<b>1. СИСТЕМНИЙ ПІДХІД</b>	
<b>ДО ВИВЧЕННЯ ТЕКСТУР ГІРСЬКИХ ПОРІД.....</b>	<b>6</b>
1.1. Принципи системного аналізу .....	6
1.2. Геосистеми структурного рівня текстур гірських порід.....	8
1.3. Тріщинно-поровий простір текстур гірських порід.....	14
1.4. Статистична симетрія текстур гірських порід .....	16
1.5. Математичний метод кількісної оцінки функції розподілу орієнтації мінералів і тріщин текстур гірських порід .....	21
<b>2. ДЕФОРМАЦІЙНІ МЕХАНІЗМИ</b>	
<b>ФОРМУВАННЯ ТЕКСТУР ГІРСЬКИХ ПОРІД .....</b>	<b>26</b>
2.1. Механічна поведінка мінералів і гірських порід під дією напруг .....	26
2.2. Пластична деформація мінералів і гірських порід.....	30
2.3. Пластичні деформації кристалів мінералів.....	31
2.4. Пластичні деформації текстур гірських порід .....	35
2.5. Рекристалізація.....	41
2.6. Катакласична течія.....	42
2.7. Кристалографічна орієнтація мінералів деформованих текстур гірських порід.....	42
<b>3. ПРЯМА ЗАДАЧА АКУСТИЧНОГО МЕТОДУ</b>	
<b>ТЕКСТУРНОГО АНАЛІЗУ ГІРСЬКИХ ПОРІД .....</b>	<b>44</b>
3.1. Загальні положення .....	44
3.2. Огляд методів визначення ефективних пружних постійних гірських порід .....	46
3.2.1. Загальна постановка задачі .....	47
3.2.2. Методи усереднення.....	50
3.2.3. Межі Хашина–Штрікмана.....	54
3.2.4. Метод вірйального розвинення .....	55
3.2.5. Метод самоузгодження .....	56
3.2.6. Метод регуляризації структури .....	57
3.2.7. Методи стохастичних рівнянь.....	58
3.2.7.1. Метод лінеаризації.....	66
3.2.7.2. Метод моментів.....	67
3.2.7.3. Метод кореляційного наближення.....	68

3.2.7.4. Одноточкове наближення.....	68
3.2.7.5. Метод умовних моментів .....	69
3.3. Статичні ефективні пружні постійні геологічного середовища матричної структури .....	72
3.4. Статичні ефективні пружні постійні тріщинно-порового геологічного середовища.....	91
3.5. Узагальнений метод умовних моментних функцій.....	98
<b>4. ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА АКУСТИЧНОГО МЕТОДУ ТЕКСТУРНОГО АНАЛІЗУ ГІРСЬКИХ ПОРІД .....</b>	<b>104</b>
4.1. Розв'язок оберненої задачі методом лінійної системи рівнянь .....	104
4.2. Розв'язок оберненої задачі акустичного методу текстурного аналізу методом інверсії азимутальної залежності швидкостей пружних хвиль.....	111
4.3. Задача інверсії.....	113
<b>5. МЕТОДИКА ТА АПАРАТУРА АКУСТИЧНОГО МЕТОДУ ТЕКСТУРНОГО АНАЛІЗУ ГІРСЬКИХ ПОРІД .....</b>	<b>116</b>
5.1. Принцип квазіоднорідності .....	116
5.2. Визначення регулярних складових ефективного акустичного і пружного тензорів.....	118
5.3. Методика ультразвукових вимірювань фазових швидкостей пружних хвиль гірських порід.....	124
5.4. Вибір стандартної акустичної системи координат .....	128
5.5. Вибір розміру зразка .....	129
5.6. Апаратура ультразвукових вимірювань фазових швидкостей пружних хвиль.....	130
5.7. Оцінка точності вимірювання фазових швидкостей на зразках гірських порід.....	133
5.8. Обробка даних експериментальних вимірювань фазових швидкостей пружних хвиль.....	141
5.9. Автоматизована система акустичного аналізу тектонофації дислокаційних структур .....	148
<b>6. СТРУКТУРНО-ТЕКТОНІЧНА ХАРАКТЕРИСТИКА РАЙОНУ КРИВОРІЗЬКОЇ НАДГЛИБОКОЇ СВЕРДЛЮВИНИ ТА ЇЇ ПОЛІГОНУ .....</b>	<b>149</b>
6.1. Центральна-Криворізька структура Кривбасу .....	149
6.2. Мінералого-петрографічна характеристика зразків гірських порід.....	151
6.3. Дослідження структури тріщинно-порового простору зразків гірських порід.....	176
6.4. Тектонофаціальний аналіз зразків гірських порід.....	181

<b>7. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АНІЗОТРОПІЇ АКУСТИЧНИХ І ПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТЕКТОНОФАЦІЙ МЕТАМОРФІЧНИХ ПОРІД .....</b>	<b>191</b>
7.1. Математичні моделі тектонофацій .....	192
7.2. Теорія методу числових розрахунків анізотропії ефективних пружних властивостей .....	199
7.3. Числові результати моделювання акустичної й пружної анізотропії тектонофацій.....	202
<b>8. АКУСТИЧНА І ПРУЖНА АНІЗОТРОПІЯ МЕТАМОРФІЧНИХ ПОРІД КРИВОРІЗЖЯ .....</b>	<b>255</b>
8.1. Аналіз результатів експериментальних досліджень фазових швидкостей пружних хвиль метаморфічних порід Криворізької надглибокої свердловини та її полігону .....	255
8.2. Параметри акустичної й пружної анізотропії текстур гірських порід.....	261
8.2.1. Акустичні константи .....	261
8.2.2. Пружні постійні.....	276
8.2.3. Параметри анізотропії фазових швидкостей об'ємних пружних хвиль.....	282
<b>9. ТЕКТОНОФАЦІАЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТАМОРФІЧНИХ ПОРІД КРИВБАСУ ЗА ДАНИМИ АКУСТИЧНОГО ТЕКСТУРНОГО АНАЛІЗУ .....</b>	<b>294</b>
9.1. Принципи визначення тектонофацій метаморфічних порід Криворіжжя за даними акустичного текстурного аналізу .....	294
9.2. Тектонофації катазони .....	298
9.3. Тектонофації мезозони .....	302
9.4. Динамічний структурний аналіз залізистих кварцитів мікроструктури Криворіжжя .....	331
<b>СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....</b>	<b>355</b>